

NEILSON FERREIRA DE LIMA

**Modelagem de Mercados Inspirada em Gases Ideais e Teoria da
Colisão**

RECIFE-PE – SETEMBRO/2012



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Modelagem de Mercados inspirada em Gases Ideais e Teoria da Colisão

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Modelagem Estatística e computacional

Orientador: Prof. Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira

RECIFE-PE – SETEMBRO/2012

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Modelagem de Mercados inspirada em Gases Ideais e Teoria da Colisão

AUTOR (Neílson Ferreira de Lima)

Dissertação julgada adequada para
obtenção do título de mestre em Biometria
e Estatística Aplicada, defendida e
aprovada por unanimidade em 10/09/2012
pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DF - UFRPE

Profa. Dr(a). Tatijana Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEINFO- UFRPE

Prof. Dr. Borko D. Stosic
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEINFO- UFRPE

Dedicatória

Dedico esta dissertação a minha esposa, meus pais, meus irmãos, minha sogra, meus cunhados, minhas sobrinhas, parentes e amigos.

Agradecimentos

Quero agradecer primeiramente ao Soberano, Onipotente, Onisciente e Magnífico Deus e ao Seu Filho Unigênito, Jesus Cristo, porque sem Ele (Jesus Cristo) nada poderei fazer.

A minha mui digníssima esposa Alba Cecília, por ter estado sempre ao meu lado, me apoiando, incentivando e ajudando em tudo que preciso.

Aos meus Pais Severino José de Lima e Maria das Graças, por terem me educado e sempre me dado apoio, como custearam meus estudos desde a infância, a eles meus sinceros agradecimentos e gratidão.

Ao Meu Orientador, Prof. Dr. Tiago A. E. Ferreira, por todo auxílio, orientação ajuda, motivação, atenção que me foi dada desde a graduação até o momento.

Aos meus irmãos Natanael, Niedja e Nadadja que são fontes de alegria para mim.

Aos Meus avós e a todos os meus tios e tias, em especial ao meu Tio Severino Ferreira, pelas ajudas, incentivo e motivação. A minha sogra por ter me deixado casar com sua filha que é uma benção na minha vida, como a todos os meus cunhados.

Aos meus amigos, em especial A Paulo Salgado e A Gabriela Isabel que muito me ajudaram em minhas dificuldades. A nossa ajudadora irmã Ábia, que nos auxilia no DEINFO.

Aos diretores da Escola Alberto Luiz Russo, Prof(a). Maria José e Prof(a). Bárbara Conceição. Como também a todos os professores, em especial Ao Prof. Gilson, Prof. Ziza, Prof. Graça e A Prof. Helena que muito me apoiaram e ajudaram durante este mestrado.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro.

*“O temor do Senhor é o princípio da sabedoria;
tem bom entendimento todos os que cumprem os seus preceitos;
o seu louvor subsiste para sempre.”*

Salmos 111. 10

*“O temor do Senhor é o princípio do ciência; mas os insensatos desprezam a
sabedoria e a instrução.”*

Provérbios 1.7

Resumo

Uma série temporal é qualquer conjunto ou sequência de observações ordenada a partir de um determinado índice, na maioria das vezes este índice é o tempo, mas poderá também ser função de algum parâmetro físico, como volume ou espaço, entre outros. Na nossa análise, observamos os índices de mercados financeiros; levando em conta a série de retorno normalizada pelo desvio padrão da série de retorno. E assim analisamos o comportamento de cinco índices de mercado financeiros. Para modelar estes mercados usamos a distribuição exponencial de probabilidade, esta função nos mostra a probabilidade de um agente sobreviver no mercado sem sofrer colisão ou choques. Geralmente, a análise de séries temporais financeiras é feita com base na série de retornos de ações, ativos ou índices. Tal série toma como base sucessivas diferenças entre tempos distintos. Dessa forma, ela é usada para medir as perdas e ganhos ao longo de um determinado período. Nela pode ser capturado o movimento dos preços de uma determinada ação ou índice. E pela volatilidade destes mercados, podemos classificá-lo como mercado “quente”, mercados de alta volatilidade, ou mercado “frio”, de baixa volatilidade.

Palavras-chave: Índice de mercado, volatilidade, mercado “quente”, mercado “frio”, série temporal e colisão.

Abstract

A time series is any set or ordered sequence of observations from a specific index, most often this is the time index, but may also be function of some physical parameter such as volume or space, among others. In our analysis, we observed indices financial markets, taking into account the number of return normalized by the standard deviation of the return series. And so we analyze the performance of five financial market indices. To model these markets we use the exponential distribution probability function is shown in the probability of an agent survive on the market without incurring a collision or shock. Generally, the analysis of financial time series is based on return series of stock, assets or indices. This series builds on successive differences between different times. Thus, it is used to measure the gains and losses over a given period. It can be captured price movement of a particular stock or index. And the volatility of these markets, we can classify it as a market "hot" markets, high volatility, market or "cold" low volatility.

Keywords: index of market, volatility, "hot" market, "cold" market ,series times and collision

LISTA DE FIGURAS

- 1 Número de manchas solares no período: junho de 1749 a fevereiro de 2012 .
..... p.17
- 2 Índice diário da bolsa de São Paulo-IBOVESPA no período de 04 de janeiro
de 1997 a 26 de abril de 2012. p.18
- 3 Preço das ações Telebrás. p.23
- 4 Retornos das ações Telebrás. p.24
- 5 Preços praticados de rosas, crisântemos e violetas na CEAGESP-SP. . . p.24
- 6 Black Monday em 1987, índice Dow Jones. p.25
- 7 Série de Resíduos do Índice Dow Jones de 01 de janeiro de 1998 até 26 de
agosto de 2003. p.26
- 8 O gráfico descreve a probabilidade de sobrevivência de uma partícula sem
sofrer colisão até uma energia E p.33
- 9 gráfico da série de retorno IBOVESPA normalizada pela função exponencial..
..... p.37
- 10 gráfico da série de retorno IBOVESPA normalizada pela lei de potência. .p.37
- 11 gráfico da série de retorno IBOVESPA Normalizada e ajustada pela função
exponencial na escala $\log - \log$ p.38
- 12 gráfico da série de retorno IBOVESPA Normalizada e o ajuste pela lei de
potência na escala $\log - \log$ p.39
- 13 gráfico dos expoentes $b's$ da série IBOVESPA e a reta de regressão linear. . .
..... p.40
- 14 evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2000 e 2001. p.41
- 15 Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA nos anos de 2002 e 2003.. .
..... p.42
- 16 Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA nos anos de 2004 e 2005 . .
..... p.43
- 17 Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA nos anos de 2006 e 2007. . .
..... p.43
- 18 Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA nos anos de 2008 a 2010.. .
..... p.44

19	Gráfico de correlação do Risco Brasil (curva verde) e da volatilidade (pontos rosa) do ano de janeiro de 2004 a agosto de 2012.	p.44
20	gráfico da série de retorno normalizada SSE e o ajuste pela função exponencial.	p.45
21	gráfico da série de retorno normalizada SSE e o ajuste pela lei de potência.	p.46
22	Evolução dos expoentes $b's$ para o mercado da China de janeiro de 2000 a abril de 2012 e a reta de regressão.	p.46
23	Evolução dos expoentes $b's$ no mercado chinês nos anos 2000 e 2001.	p.47
24	Evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2002 e 2003 no mercado Chinês.	p.48
25	Evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2004 e 2005-China.	p.49
26	Evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2006 e 2007-China.	p.50
27	Evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2008 a 2010-China.	p.50
28	Gráfico da série de retorno normalizada e ajustada pela função exponencial-Índia.	p.51
29	Gráfico da série de retorno normalizada e ajustada pela lei de potência-Índia.	p.52
30	Gráfico da evolução dos expoentes $b's$ (pontos amarelos) e a regressão linear no mercado Indiano.	p.52
31	Evolução dos expoentes $b's$ no mercado Indiano do ano 2000 a 2001.	p.53
32	Evolução dos expoentes $b's$ no período de 2002-2003-Índia.	p.53
33	Gráfico de decaimento dos expoentes $b's$ nos anos de 2004 e 2005 no mercado Indiano.	p.54
34	Evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2006- 2007 Índia.	p.54
35	Evolução dos expoentes $b's$ os anos de 2008 a 2010 no mercado Indiano.	p.55
36	Ajuste dos pontos $G(t)$ do mercado Americano pela função exponencial.	p.55
37	Ajuste dos pontos $G(t)$ do mercado Americano pela lei de potência.	p.56
38	Evolução dos expoentes $b's$ e a curva de regressão linear no mercado Americano.	p.56
39	Evolução dos expoentes $b's$ do ano 2000 ao ano 2003-NASDAQ	p.57
40	Evolução dos expoentes $b's$ do ano 2005 a 2012-NASDAQ.	P.57

- 41 . Ajuste dos pontos $G(t)$ pela função exponencial e pela lei de potência no mercado Francês.p.58
- 42 . Volatilidade da série de retornos no período do ano 2000 a 2012 e a curva de regressão linear.p.59
- 43 .Gráfico da volatilidade dos mercados dos Estados Unidos, França, China, Brasil e Índia.p.61

LISTA DE TABELAS

1. Valores dos expoentes $b's$ da série IBOVESPA por trimestre. p.40
2. Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2000 a 2001. p.41
3. Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2002 a 2003. p.42
4. Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2004 a 2005. p.42
5. Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2006 a 2007. p.43
6. Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2008 a 2010 p.44
7. Evolução dos expoentes $b's$ e valor da soma dos erros quadráticos-SSE os anos de 2000 e 2001. p.47
8. Evolução dos expoentes $b's$ e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE os anos de 2002 e 2003. p.48
9. Evolução dos expoentes $b's$ e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE os anos de 2004 e 2005. p.48
10. Evolução dos expoentes $b's$ e valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2006 e 2007. p.49

SUMÁRIO

1. Introdução	p.13
1.0 Introdução	p.13
1.1 Objetivo	p.15
1.2 Estrutura da dissertação.	p.15
2. Revisão de Literatura	p.17
2.0 Definição de séries temporais	p.17
2.1 Abordagens Utilizadas pela Econofísica para Análise de Séries Temporais Econômicas-Financeiras	p.21
3. Modelagem proposta	p.30
3.0 Modelagem proposta	p.30
3.1 Teoria de Colisão.	p.30
3.2 Analogia com o Mercado.	p.34
3.3 Materiais e Método	p.34
3.4 Metodologia.	p.35
4. Resultados e Discussão	p.37
4.0 Resultados e discussão.	p.37
4.1 Análise da volatilidade do mercado Brasileiro.	p.37
4.2 Análise da volatilidade da série IBOVESPA	p.39
4.3 Análise da volatilidade do mercado da China.	p.45
4.4 Análise da volatilidade do mercado da Índia.	p.50
4.5 Análise da volatilidade do mercado dos Estados Unidos.	p.55
4.6 Análise da volatilidade do mercado da França.	p.58
5. Conclusão	p.60
5.0 Conclusão	p.60
5.1 Trabalhos Futuros	p.61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	p.63

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.0 Introdução

A análise de sistemas complexos envolve indicar interconexões e relações entre as partes que compõem o todo [1]. Hoje é difundida no controle de dispositivos modernos de engenharia e gestão empresarial. Tal abordagem desempenha um papel crescente na maioria das disciplinas científicas, incluindo a biologia (redes biológicas, ecologia, teoria da evolução, origem da vida, imunologia, neurobiologia, biologia molecular, etc.), geologia (estudo das placas tectônicas, terremotos, vulcões, erosão, paisagens, meteorologia, etc.), economia (mercado de ações) [1] e ciências sociais (incluindo cognição, aprendizagem distribuída, interação de agentes, e assim por diante).

Atualmente, essa abordagem vem sendo reconhecida como uma nova maneira sistêmica de tratar os diversos problemas encontrados nos vários ramos da ciência. Essa visão tende a substituir a abordagem reducionista anterior. Tal ação consiste em decompor um sistema em diversos componentes, de tal modo que se possa entender a execução de cada um, trazendo a compreensão do todo.

Dentre os diversos sistemas complexos, os mercados de ações têm sido alvo de muitos estudos em todo mundo por ter um comportamento bastante peculiar, pela grande base de dados históricos em diversas escalas e por se tratar da “instituição” onde a maioria dos investimentos mundiais é feito. Por outro lado, o fenômeno da globalização tem correlacionado cada vez mais os diferentes mercados mundiais, tornando estes sistemas complexos cada vez mais difíceis de analisar e prever.

Desde meados da década de 90 um ramo da ciência tem ganhado força, a Econofísica [1]. Esse campo de estudo é uma nova área, proveniente da recente

cooperação entre economistas, matemáticos e físicos. A ideia é aplicar métodos e modelos da Física Estatística para analisar e quantificar dados advindos de fenômenos econômicos. Recentemente, diversas teorias físicas têm sido aplicadas com sucesso em Economia, dando um impulso considerável as técnicas de computação para análise de dados, mercados artificiais, macroeconomia, etc..

Geralmente, a análise de séries temporais financeiras é feita com base na série de retornos de ações, ativos ou índices. Tal série toma como base sucessivas diferenças entre tempos distintos. Dessa forma, ela é usada para medir as perdas e ganhos ao longo de um determinado período. Nela pode ser capturado o movimento dos preços de uma determinada ação ou índice. Na literatura, várias abordagens foram propostas para tratar as séries de retorno, em 1900, Bachelier [2] propôs o movimento Browniano para modelar o processo estocástico dos retornos. Com base no teorema do limite central, esta abordagem concluiu que o retorno sobre uma escala de tempo Δt segue uma Distribuição Gaussiana. Outros trabalhos desenvolvidos por Mandelbrot [3, 4], Fama [5] e Mantegna e Stanley [6] afirmaram que a distribuição dos retornos pode ser aproximada por uma distribuição de Lévy. Eberlein et al. [7] ajustou uma Distribuição Gaussiana Inversa com decaimento assintótico por uma lei de potência multiplicada por uma Distribuição Exponencial e Longin [8] estudou a distribuição dos valores mínimos e máximos, utilizando uma Distribuição de Fréchet. Recentemente, Queiros et al. [9] propôs o ajuste dos dados financeiros com uma distribuição q-Gaussiana. Podobnik et al. [10, 11] analisou cerca de 8000 ações da Nasdaq e da Bolsa de *Nova York* (registros anuais). Nestes trabalhos, a região central da função de densidade de probabilidade (*fdp*) dos retornos agregados é aproximada por uma Distribuição de Laplace (dupla exponencial).

Num trabalho recente realizado por de Mattos Neto intitulado *Market volatility modelling for short time window* [12] foi observado que a dinâmica dos mercados de ações pode ser modelada por um gás ideal. Um gás ideal é um modelo teórico que consiste de um conjunto de partículas em um recipiente que se movem aleatoriamente.

Nesse trabalho foi considerada uma função exponencial para se ajustar a função densidade de probabilidade (*fdp*) dos índices das séries de retornos

normalizadas, tomando como base a aproximação que a taxa de decaimento da $f dp$ é constante.

1.1 Objetivo

Nossa meta principal é o estudo e análise das séries de retorno de mercados financeiros e desenvolver uma modelagem inspirada no comportamento de um gás ideal, com interações fracas entre suas partículas mediadas, basicamente, por processos de colisões.

Com a coleta de dados de séries temporais de índices de mercados financeiros espalhados pelo mundo, pretende-se definir empiricamente uma distribuição Estatística que melhor se aplica aos dados e confrontá-la com a modelagem gerada.

Os objetivos desse projeto podem ser enumerados de forma mais específica como:

- Estudos dos conceitos e metodologia da Econofísica;
- Estudo da Teoria de Gases e Teoria da Colisão;
- Desenvolvimento de uma metodologia inspirada em gases com iterações entre suas partículas mediadas por processos de colisão;
- Levantamento de dados dos índices dos mercados financeiros mundiais;
- Definição empírica da função de densidade de probabilidade das séries de retorno dos índices dos mercados financeiros mundiais;
- Comprovação ou negação da hipótese de que um mercado financeiro pode ser encarado como um gás de partículas que interagem através de um processo de colisão.

1.2 Estrutura da dissertação

A dissertação está estruturada da seguinte forma:

- No capítulo 1 apresentamos a introdução e relatos de alguns trabalhos em Econofísica na modelagem de mercado financeiros, bem como os objetivos a serem alcançados neste trabalho.

- No capítulo 2 apresentamos uma revisão de literaturas que abordam os conceitos e fórmulas de como são feitas algumas análises estatísticas; e a abordagem utilizada para fazermos as análises dos mercados financeiros.
- No capítulo 3 apresentamos a modelagem proposta para ajustar a série de retorno normalizada, os processos de colisão, a analogia do comportamento de um gás ideal com o mercado financeiro, os materiais e a metodologia usadas.
- No capítulo 4 apresentamos os resultados e discussão da nossa pesquisa.
- No capítulo 5 apresentamos a conclusão.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

2.0 Definição de séries temporais

Uma série temporal é qualquer conjunto ou sequência de observações ordenada a partir de um determinado índice, na maioria das vezes este índice é o tempo, mas poderá também ser função de algum parâmetro físico, como volume ou espaço, entre outros. Esta sequência de observações pode ser contínua ou discreta, não enumerável no caso contínuo, ou enumerável no caso discreto. Desta maneira são exemplos de séries temporais:

- Cotações diárias do dólar;
- Registros de óbitos mensais de um estado;
- Registros de temperaturas a cada minuto numa determinada cidade;
- Quantidades de multas aplicadas por dia nos infratores de uma cidade ou Estado;
- Registros de manchas solares anuais;
- Números de divórcios mensais ou anuais de um estado ou país;
- Entre outros.

Nas Figuras abaixo ilustramos alguns exemplos de séries temporais. Na Figura 1 está ilustrados os registros de manchas solares anuais no período de junho de 1749 a fevereiro de 2012.

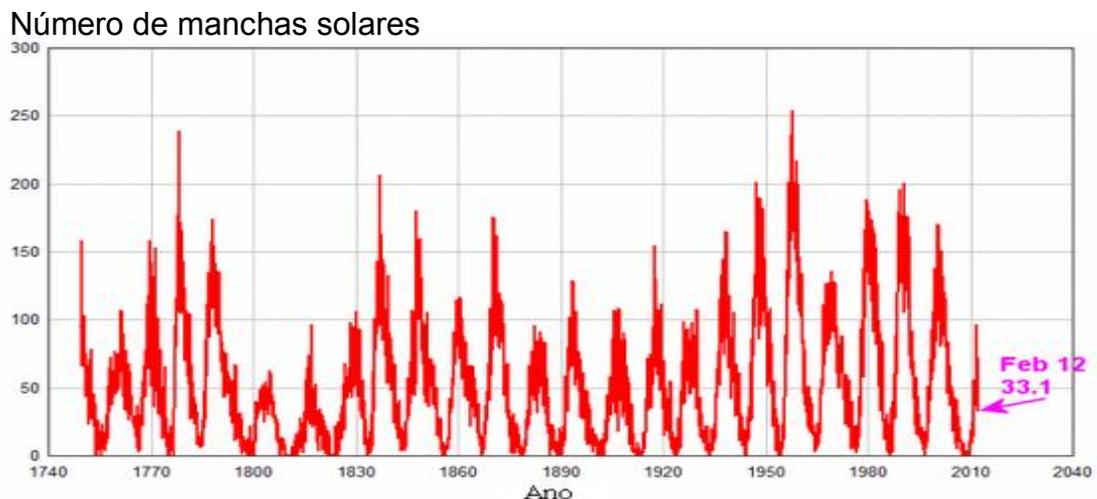


Figura 1: Número de manchas solares no período: junho de 1749 a fevereiro de 2012

Na Figura 2 estão ilustrado 3714 índices diários da bolsa do estado de São Paulo-SP IBOVESPA, no período de 04 de janeiro de 1997 a 26 de fevereiro de 2012.

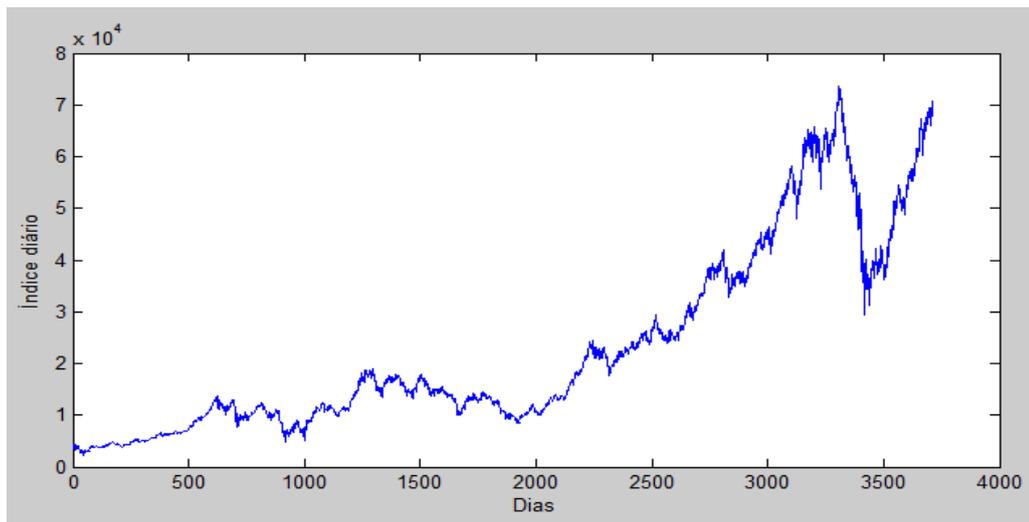


Figura 2: índice diário da bolsa de São Paulo-IBOVESPA, no período de 04 de janeiro de 1997 a 26 de abril de 2012.

Assim podemos definir uma série temporal como um conjunto Z_t , com seus elementos pertencente ao conjunto dos números reais e $t = 1, 2, 3, \dots, N$, onde t é o índice cronológico e N a quantidade de observações, ou seja, uma série temporal é definida como

$$Z_t = \{z_t \in \mathbb{R} \mid t = 1, 2, 3, \dots, N\}.$$

De fato, o que designamos de série temporal, é uma parte entre muitas trajetórias que poderia ser observada. Por exemplo, podemos observar crescimentos anuais, mensais, semanais ou diários de um mercado financeiro, assim estamos olhando uma parte ou uma janela de uma trajetória.

Na literatura uma grande quantidade de trabalhos em séries temporais é encontrada, contudo a maioria trata de métodos para análise e previsão de séries temporais. Assim, o objetivo de se aplicar técnicas de análise e previsão para uma dada série temporal Z_t é identificar padrões presentes no histórico do conjunto de dados que se deseja analisar, criando um modelo que seja capaz de construir os próximos padrões temporais. O problema de previsão de séries temporais pode ser abordado, de forma bem genérica em dois domínios: domínio espectral e domínio temporal. No domínio espectral, a correta combinação das frequências é requerida para a determinação do espectro da série, já no domínio temporal, procura-se a

combinação correta dos retardos temporais para a determinação da estrutura temporal da série.

A abordagem no domínio temporal é a forma mais utilizada na literatura. A ideia é analisar certa janela temporal passada ou presente para prever os pontos futuros da série. A janela temporal é formada por pontos passados da série que contêm informações relevantes para determinação de pontos futuros. Os pontos que compõem a janela temporal são chamados de retardos temporais (ou *lags*), os quais podem ser qualquer ponto da série observada, localizada em qualquer instante de tempo.

Um fator primordial para se atingir uma boa previsão é a correta determinação dos retardos temporais relevantes. Desse modo, esses retardos poderão gerar estruturas de relacionamento entre os dados históricos, de tal modo que possam detectar as leis geradoras da série estudada. Essas estruturas de relacionamento de dados constituem um espaço de fase d – dimensional [13], em que d é a dimensão mínima que pode reproduzir tais relacionamentos.

Assim, os espaços de fase d – dimensional podem ser reconstruídos, de tal forma, que contenha toda a informação referente a uma série temporal. Há algumas justificativas teóricas que garantem a reconstrução do espaço de fase, sendo a primeira os quatro teoremas de F. Takens [14]. Há uma outra metodologia totalmente gráfica aplicada também a determinação dos retardos temporais relevantes, denominada de *lagplot* por Donald B. Percival e Andrew T. Walden [15] ou de *phase portrait* (retrato da fase) por Holger Kantz e Thomas Schreiber [16]. Essa metodologia consiste basicamente na construção de gráficos de dispersão através dos retardos temporais (Z_t vs Z_{t-1} , Z_t vs Z_{t-2} , Z_t vs Z_{t-3} , ...). Nesse caso, o aparecimento de alguma estrutura nos gráficos indica que há alguma relevância desse retardo temporal para a previsão. Essa técnica é limitada, pois precisa da interpretação humana, entretanto é um método bastante simples e facilmente aplicado.

Muitos outros fatores também influenciam o nível de detalhes usados: disponibilidade dos dados, precisão alcançável, custo de análise, etc.. Em situações onde a escolha apropriada das variáveis não é clara, podem-se tentar algumas alternativas a fim de escolher a que apresentar o melhor desempenho, ou seja, a

que representar melhor a série temporal estudada. Esta análise é tipicamente realizada durante o desenvolvimento do sistema de previsão através de simulações de dados históricos. Uma classe de decisões importante envolve três elementos temporais: o período da previsão, o horizonte da previsão e o intervalo da previsão.

O período da previsão é a unidade básica de tempo a qual as previsões são realizadas. Por exemplo, deseja-se prever a demanda por semana, onde no caso o período é uma semana. O horizonte da previsão corresponde ao número de períodos cobertos, no futuro, pela previsão. Desta forma, é possível requerer uma previsão para as próximas dez semanas, com uma análise semanal, assim o horizonte seria dez semanas e o período de uma semana. Finalmente o intervalo da previsão é a frequência com a qual novas previsões são preparadas.

Frequentemente, o intervalo da previsão é igual ao período, desta forma as previsões são revisadas a cada período, usando a demanda de período mais recente e outra informação corrente como base para as revisões. Se o horizonte tem o mesmo comprimento, por exemplo, T períodos, e a previsão é revisada a cada período T , diz-se que se está operando com uma base de horizonte móvel.

Outro aspecto para a definição do problema é a forma requerida da previsão. É conveniente conceber a variável de interesse como uma variável aleatória com uma distribuição de probabilidades desconhecida. O problema de decisão pode requerer uma estimativa de alguma característica desta distribuição de probabilidades, tal como a média, mediana ou valor mais provável, ou ainda, como medida de incerteza, com estimativas do desvio padrão, percentuais, ou um intervalo contendo uma alta probabilidade e um determinado valor. Também é importante considerar a disponibilidade de dados históricos sobre o problema, a precisão e a representatividade estatística de tais dados, sendo estas essenciais para o sucesso da previsão.

2.1 Abordagens Utilizadas pela Econofísica para Análise de Séries Temporais Econômicas-Financeiras

O termo “Econofísica” foi introduzido por Eugene Stanley em meados de 1994, anos depois o livro intitulado *An Introduction to Econophysics: Correlations e Complexity in Finance* escrito por Mantegna e Stanley foi publicado [1]. Esse novo e promissor campo usa abordagens físicas para explicar e analisar fenômenos advindos do sistema econômico, por este se tratar de um caso particular de sistema complexo. Entretanto, antes do aparecimento do termo “*Econophysics*”, as duas áreas já tinham se cruzado em trabalhos de Mandelbrot [3, 4] e Bachelier [2], por exemplo.

Em 1900, Bachelier propôs uma explicação para as flutuações do mercado, que na teoria neoclássica [2] são consideradas como um “ruído” causado por “choques” imprevisíveis que ocorrem devido a fatores que não dependem do sistema econômico. Ele propôs uma explicação que introduziu a teoria de passeio aleatório (*Random Walk*) [17], que mais tarde foi desenvolvida de forma independente por Einstein para explicar o movimento browniano. Na época a Teoria de Bachelier foi considerada muito estranha para ser levada a sério pelos economistas. Em 1960, o matemático Benoit Mandelbrot mostrou que as flutuações na série dos preços de algodão seguem uma distribuição que difere do que o esperado, que é um processo gaussiano típico, onde cada evento ocorre de forma aleatória e independentemente de todos os outros [3].

A ideia de que a física pode contribuir com a economia surgiu porque os dois campos estão preocupados com os sistemas que contêm muitos componentes. Tais sistemas são compostos por elementos que interagem entre si e obedecem a regras específicas. A Física Estatística descreve o comportamento de uma matéria com massa sob forças que atuam entre átomos e moléculas. Enquanto, que a Economia estuda as interações entre os agentes econômicos - *market traders*, ou empresas. [18] Esse trecho foi baseado na discussão realizada por Philip Bull no artigo *Econophysics: Culture Crash* publicado na revista Nature em 2006. Nessa época, Bull abordou os aspectos positivos e negativos da atuação da Econofísica na análise de fenômenos econômico-financeiros. Tal discussão teve origem com a publicação

do artigo “Worrying trends in econophysics” de Gallegati *et al.* [19]. Esse trabalho discutiu o receio de algumas tendências nas análises da Econofísica em áreas da Economia onde os dados são muito escassos e menos confiáveis. Em meio a tal discussão, McCauley publicou o artigo “Response to Worrying Trends in Econophysics” [20] e Tiziana Di Matteo Tomaso Aste publicaram no periódico *The European Physical Journal B* o artigo “No Worries”: Trends in Econophysics [21] que destaca onze contribuições a partir de importantes pesquisas da área:

- Universalidade em sistemas econômicos;
- Flutuações e ruídos em séries temporais financeiras;
- Modelos de riqueza e de distribuição de renda;
- Fenômenos emergentes no comportamento agregado;
- Uma abordagem para mecânica estatística não exaustiva;
- Transições de fase em sistemas socioeconômicos;
- Novas abordagens teóricas para interação de agentes;
- Comportamentos coletivos racionais *versus* irracionais na interação de modelos baseados em agentes;
- Impacto mecânico e informativo de ordens de negociação nos preços;
- Métodos para distinguir entre correlação e ruído;
- Filtragens de correlação.

Assim, após doze anos a grande e crescente maioria das publicações abordam empiricamente os fenômenos econômicos utilizando ferramentas e teorias da Física. De forma geral, grande parte dos artigos com abordagens da Econofísica utiliza métodos da Estatística e da Física Estatística para analisar as séries temporais de preços de ações. Tradicionalmente, o objetivo em economia é a avaliação de riscos no mercado financeiro através da observação dos preços de um ativo ou índice financeiro. Essas análises geralmente tomam como base a série de retornos

$$\Delta Z = Z_t - Z_{t-1}, \quad (1)$$

ao invés do uso da série de preços original.

A série de retornos nada mais é que a série de medidas de perdas ou ganhos ao longo de um determinado período. Na Equação 1 ΔZ é o retorno, Z_t é o

valor observado no tempo t e Z_{t-1} é o valor observado no tempo $t - 1$, ou seja uma unidade de tempo antes de Z_t . Nela pode ser capturado o movimento dos preços de uma determinada ação ou índice. Essa variação de preços entre os instantes $t - \lambda$ e t dada pela série de retorno, quantifica o quanto um determinado ativo variou num determinado intervalo λ .

Para os economistas a amplitude das séries de retornos é conhecida como a volatilidade de uma ação num determinado período, e podem conter correlações de longo alcance persistentes por vários meses [1]. A investigação dessa série é válida porque contém informações interessantes para investidores e porque possuem propriedades estatisticamente mais atrativas que a série de preços [22].

Geralmente, as séries de retornos têm apresentado algumas características comuns, a partir de estudos empíricos em diversos mercados. A esses padrões se dá o nome de fatos estilizados. Em ciências sociais, principalmente na Economia, um fato estilizado é uma apresentação teórica simplificada de um fenômeno que foi constatado empiricamente. Nas séries de retornos os principais fatos estilizados encontrados são [23, 24]:

1. Tendências: Representa um movimento ascendente ou descendente nos valores das observações de uma série temporal. Geralmente, não são encontradas nas séries de retornos, sendo uma característica mais comum nas séries de taxas de câmbio [25]. Nas Figuras 3 e 4 temos exemplos de tendências



Figura 3: Preço das ações Telebras.

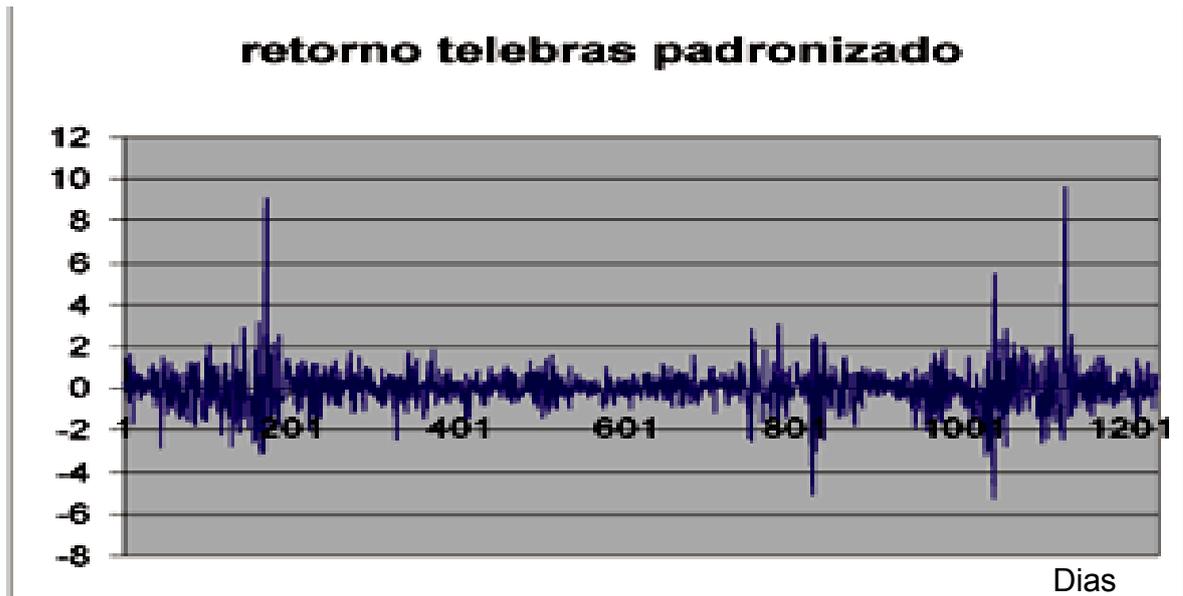
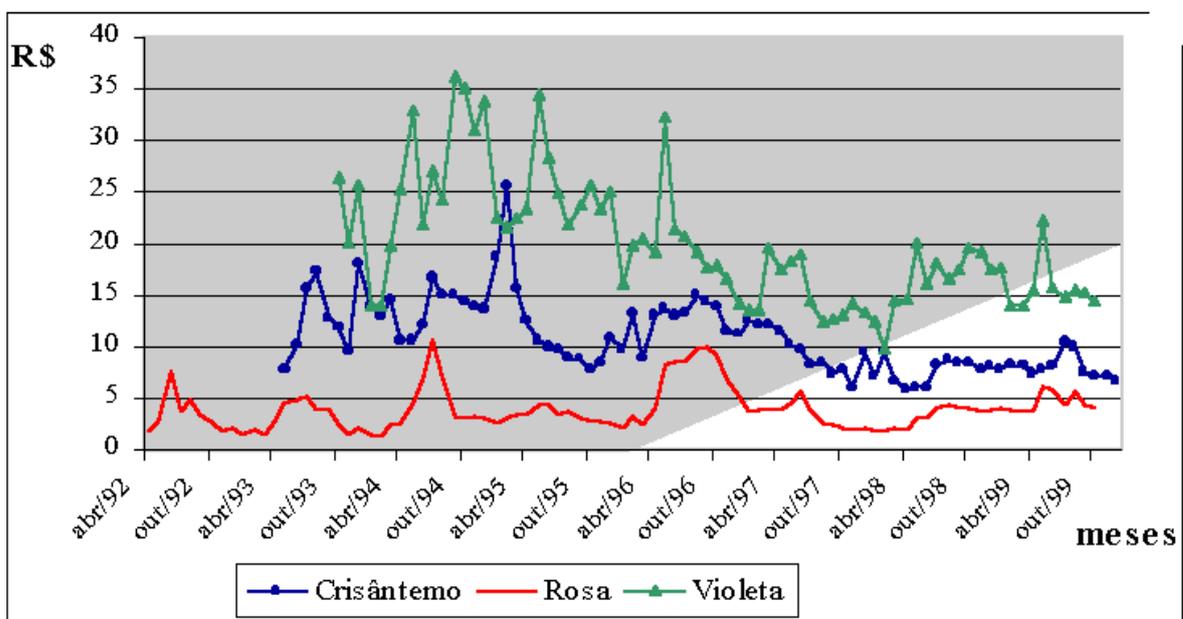


Figura 4: Retornos das ações Telebrás

2. Sazonalidades: Movimento da série temporal com características semelhantes que ocorrem num determinado tempo. Ela é mais encontrada em séries intradiárias [26]. Na Figura 5 há um exemplo de sazonalidade



Preços praticados de rosas, crisântemos e violetas na CEAGESP-SP, em períodos variados.

Figura 5: Preços praticados de rosas, crisântemos e violetas na CEAGESP-SP.

3. Eventos extremos: De forma geral, a volatilidade é menor em momentos de alta e maior em momentos de baixa [27, 28]. Tal fato contribui para a ocorrência de eventos extremos semelhantes a *Black Monday* em 1987, ilustrado na Figura 6

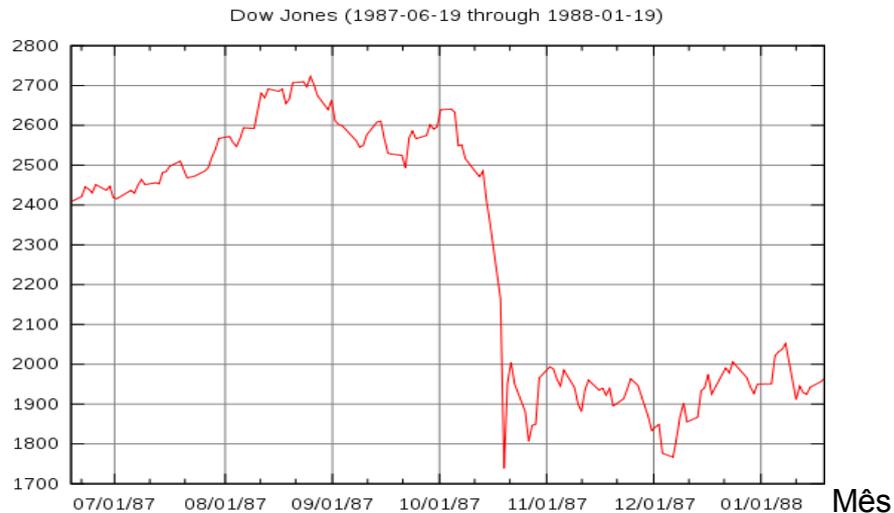


Figura 6: Black Monday em 1987, índice Dow Jones

4. Heteroscedasticidade: As séries representam uma forte dispersão em torno de uma média. Nos retornos, grandes variações de preço geralmente são seguidas por outras grandes variações e o mesmo acontece com pequenas variações (agrupamentos de volatilidades) [29].

5. Não linearidade: retornos de ativos em geral não apresentam dependência linear, exceto em altas frequências [24]. Pois, responde de maneira diferente a choques grandes ou pequenos e a choques positivos ou negativos.

6. Caudas pesadas: a distribuição dos retornos empiricamente possui uma distribuição de caudas pesadas (leptocúrtica). Ou seja, valores extremos ocorrem com maior probabilidade do que numa distribuição Normal, mesmo que a forma exata ainda seja difícil de determinar [5,3, 4].

Muitos dos fatos estilizados apresentados são correlacionados e são alvo de intensas pesquisas. Diversas análises encontradas na literatura [1, 30, 29, 31, 32] são focadas na distribuição dos retornos das ações descrita na Equação $\Delta Z = Z_t - Z_{t-1}$. A ideia é quantificar a volatilidade num dado intervalo T . Uma fórmula similar a

séries de retornos ΔZ é a Equação 2 [33]. Essa fórmula nada mais é que a Equação da série de retornos normalizada.

$$G(t) = \ln Z(t + \Delta t) - \ln z(t) \cong \frac{Z(t+\Delta t) - Z(t)}{Z(t)} \quad (2)$$

sabendo que Δt é o intervalo de amostragem. O valor de $G(t)$ descreve a amplitude das flutuações, como pode ser visto na Figura 7.

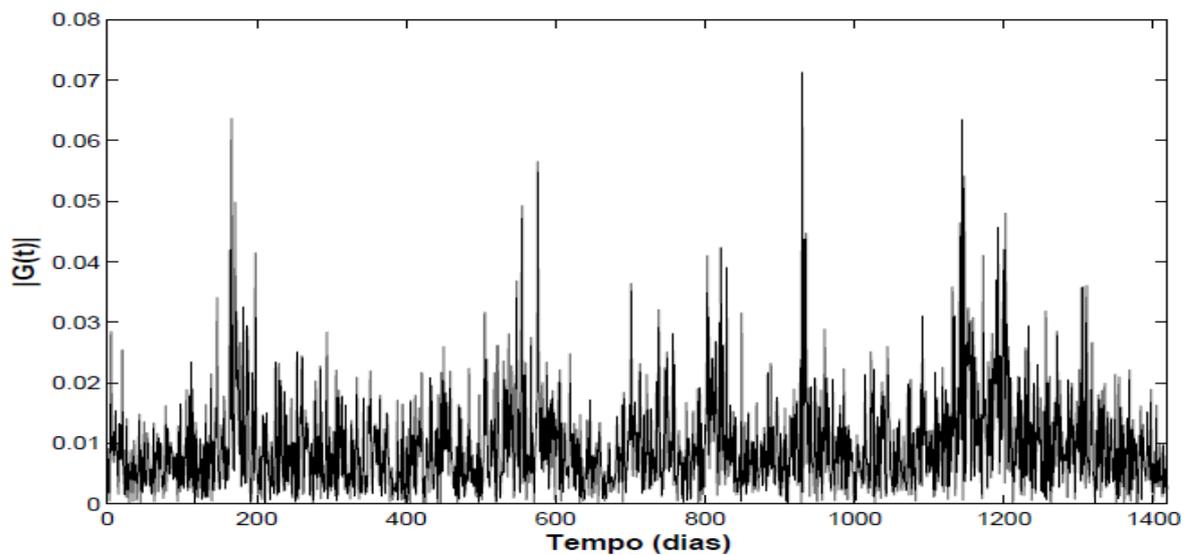


Figura 7: Série de resíduos do Índice Dow Jones de 01 de janeiro de 1998 até 26 de agosto de 2003.

Várias análises são realizadas com base nas séries de retornos e grande parte da comunidade científica da Econofísica tem ajustado tais dados por uma lei de potência. Uma lei de potência, fisicamente, é uma relação entre dois escalares x e y , que pode ser escrita como na Equação 3,

$$y = cx^k \quad (3)$$

A vantagem de modelar sistemas através dessa relação é que se trata de uma simples proporção, que depende apenas de duas constantes c e k , onde c é a constante de proporcionalidade e k é o expoente da lei. Desse modo, um fenômeno

caracterizado por uma lei de potência depende apenas das constantes. Essa função matemática é bastante utilizada na análise de diversos fenômenos [34, 9, 35].

Diversos trabalhos analisam as séries de retorno através de métodos da Física Estatística [31, 29, 36, 37, 38, 6]. Diversos trabalhos têm utilizado as leis de potência nas ciências econômicas, sendo utilizadas para analisar flutuações de índices, preços de ações de companhias individuais, comportamento das bolsas de valores e a volatilidade dos mercados. Por exemplo, as flutuações no índice S&P 500 são dezesseis vezes menos frequentes cada vez que o seu valor é dobrado [39].

Leis de escalas também foram observadas no índice S&P 500 por Mantegna e Stanley [6]. Uma lei de potência semelhante foi encontrada para os preços de ações de companhias individuais [38]. Leis de potência foram observadas nas bolsas de Milão [40], na bolsa de São Paulo [32], em taxas de câmbio [41, 42] e ainda foram observadas em volatilidade dos mercados [33, 43]. A aplicação da lei de potência em diversas áreas já é bem difundida na literatura [31, 29, 36, 37, 38, 6], desse modo com a aplicação dessa relação pretende-se descrever a distribuição estatística de determinado fenômeno.

Os pesquisadores também têm utilizado tal lei para descrever outros sistemas complexos como: terremotos, redes sociais, queimadas, deslizamentos de terra. Em sistemas complexos, as distribuições por lei de potência [6, 29, 36] indicam que eventos raros ocorrem com probabilidades que não podem ser desconsideradas, por exemplo, no caso de um grande tremor de terra ou uma grande queimada. A questão é que a maioria dos sistemas complexos em ciências naturais e sociais que apresentam transições raras e repentinas (eventos extremos) ocorre em intervalos de tempo curtos, em comparação com as escalas de tempo características do fenômeno. Tais eventos expressam mais que qualquer outra coisa as “forças”, que geralmente estão escondidas num quase equilíbrio perfeito. A compreensão científica desses fenômenos fornece um melhor entendimento de sistemas complexos.

A questão é como a dinâmica de um sistema complexo é afetada quando o sistema sofre um evento extremo. Normalmente, utiliza-se uma lei de potência para

explicar a relação entre um evento extremo e a probabilidade desse evento ocorrer, quanto maior for a intensidade de um evento extremo, menor é a probabilidade que esse evento ocorra.

Entretanto, na literatura outras abordagens foram propostas para tratar as séries de retorno utilizadas. Em 1900, Bachelier [2] propôs o movimento Browniano para modelar o processo estocástico dos retornos. Com base no teorema do limite central, esta abordagem concluiu que o retorno sobre uma escala de tempo Δt segue uma Distribuição Gaussiana. Outros trabalhos desenvolvidos por Mandelbrot [3, 4], Fama [5] e Mantegna e Stanley [6] afirmaram que a distribuição dos retornos pode ser aproximada por uma distribuição de Levy.

Outros estudos também analisaram o retorno das séries. Eberlein *et al.* [7] ajustou uma Distribuição Gaussiana Inversa com decaimento assintótico por uma lei de potência multiplicada por uma Distribuição Exponencial e Longin [8] estudou a distribuição dos valores mínimos e máximos, utilizando uma Distribuição de Fréchet. Recentemente, Queiros *et al.* [9] propôs o ajuste dos dados financeiros com uma distribuição q-Gaussiana. Podobnik *et al.* [10, 11] analisou cerca de 8000 ações da Nasdaq e da Bolsa de *Nova York* (registros anuais). Nestes trabalhos, a região central da função de densidade de probabilidade (fdp) dos retornos agregados são aproximados por uma Distribuição de Laplace (dupla exponencial).

Dentre tantas abordagens, ainda não existe uma explicação consolidada para explicar a dinâmica dos mercados de ações. Alguns autores também utilizam Distribuições Exponenciais para descrever as séries de retorno [44,45, 46, 47, 48, 49, 50]. Essa abordagem é utilizada na literatura para descrever algumas características do mercado de ações. Cont *et al.* [51] propôs o uso da Distribuição Exponencial truncada para analisar a série de retornos. Laherrere e Sornette [50] ajustaram as distribuições dos retornos das ações com uma Distribuição Exponencial do tipo (*Stretched-Exponential function*), ou também chamada como exponencial esticada (ou alongada). Takayasu *et al.* [52] analisou os dados das taxas de câmbio iene-dólar, utilizando também uma (*Stretched-Exponential function*) investigou o rápido crescimento de várias mudanças de preços, que se dá o nome de hiperinflação, ajustando por uma distribuição desse tipo [53]. Kim e Yoon [54]

estudou o comportamento dinâmico dos títulos futuros da KOFEX (*Korean Futures Exchange market*) usando uma exponencial alongada. Yakovenko utilizou uma Distribuição Exponencial para estudar a distribuição de renda dos agentes computacionais e dos mercados americano e inglês [45, 46, 55].

Outras análises também foram feitas em torno das séries de retornos dos mercados desenvolvidos e em desenvolvimento, Matia *et al.* [34] utilizou as leis de potência para descrever a *fdp* de ações dos Estados Unidos (mercado desenvolvido), enquanto que a Distribuição Exponencial foi utilizada para analisar o mercado indiano (mercado em desenvolvimento). Entretanto, Distribuições Exponenciais também foram encontradas no mercado americano [55]. Yakovenko ajustou uma distribuição exponencial e uma lei de potência a *fdp* dos retornos de ações, utilizando diversos horizontes de tempo (variando de uma hora a um mês). Enquanto, menores janelas tinham uma distribuição que segue uma lei de potência, a maioria das janelas era bem ajustada por uma distribuição exponencial.

Entre as várias abordagens utilizadas para modelar a dinâmica da volatilidade dos mercados financeiros (retornos), a função densidade de probabilidade (*fdp*) [34, 10, 11, 51] é extremamente relevante. A *fdp* é uma função usada para representar a distribuição de probabilidade de uma determinada variável. Em Econofísica, esta análise representa a relação entre as altas e baixas volatilidades com a probabilidade de ocorrência de cada uma. Esta informação pode ser utilizada para compreender os fenômenos econômicos dos mercados e fornecer novos *insights* sobre as flutuações econômicas, eventos extremos como falhas e alta valorização no valor de ações dos mercados, a evolução temporal do dinheiro, etc [55, 98, 43, 31, 30, 1].

Neste cenário, a Econofísica é vista como uma alternativa para análise de séries temporais financeiras. Métodos e procedimentos anteriormente utilizados para descrever comportamentos de terremotos, queimadas em florestas e ou interação de partículas de gases podem ser utilizados para descrever tais mercados.

Capítulo 3

Modelagem Proposta

3.0 Modelagem Proposta

Basicamente, o mercado de ações ou bolsa de valores é uma entidade pública utilizada para a negociação de ações (papeis de empresas) ou derivativos a um determinado preço que é acordado entre compradores e vendedores. As ações são listadas e negociadas em diversas bolsas de valores pelo mundo. Tais organizações são especializadas na listagem de títulos e valores mobiliários para negociação entre os interessados. O mercado acionário é uma das principais fontes para uma empresa arrecadar dinheiro. Esse artifício permite que o capital de uma determinada organização seja aberto, ou que ela aumente o capital através da venda de ações de propriedade da empresa num mercado público.

De forma geral, cada país possui um mercado onde são negociadas as ações das empresas daquele país. Entretanto, geralmente grandes bolsas também negociam ações de grandes empresas estrangeiras. Por exemplo, o maior mercado acionário dos Estados Unidos, por capitalização de mercado, é o *New York Stock Exchange* (NYSE). No Canadá, o maior mercado de ações é a Bolsa de Valores de Toronto. Na Europa os principais mercados incluem a *Amsterdam Stock Exchange*, a Bolsa de Londres, Paris *Bourse* e a Bolsa de Valores de Frankfurt. Na África, os maiores exemplos são a *Nigerian Stock Exchange* e a *Johannesburg Stock Exchange* da África do Sul. No mercado asiático a Bolsa de Cingapura, a *Tokyo Stock Exchange*, a Bolsa de Valores de Hong Kong, *Shanghai Stock Exchange* e a *Bombay Stock Exchange* da Índia são as mais representativas. Na América Latina, as principais são a BM&FBovespa do Brasil e da BMV do México.

Basciamente, no mundo existem dois tipos de economias: mercados “quentes” e mercados “frios”. O primeiro tipo possui uma volatilidade maior causada normalmente pela instabilidade, ou insegurança da economia de um dado país. Geralmente, esses mercados são encontrados nos países em desenvolvimento. O

segundo tipo de economia normalmente são encontrados em países estabelecidos que deem confiança aos investidores externos, tornando o mercado mais estável.

A volatilidade [1, 56, 57] é uma medida estatística de desvio dos retornos para uma dada ação ou índice de mercado. Esse valor pode ser estimado usando alguma medida de dispersão, como média de diferenças, variância ou desvio padrão calculada em torno das séries de retornos de uma ação. Com base em estudos anteriores [47, 34, 48, 49] mostraram que a *fdp* da série de retornos também pode ser bem ajustada por uma distribuição exponencial. Matia *et al.* [34] observou que a *fdp* do mercado indiano é bem ajustado por uma distribuição exponencial, enquanto que a *fdp* da volatilidade dos mercados americanos seguem uma lei de potência. O trabalho de Matia sugere que existam, de fato, duas classes de mercados governados por diferentes leis.

A função de densidade de probabilidade é muito abordada na literatura porque descreve a relação entre altas e baixas volatilidades. Tal relação é justamente o que caracteriza se um mercado é “quente” ou “frio”, já que em mercados em desenvolvimento existe uma maior probabilidade da ocorrência de eventos extremos, retratado por grandes altas ou baixas na volatilidade. Esta análise pode ser usada para entender a dinâmica dos mercados e fornecer novas ideias sobre as flutuações econômicas, eventos extremos como falhas e valorização de alta no valor dos mercados de ações e evolução temporal do dinheiro [29, 55, 43, 31, 30, 1].

A proposta desse trabalho é descrever e analisar o comportamento dos diferentes tipos mercados, baseado na teoria do gás ideal. Um gás ideal é um modelo teórico que consiste de um conjunto de partículas que se movem aleatoriamente. A interação entre as partículas desse gás é fraca ou quase inexistente. Assim, se o mercado de ações é composto por agentes ou ações que podem ser vistos como partículas, há duas hipóteses que podem ser usadas para explicar a dinâmica dos mercados. A primeira é a hipótese do *random walk* [58, 59], essa suposição afirma que as partículas não interagem uma com as outras. Essa hipótese é uma formalização matemática que física e intuitivamente passa a ideia de vários passos consecutivos, sendo cada uma numa direção aleatória. Essa formalização é descrita na Equação 4

$$Z_t = Z_{t-1} + r_t . \quad (4)$$

Em que Z_t é a observação atual e Z_{t-1} e a observação imediatamente posterior a Z_t e r_t é um termo de ruído com uma distribuição normal com média zero e desvio padrão σ ($r_t \approx N(0, \sigma)$).

A segunda é a hipótese do passeio não aleatório, que afirma que as partículas interagem fracamente entre si. Desse modo, qualquer que seja a abordagem o mercado pode ser visto como um modelo generalizado de um gás ideal. Dessa maneira, a partir da suposição que o mercado de ações é constituído por partículas (agentes), podem-se considerar duas alternativas: ou essas partículas não interagem entre si (hipótese *random walk*), ou interagem fracamente (hipótese de não existir um *random walk*). Em ambas, o sistema pode ser encarado como um gás ideal [60].

3.1 Teoria da colisão

Considere uma partícula com uma velocidade v , seja $p(E)$ a probabilidade dessa partícula sobreviver até uma energia E sem sofrer colisão. É claro que quando a energia $E \rightarrow 0$, a probabilidade $p(0) = 1$, ou seja, a partícula tem chance de 100% de sobreviver sem sofrer colisão. De outra maneira, a probabilidade $p(E)$ de sobrevivência diminui quando a energia E aumenta. E assim $p(E) \rightarrow 0$ quando $E \rightarrow \infty$. O gráfico de uma função de sobrevivência $p(E)$ versus E tem a forma da Figura 8

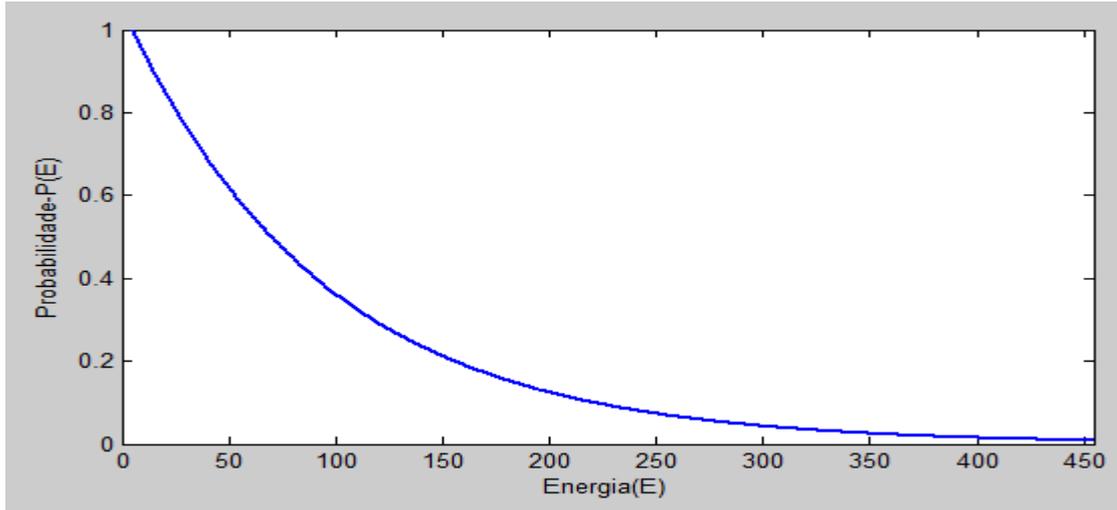


Figura 8: O gráfico descreve a probabilidade de sobrevivência de uma partícula sem sofrer colisão até uma energia E .

Para descrever a colisão, consideremos $w dE$ a probabilidade de uma partícula sofrer uma colisão entre a energia E e $E + dE$, desta maneira w é a probabilidade, por unidade de energia, da partícula sofrer uma colisão ou a taxa de energia. Irá ser assumido que a probabilidade w é independente de v . Contudo, em geral, w pode depende da velocidade v (ou energia) da partícula em particular considerada, tal que $w = w(v)$.

Conhecendo a probabilidade w , é possível calcular a probabilidade de sobrevivência $p(E)$. Isto pode ser feito da seguinte maneira: a probabilidade de uma partícula sobreviver a uma energia $E + dE$ sem sofrer colisão é igual a probabilidade de uma partícula sobreviver a uma energia E sem sofrer colisão, multiplicada pela probabilidade de não sofrer colisão entre o intervalo de energia E e $E+dE$. A Equação abaixo descreve este fenômeno

$$p(E + dE) = p(E)(1 - wdE), \quad (5)$$

da Equação acima segue que

$$p(E) + \frac{dp(E)}{dE} dE = p(E) - p(E)w(E),$$

ou

$$\frac{1}{p(E)} \frac{dp(E)}{dE} = -w \quad (6).$$

Entre as colisões, a velocidade v da partícula não muda, deste modo a probabilidade w , se é considerada uma função de v , pode ser considerada uma constante independente da energia. A integral da Equação (6) é imediata e dada por

$$\ln p(E) = -wE + \text{constante}$$

ou

$$p(E) = ae^{-wE},$$

a constante de integração a pode ser determinada pela condição que $p(0) = 1$. Portanto, $a = 1$ e

$$p(E) = e^{-wE} \quad (7)$$

3.2 Analogia com o Mercado

Todas as partículas têm uma velocidade, ou uma energia, que podem ser comparadas com os preços das ações. Então, se uma partícula pode mudar sua energia (ou velocidade), da mesma forma uma ação pode ter seu preço alterado. Estas mudanças nos preços das ações têm o mesmo comportamento da mudança na energia (ou velocidade) de uma partícula. Dessa forma estamos usando a teoria das colisões para explicar como estas mudanças de energia (ou velocidade) ocorrem no mercado financeiro. Por essa teoria, entendemos que quanto mais tempo um agente fica no mercado menor é a probabilidade de permanecer com seu capital inalterado sem sofrer perdas ou ganhos de capital até uma energia E . Semelhantemente quanto menor a energia que um agente tenha no mercado maior é a probabilidade dele permanecer com seu capital inalterado. E se essa energia for mínima, quando $E \rightarrow 0$, então $p(E) \rightarrow 1$.

3.3 Material e Método

Os dados de nossa pesquisa são as séries temporais econômicas e financeiras obtidas em diferentes órgãos ou instituições específicos de cada área. Estamos

trabalhando com índices de preços de séries temporais de cinco mercados financeiros de cinco países, são eles China, com a bolsa de valores de Xangai, ou *Shanghai Stock Exchange (SSE)*, Índia (A Bolsa de Valores de Bombaim-*Bombay Stock Exchange Limited (BSE)*, Seu principal índice que funciona como barômetro é o BSE SENSEX), Brasil (Bolsa de valores de São Paulo - BM&FBovespa e seu principal índice econômico é o IBOVESPA), França (Cotation Assistée en Continu-CAC) e Estados Unidos (National Association of Securities Dealers Automated Quotations - NASDAQ). Três destes cinco mercados estão em desenvolvimento, é o caso da China, Índia e Brasil. Os outros dois, França e Estados Unidos são desenvolvidos.

Nossos dados das séries temporais financeiras foram coletadas do site <http://br.financas.yahoo.com/>. As séries são datadas do dia 04 de janeiro de 2000 ao dia 26 de abril de 2012. E estamos observando as séries de fechamentos ajustados.

3.4 Metodologia

Com a coleta de dados de séries temporais de índices de mercados financeiros espalhados pelo mundo, vamos definir empiricamente uma distribuição estatística que melhor se aplique aos dados e confrontá-la com a modelagem gerada. Assim estaremos modelando estes índices de mercados financeiros.

De forma geral, grande parte dos artigos com abordagem da Econofísica utiliza métodos Estatísticos e Físicos para analisar as séries temporais de índices de preços de ações. Essas análises geralmente tomam com base a série de retorno ($\Delta Z = Z_t - Z_{t-1}$), em lugar da série de preço original. A série de retornos nada mais é que a série de medidas de perdas e ganhos ao longo de um determinado período. A ideia é quantificar a volatilidade.

Na nossa análise estamos usando uma fórmula similar a série de retornos ($\Delta Z = Z_t - Z_{t-1}$), que é a Equação (8) da série de retorno normalizada pelo desvio padrão da série de retorno, veja a Equação abaixo:

$$G(t) \cong \frac{|\ln Z(t+\Delta t) - \ln z(t)|}{\sigma} \quad (8)$$

Onde $\Delta t = 1 \text{ dia}$, Z_t o valor do índice de mercado no tempo t e σ é o desvio padrão da série de retorno.

Tendo a série de retorno normalizada, tomamos uma janela de 24 meses, ou dois anos, e percorremos toda a série com passos de três meses para observarmos a amplitude das flutuações das séries temporais. Por meio desse método, vamos verificar a volatilidade dos índices de mercados financeiros. E assim observar o comportamento dos mercados. Se o mercado é muito volátil, então ele não tem uma economia estável, é o caso dos mercados dos países subdesenvolvidos ou em desenvolvimento, se é pouco volátil, sua economia é estável, é o caso de países desenvolvidos.

Na modelagem da série de retorno normalizada, estamos usando a distribuição exponencial na Equação abaixo:

$$p(E) = ae^{-bE} , \quad (9)$$

com $a, b \in \mathbb{R}$, estes parâmetros serão ajustados para fitar a volatilidade dos mercados. A escolha deste função, foi pelo motivo de ter um ajuste melhor do que a lei de potência dada por

$$y = aE^{-k}$$

Para modelagem estamos usando a *toolbox curve fitting do software Matlab*. E também vamos usar os pontos de risco de um país para comparar nossos resultados.

O Risco-País é uma medida que visa classificar o risco geral de um país. Esta medida visa calcular o nível de instabilidade econômica de um país. O índice EMBI+ (Emerging Markets Bond Index Plus) é a medida mais utilizada pelo mercado para expressar o nível de risco de um país e é calculado pelo banco de investimentos americano J. P. Morgan. O Emerging Markets Bond Index – Brasil (EMBI+ Brasil) é um índice que reflete o comportamento dos títulos da dívida externa brasileira. Portanto, O Risco-Brasil, seria uma medida do nível de risco do Brasil.

Capítulo 4

Resultados e discussão

4.0 Resultados e Discussão

Apresentaremos neste seção os resultados de nossa análise das séries de retornos normalizadas para os índices de mercado dos países Brasil, China, Índia, Estados unidos e França Vamos mostrar primeiro nossa análise do brasil.

4.1 Análise da volatilidade do mercado Brasileiro

Na Figura abaixo mostramos os gráficos da série de retorno IBOVESPA normalizada pelo desvio padrão e os ajustes pela distribuição exponencial e pela lei de potência

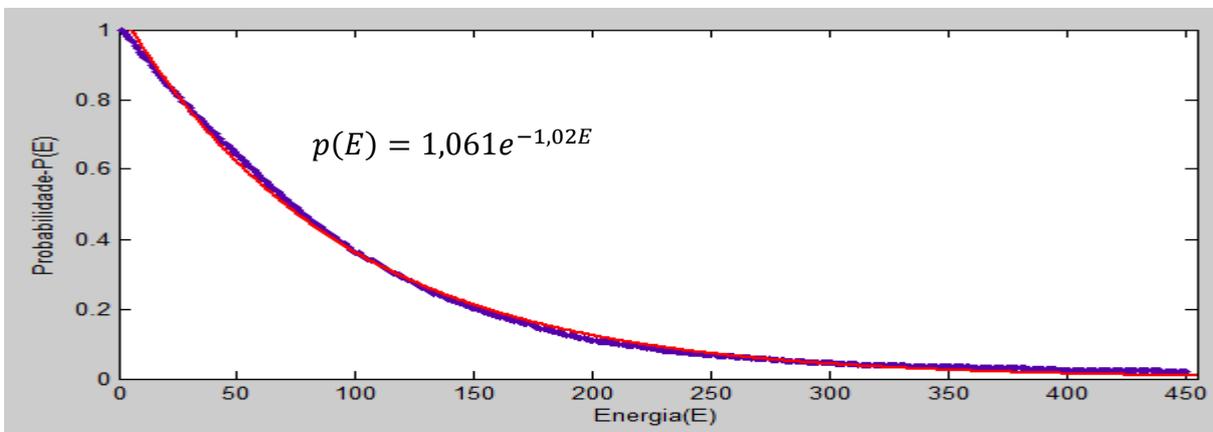


Figura 9: gráfico da série de retorno IBOVESPA normalizada pela função exponencial.

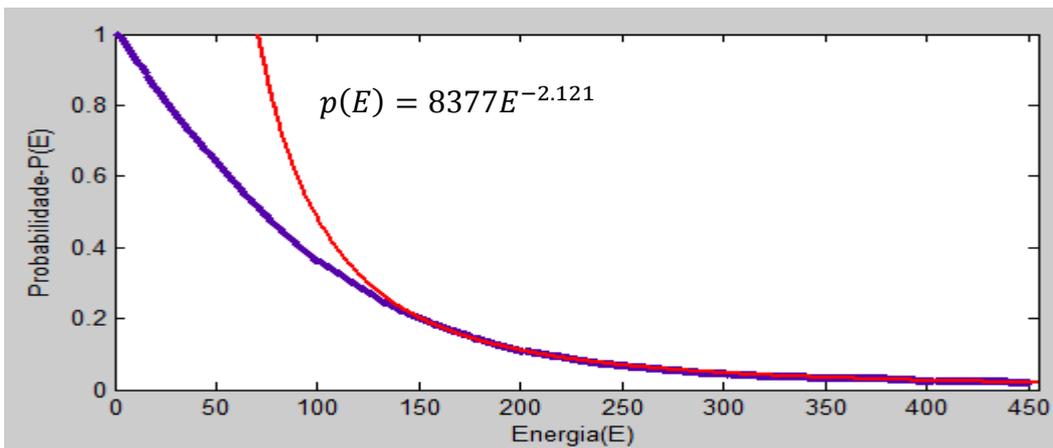


Figura 10: gráfico da série de retorno IBOVESPA normalizada pela lei de potência.

No gráfico da Figura 9 temos a série de retorno normalizada descrita pela curva azul e o ajuste é dado pela curva vermelha. A curva vermelha é o nosso ajuste da série pela função de distribuição exponencial que é a nossa *fdp*.

$$p(E) = 1,061e^{-1,02E}$$

Na Figura 10 temos o gráfico da série de retorno normalizada descrita pela curva azul; e o ajuste pela curva vermelha é dado pela lei de potência

$$p(E) = 8377E^{-2.121}$$

Observamos que a função exponencial ajusta melhor nossos dados do que a lei de potência. A lei de potência ajusta muito bem a cauda de nossa curva gerada pelos dados, mas a função exponencial ajusta melhor todos os dados e não só cauda. O ajuste de nossos dados pela lei de potência teve uma soma de erro quadrático-SSE de 0.0945, enquanto a função exponencial teve um SSE de 0.0597. Observe que a função exponencial tem ajustado melhor esses dados que a lei de potência. E por essa razão escolhemos a função exponencial para ajustar os dados das séries de fechamentos ajustados.

Abaixo temos os mesmo gráficos das Figuras acima na escala *log – log* que também mostra-nos o quanto a distribuição exponencial ajusta bem os dados.

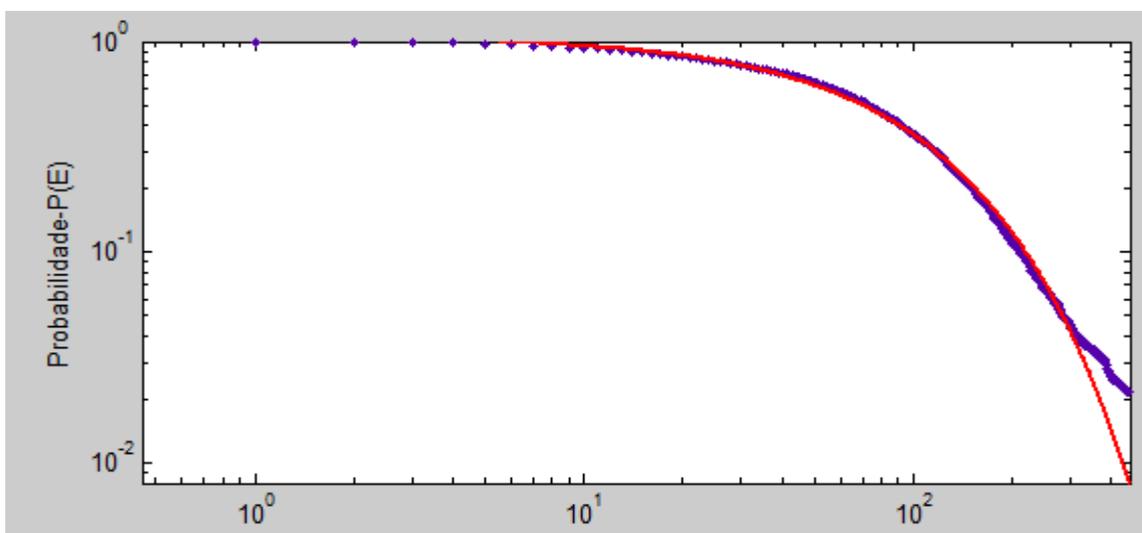


Figura 11: gráfico da série de retorno IBOVESPA Normalizada e ajustada pela função exponencial na escala *log – log*

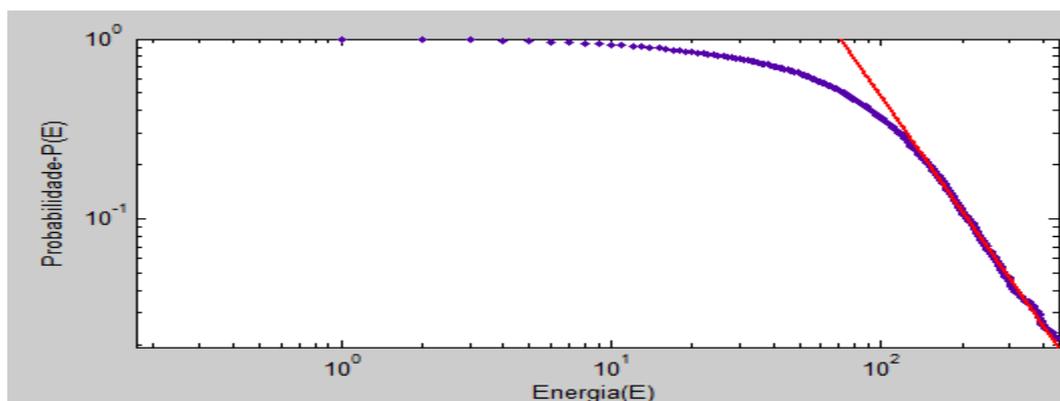


Figura 12: gráfico da série de retorno IBOVESPA Normalizada e o ajuste pela lei de potência na escala $\log - \log$.

Nestes gráficos podemos fazer a análise da probabilidade de perdas e ganhos de um investidor no mercado financeiro. Isso, porque a nossa f_{dp} descreve a probabilidade de um investidor permanecer com seu capital inalterado. Assim a variável E descreve a energia ou o tempo de vida médio no mercado e $p(E)$ a probabilidade de um agente sobreviver até a uma energia sem sofrer colisão ou permanecer com seu capital inalterado, o expoente b é o inverso de uma pseudo temperatura que mede a agitação do mercado.

Deste modo podemos observar que quanto mais energia ou capital um investidor tem no mercado, menor é a probabilidade de conservar o capital no mercado sem sofrer colisão (perda ou ganho de capital).

4.2 Análise da volatilidade da série IBOVESPA

Fizemos a análise da série de retornos com espaçamento de três meses e uma janela de dois anos, iniciamos no dia 04 de janeiro de 2000 até o dia 26 de abril de 2012. Assim para cada ano vamos ter quatro observações do expoente b , até o ano de 2010, porque nossa janela é de dois anos. A tabela a seguir mostra os valores dos expoentes b 's usado para ajuste na distribuição exponencial para cada três meses de observação da série de retorno da IBOVESPA:

Tabela 1: valores dos expoentes b 's da série IBOVESPA por trimestre.

Ano	$b(1^{\text{o}} \text{ trimestre})$	$b(2^{\text{o}} \text{ trimestre})$	$b(3^{\text{o}} \text{ trimestre})$	$b(4^{\text{o}} \text{ trimestre})$
2000	0,9322	0,9558	0,9666	0,9612
2001	0,9724	0,9804	0,9734	0,9398
2002	0,9686	0,8325	0,8282	0,8264
2003	0,8113	0,8215	0,8133	1,0300
2004	1,0340	0,9900	1,0000	0,8026
2005	0,8142	0,9525	0,8785	0,9337
2006	0,8573	0,8935	0,9027	1,0510
2007	1,0660	1,0250	0,9906	1,0350
2008	1,0600	1,1130	1,1150	1,1530
2009	0,9503	0,9252	0,874	0,9643
2010	0,9227	0,8993		

Abaixo temos o gráfico dos expoentes b 's que foram utilizados para ajustar a série de retorno da IBOVESPA e a reta de regressão linear.

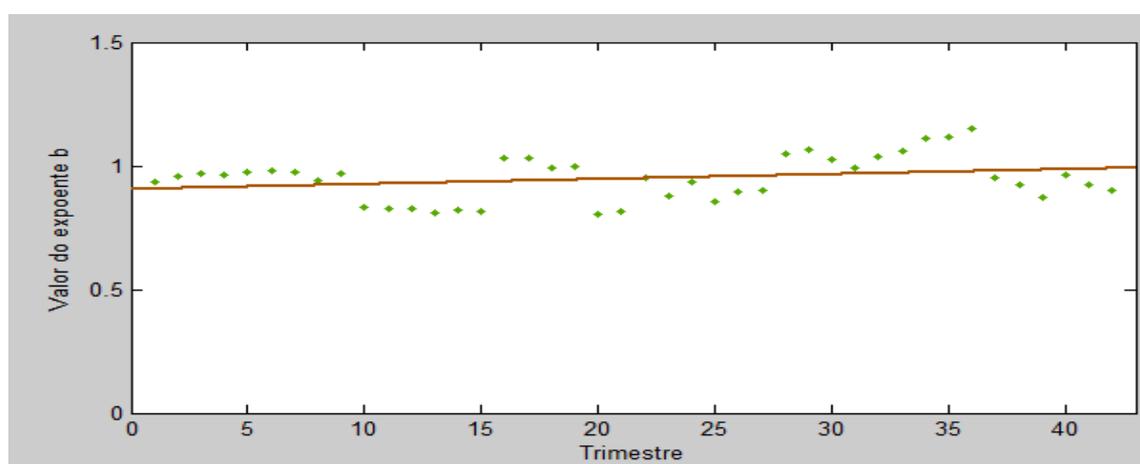


Figura 13: gráfico dos expoentes b 's da série IBOVESPA e a reta de regressão linear.

A reta de regressão é dada pela Equação

$$y = 0.0020x + 0.9048 \quad (8)$$

Observamos pelo gráfico dos expoentes $b's$ e pela reta de regressão linear que o Brasil tende a ficar menos volátil, ou seja, podemos dizer menos “quente” ou menos “agitado”. Isso tende a ocorrer quando os valores dos expoentes $b's$ aumentam, visto que os $b's$ é proporcional ao inverso de uma pseudo temperatura, logo se os $b's$ aumentam a pseudo temperatura diminui. Portanto, o país tende a ficar estável economicamente e com um menor risco país.

Se o país tem menor risco, isto atrai investimentos estrangeiros por parte dos investidores que estão mais confiantes na economia do país.

Apesar do Brasil, de uma maneira geral, está em desenvolvimento e ficando menos volátil como podemos ver pela curva de regressão, O Brasil apresenta momentos de alta e baixa volatilidade, ou seja, o mercado Brasileiro ficou agitado, como podemos ver pelo gráfico acima.

Vamos analisar por janelas de dois anos a volatilidade do Brasil. Observe as tabelas e os gráficos abaixo:

Tabela 2: Evolução dos expoentes $b's$ na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2000 a 2001.

	Ano 2000				Ano 2001			
b	0,9322	0,9558	0,9666	0,9612	0,9724	0,9804	0,9734	0,9398
SSE	0,0683	0,0399	0,0266	0,0270	0,0152	0,0205	0,0575	0,0696

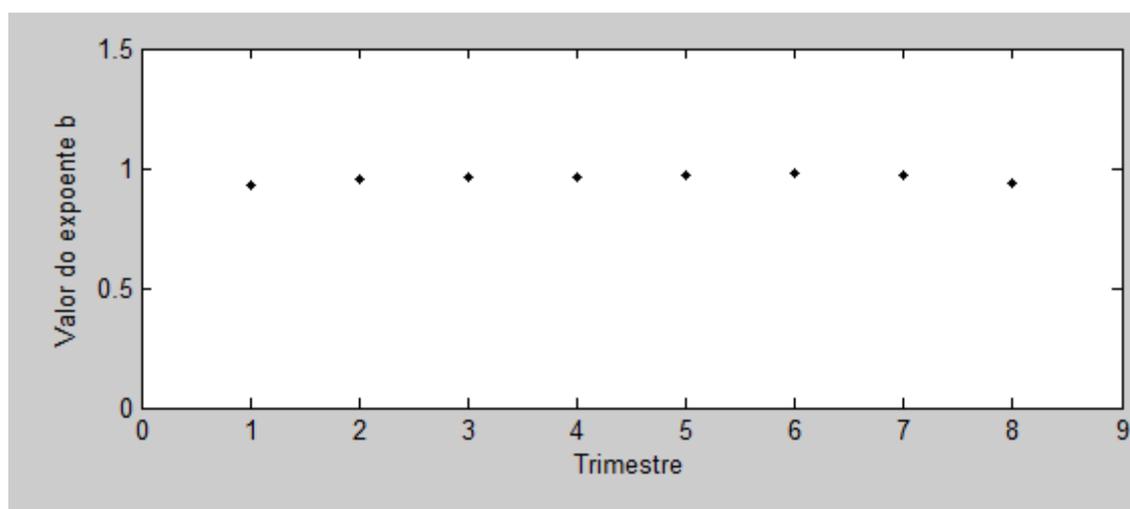


Figura 14: evolução dos expoentes $b's$ nos anos de 2000 e 2001

Tabela 3: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2002 a 2003.

ano 2002				ano 2003				
b	0,9686	0,8325	0,8282	0,8264	0,8113	0,8215	0,8133	1,030
SSE	0,0284	0,2663	0,2730	0,3102	0,3372	0,4313	0,4538	0,0340

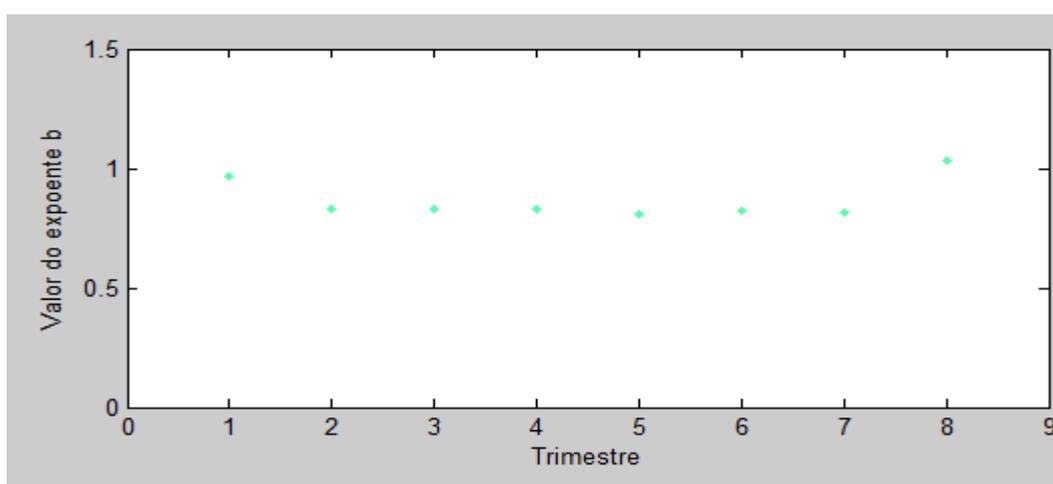


Figura 15: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA nos anos de 2002 e 2003.

Tabela 4: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2004 a 2005.

ano 2004				ano 2005				
b	1,0340	0,9900	1,0000	0,8026	0,8142	0,9525	0,8785	0,9337
SSE	0,0252	0,0735	0,0285	0,3690	0,2620	0,0192	0,1215	0,0127

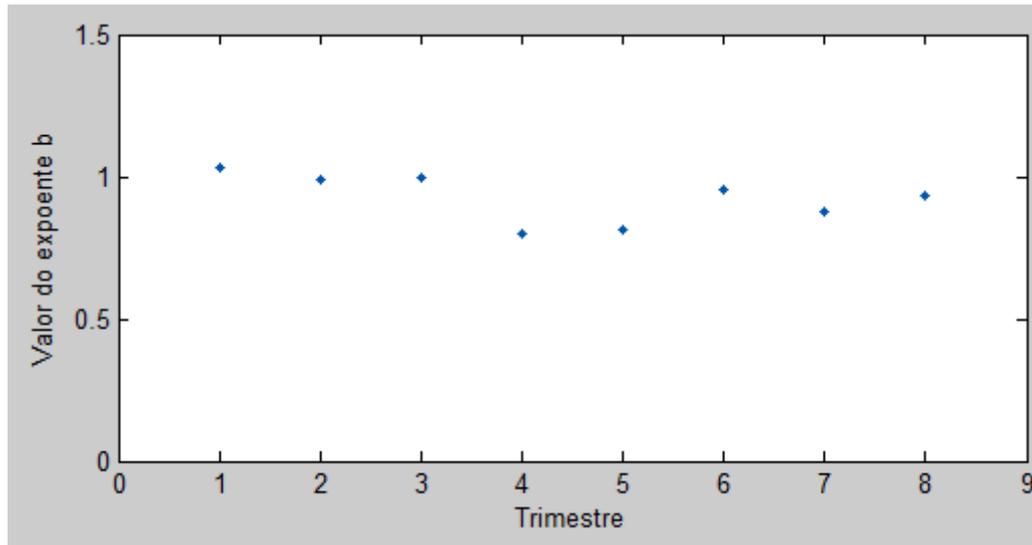


Figura 16: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA nos anos de 2004 e 2005

Tabela 5: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2006 a 2007.

	Ano 2006				Ano 2007			
b	0,8573	0,8935	0,9027	1,0510	1,0660	1,0250	0,9906	1,0350
SSE	0.0583	0.0331	0.0435	0.0450	0.0698	0.0504	0.0486	0.0490

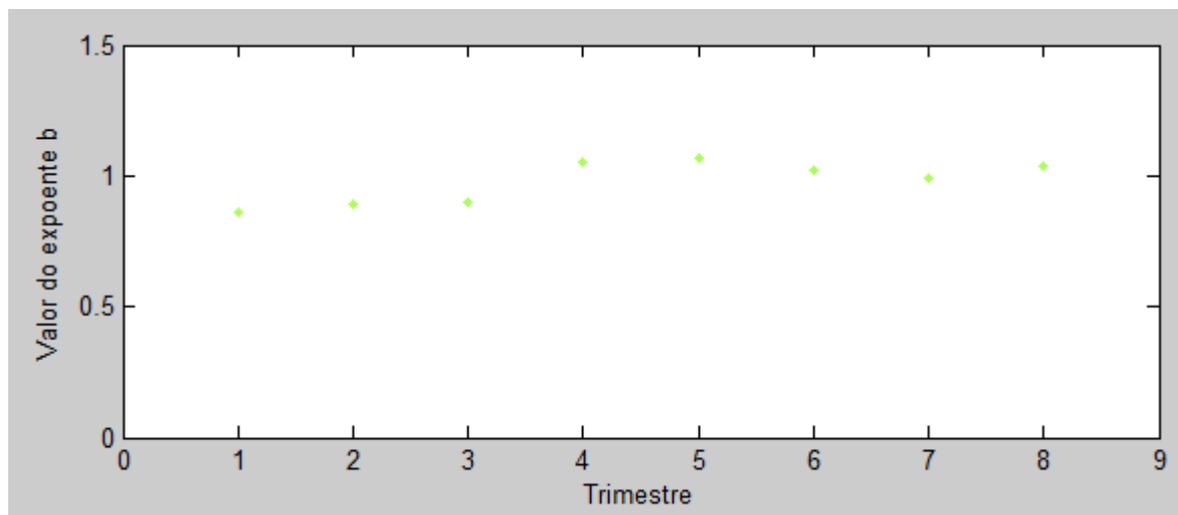


Figura 17: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA nos anos de 2006 e 2007.

Tabela 6: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2008 a 2010

	Ano 2008				Ano 2009				Ano 2010	
b	1,060	1,1130	1,115	1,1530	0,9503	0,9252	0,8740	0,9643	0,9227	0,8993
SSE	0.0738	0.1411	0.1304	0.1404	0.0158	0.0413	0.1614	0.0551	0.1197	0.1714

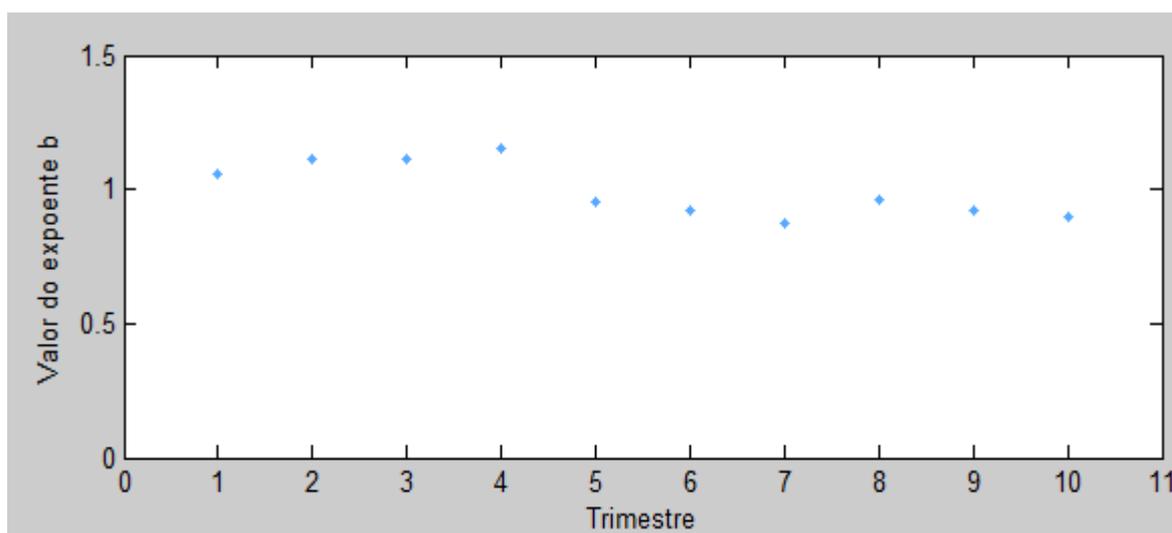


Figura 18: Evolução dos expoentes b 's na série IBOVESPA nos anos de 2008 a 2010.

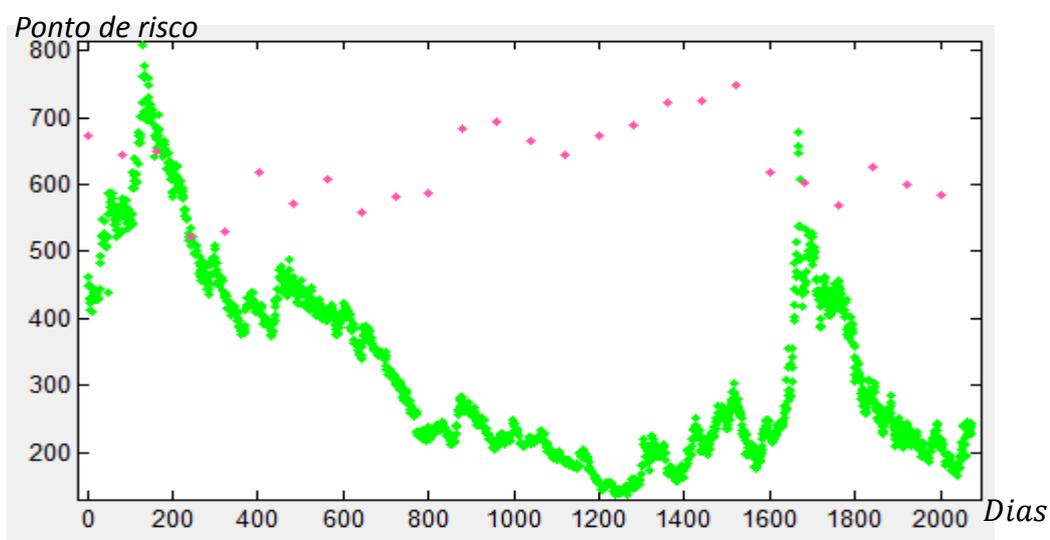


Figura 19: Gráfico de correlação do Risco Brasil (curva verde) e da volatilidade (pontos rosa) do ano de janeiro de 2004 a agosto de 2012.

Vemos no gráfico da Figura 14 que nos anos de 2000 a 2001 o Brasil teve um crescimento econômico, ou seja, tendeu a ficar estável, menos “quente”. Já no ano

de 2002 a 2003 o mercado brasileiro teve alta volatilidade, ficou “agitado”. Vale a pena lembrar que nos anos 2000 a 2002 o mundo vivia a crise financeira causada pela bolha da tecnologia e também ocorreram os ataques terroristas as torres gêmeas nos Estados Unidos, a incerteza no mundo era grande. E aqui no Brasil com as eleições presidenciais (“efeito Lula”) geravam maior volatilidade no mercado brasileiro, conseqüentemente elevando o risco do país. Neste período o Dólar era cotado próximo a R\$ 4,00 e a Bolsa brasileira (Bovespa) já acumulava uma perda de -30% nos últimos três anos. Já com a recuperação econômica mundial, em junho de 2007 o Brasil atinge o menor ponto de risco 137. E quando pensavam que a crise já não existia, em 2008 explodiu mais uma crise mundial e o risco país do Brasil chegou a 677 pontos neste ano.

4.3 Análise da volatilidade do mercado da China

Nesta seção apresentaremos os resultados da nossa análise da volatilidade do mercado da China. Nas figuras a seguir estão os gráficos da série de retornos normalizada e os ajustes pelas funções exponencial e lei de potência:

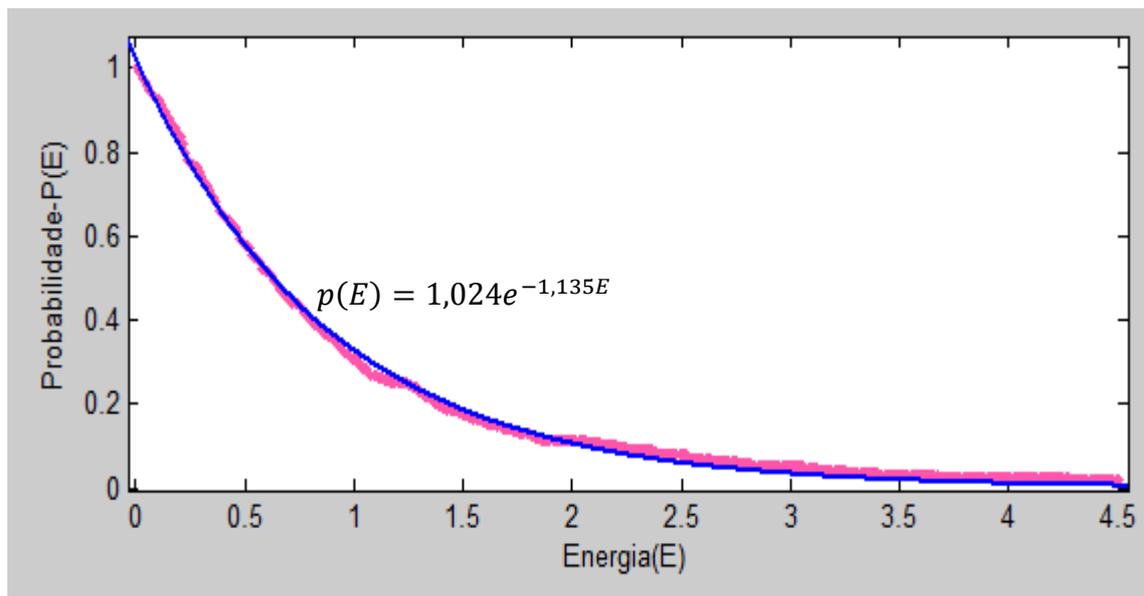


Figura 20: gráfico da série de retorno normalizada SSE e o ajuste pela função exponencial.

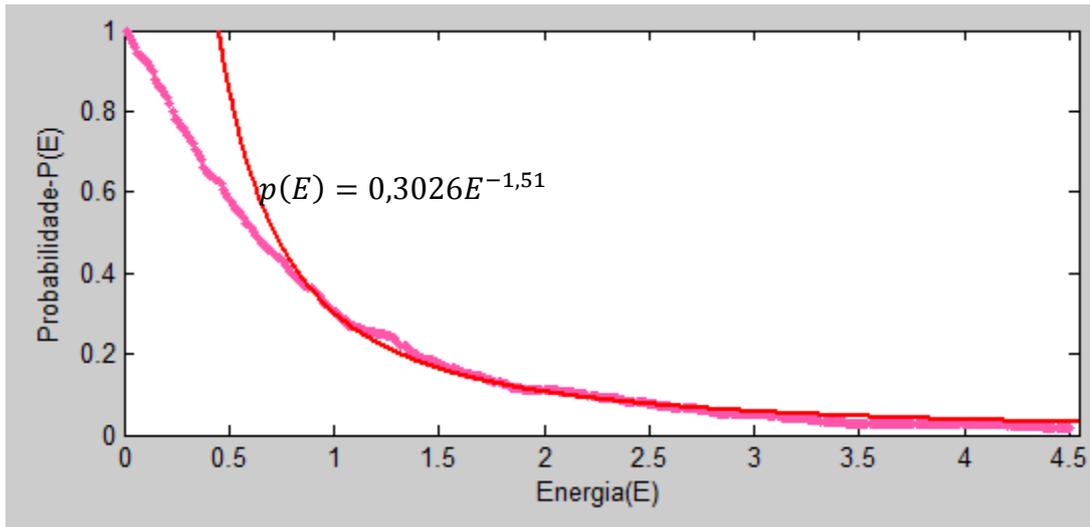


Figura 21: gráfico da série de retorno normalizada SSEe o ajuste pela lei de potência.

Na Figura 20 a curva rosa descreve a série de retornos $G(t)$ e a curva azul é o ajuste pela função exponencial, a nossa $f dp$; na Figura 21 a curva rosa descreve a série de retornos $G(t)$ e a curva vermelha é o ajuste pela lei de potência. Escolhemos a função exponencial para ajustar o mercado chinês, porque em nossos experimentos verificamos que esta função ajusta melhor os dados do que uma lei de potência.

Nos gráficos abaixo mostramos a evolução dos $b's$ que foram obtidos na modelagem para o mercado da China:

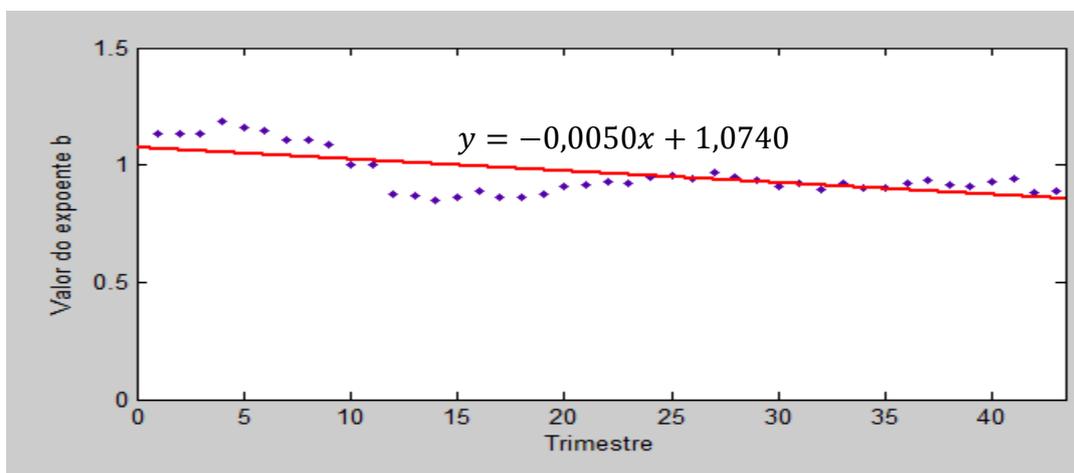


Figura 22: Evolução dos expoentes $b's$ para o mercado da China de janeiro de 2000 a abril de 2012 e a reta de regressão.

Nas Tabelas e gráficos abaixo vamos observar os valores dos expoentes b 's e do SSE que foram obtidos nos experimentos para ajuste do mercado da China nos períodos dados:

Tabela 7: Evolução dos expoentes b 's e valor da soma dos erros quadráticos-SSE os anos de 2000 e 2001.

	Ano 2000				Ano 2001			
b	1,1350	1,1350	1,1310	1,1830	1,1620	1,1440	1,1050	1,1060
SSE	0,0995	0,1086	0,0977	0,1100	0,0747	0,0685	0,0460	0,0420

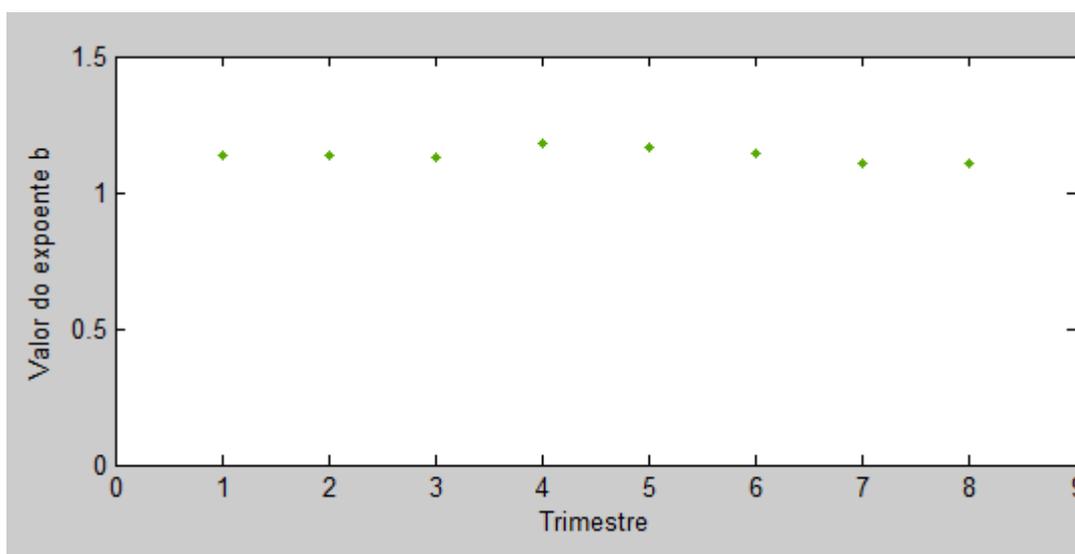


Figura 23: Evolução dos expoentes b 's no mercado chinês nos anos 2000 e 2001.

No gráfico da Figura 23 observamos que no ano de 2000 a 2001 o mercado Chinês estava um pouco instável, esta instabilidade é vista principalmente no ano de 2001. Os mesmos acontecimentos mundiais que afetou o Brasil, pode também ter afetado a China, neste caso a crise causada pela bolha da tecnologia e o ataque terrorista aos Estados Unidos em setembro do ano de 2001.

Tabela 8: Evolução dos expoentes b 's e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE os anos de 2002 e 2003.

	Ano 2002				Ano 2003			
b	1,0860	1,0000	1,0030	0,8753	0,8680	0,8522	0,8639	0,8859
SSE	0,0325	0,0186	0,0248	0,0530	0,0634	0,0644	0,0775	0,1597

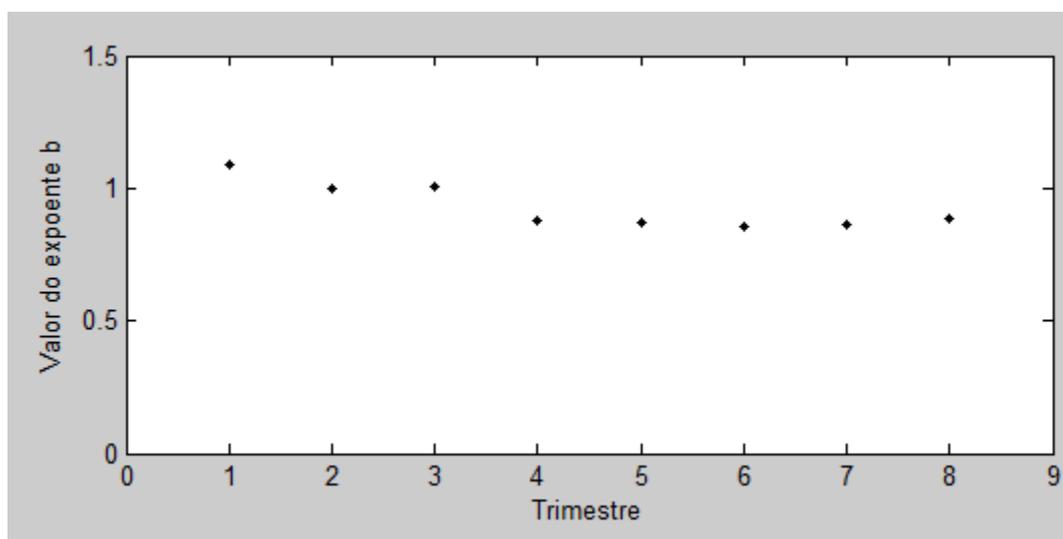


Figura 24: Evolução dos expoentes b 's nos anos de 2002 e 2003 no mercado Chinês.

No ano de 2002 a 2003 o mercado da China ficou praticamente estável como podemos observar no Gráfico da Figura 24 acima.

Tabela 9: Evolução dos expoentes b 's e o valor da soma dos erros quadráticos-SSE os anos de 2004 e 2005.

	Ano 2004				Ano 2005			
b	0,8619	0,862	0,8734	0,9097	0,9182	0,9293	0,9205	0,9477
SSE	0,2593	0,3022	0,2759	0,1286	0,1296	0,1276	0,06034	0,03813

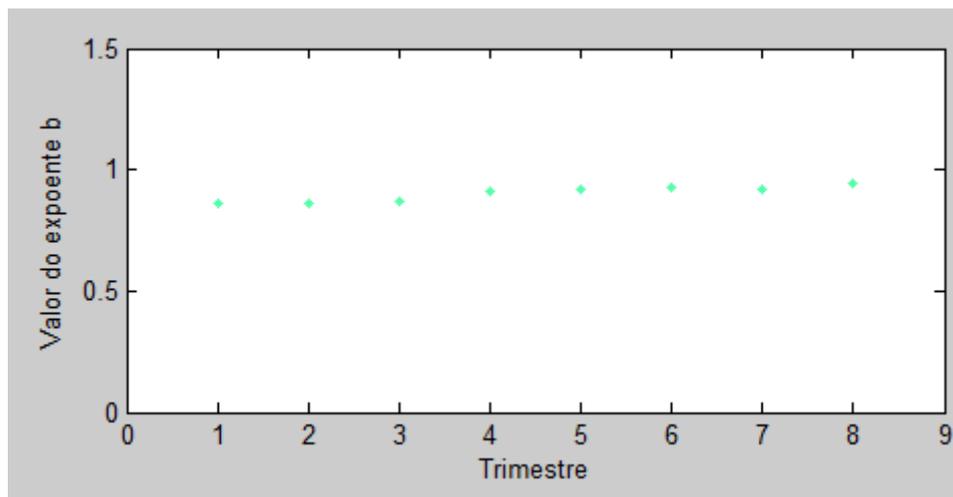


Figura 25: Evolução dos expoentes b 's nos anos de 2004 e 2005-China.

De acordo com o gráfico da Figura 25 acima, no período de 2004 a 2005 o mercado teve um crescimento, tendendo a ficar estável, ou seja, menos “quente” ou menos volátil.

Pela Tabela 10 e o gráfico 26 observamos pelo decaimento dos expoentes b 's que neste período o mercado teve uma leve queda.

Tabela 10: Evolução dos expoentes b 's e valor da soma dos erros quadráticos-SSE nos anos de 2006 e 2007.

	Ano 2006				Ano 2007			
b	0,9580	0,9408	0,9664	0,9490	0,9365	0,9082	0,9202	0,8938
SSE	0,0316	0,0264	0,0245	0,0245	0,0439	0,0821	0,0546	0,0773

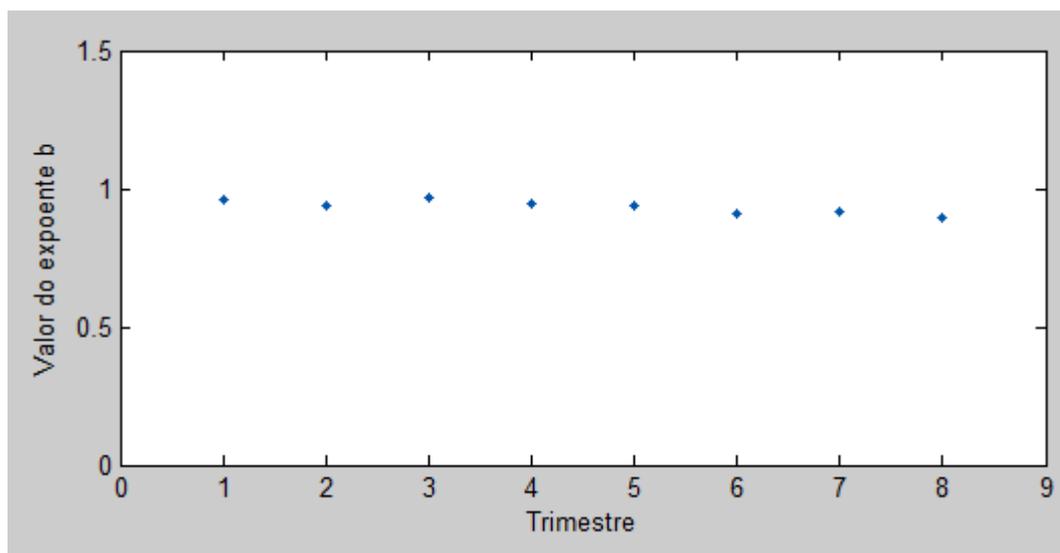


Figura 26: Evolução dos expoentes b 's nos anos de 2006 e 2007-China.

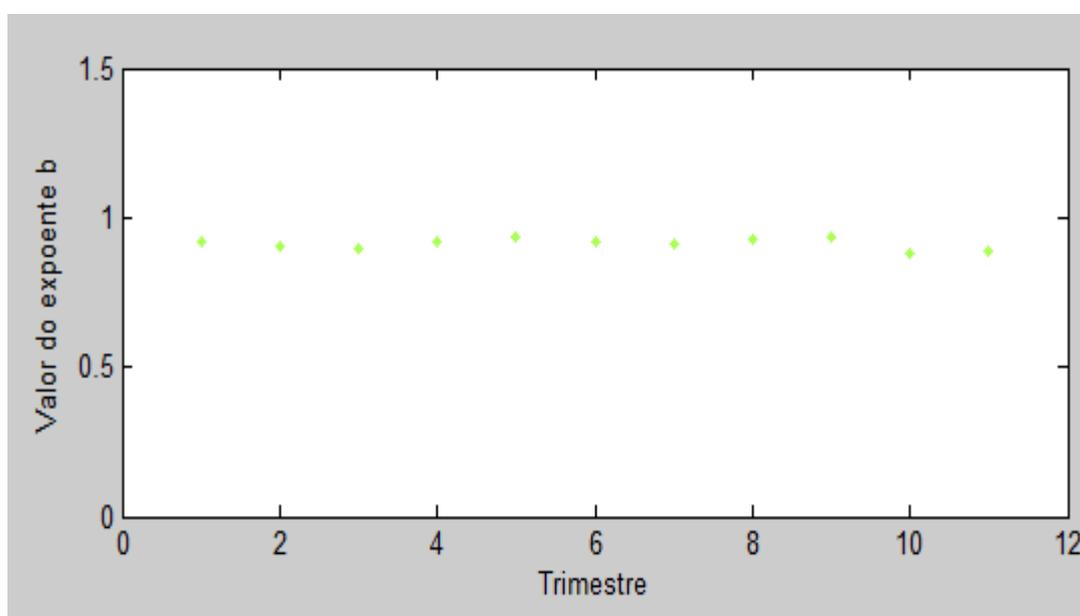


Figura 27: Evolução dos expoentes b 's nos anos de 2008 a 2010-China.

Nos anos de 2008 a 2010 o mercado chinês apresentou volatilidade estável como visto na Figura 27 acima.

4.4 Análise da volatilidade do mercado da Índia

Fizemos uma análise no mercado indiano semelhante a análise que fizemos no mercado Brasileiro e no mercado Chinês.

O índice de volatilidade do mercado Indiano é também melhor modelado pela função densidade de probabilidade exponencial do que pela lei de potência

$$p(E) = ae^{-bE},$$

Em que os parâmetros a e b e a variável E aplicados ao mercado indiano, tem o mesmo significado já visto no mercado Brasileiro.

Abaixo temos o gráfico da série de retorno normalizada $G(t)$ e ajustada pela distribuição exponencial $p(E)$

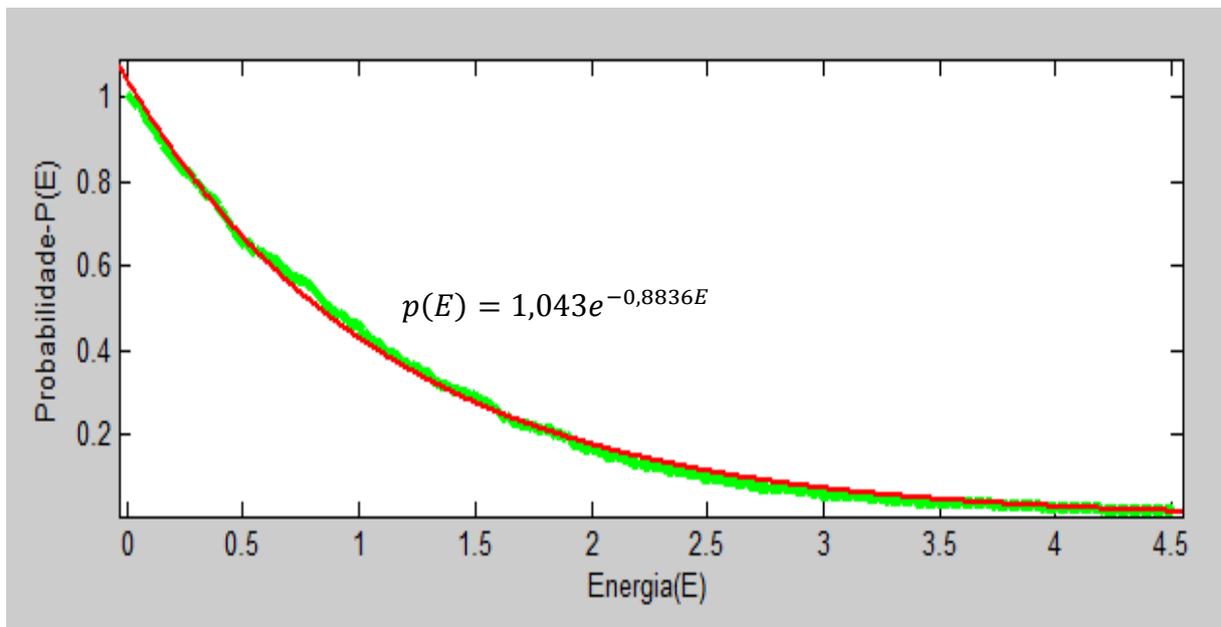


Figura 28: Gráfico da série de retorno normalizada e ajustada pela função exponencial-Índia.

A curva verde é a série de retorno normalizada $G(t)$ e a curva vermelha é o ajuste dos pontos pela função exponencial.

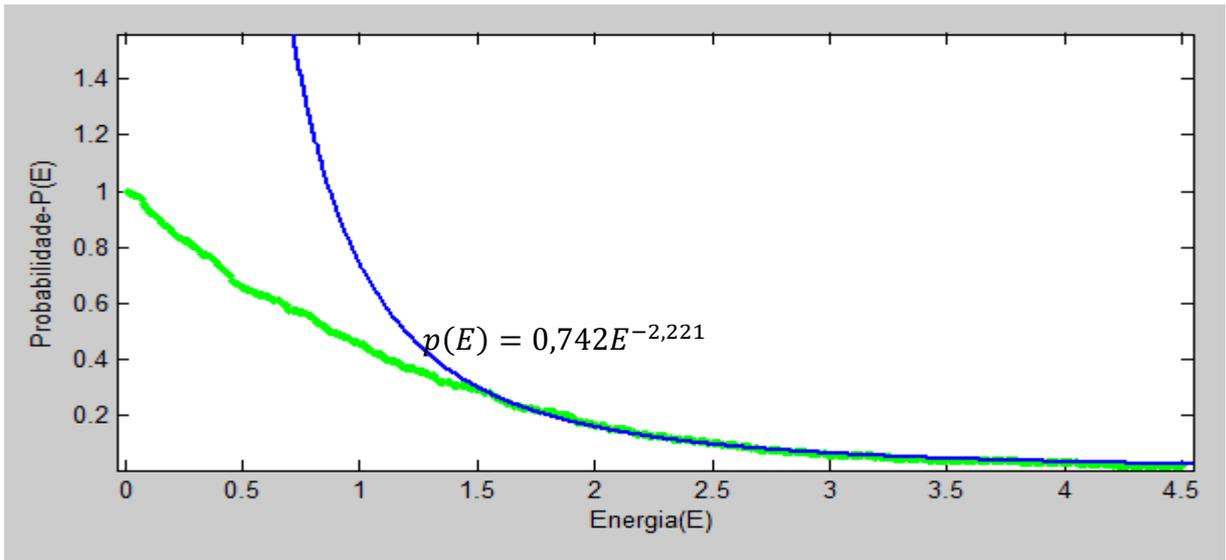


Figura 29: Gráfico da série de retorno normalizada e ajustada pela lei de potência-Índia.

Comparado os ajustes pela distribuição exponencial e pela lei de potência de mesmos dados nas Figuras 28 e 29, observamos que o ajuste pela distribuição exponencial é melhor que o ajuste pela lei de potência.

A ideia é a mesma aplicada na IBOVESPA, este gráfico nos mostra que quanto mais capital um investidor tem no mercado menor é a probabilidade de sobreviver sem sofrer colisão ou choques, ou seja, de manter seu capital investido inalterado.

Na Figura 30 temos o gráfico da evolução dos expoentes dos b 's, como fizemos anteriormente com a IBOVESPA, e também a regressão linear:

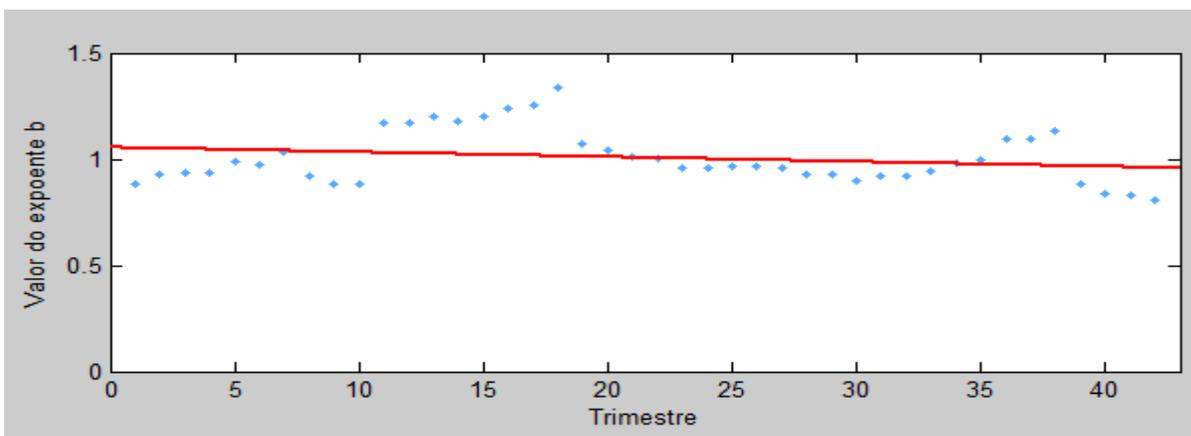


Figura 30: Gráfico da evolução dos expoentes b 's (pontos amarelos) e a regressão linear no mercado Indiano.

A regressão linear é dada pela Equação $y = -0,002258x + 1,054$.

Neste gráfico podemos observar que o mercado Indiano apresenta volatilidade não constante ao longo dos anos, isto mostra que este mercado tem uma economia instável, o que faz com que o seu risco país aumente. Devido a esta alta volatilidade, a taxa da inflação também aumenta, o que torna os indianos com menor poder de compra. Observemos algumas janelas da evolução dos expoentes b 's neste mercado.

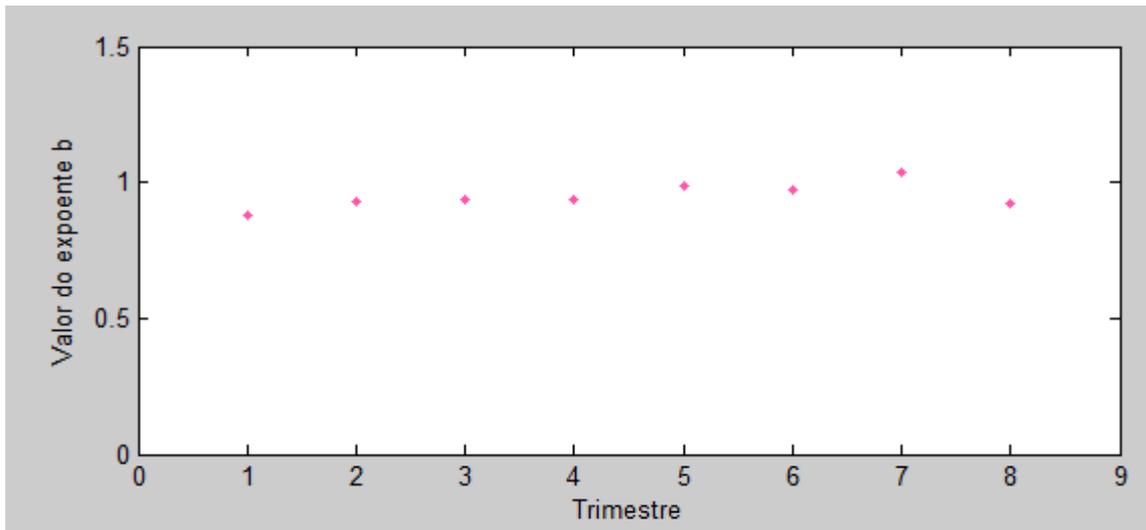


Figura 31: Evolução dos expoentes b 's no mercado Indiano do ano 2000 a 2001.

Vemos neste gráfico que no período de dois anos(2000 a 2001) a economia da Índia ficou menos “agitada”, buscando a estabilidade econômica. Nos anos de 2002 e 2003 o mercado continua buscando sua estabilidade econômica, tendendo a ficar mais estável, isto é observado na Figura 32

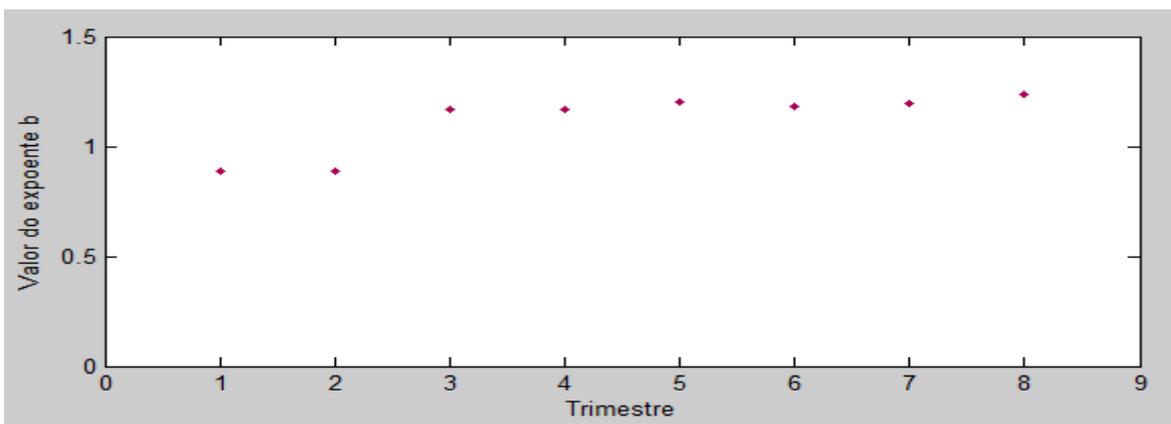


Figura 32: Evolução dos expoentes b 's no período de 2002-2003-Índia.

Nos anos de 2004 e 2005 o mercado Indiano tem uma queda, fica instável, isto pode ser visto pelo decaimento dos expoentes b 's na Figura 33

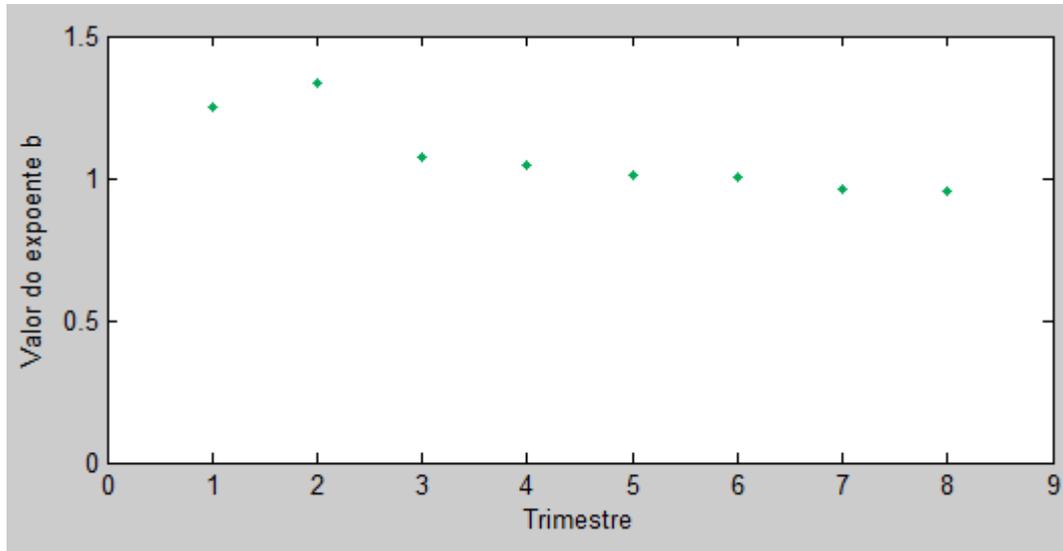


Figura 33: Gráfico de decaimento dos expoentes b 's nos anos de 2004 e 2005 no mercado Indiano.

Nos anos de 2006 e 2007 o mercado Indiano se apresenta pouco instável com pouca flutuação em sua volatilidade, observe isto na Figura 34.

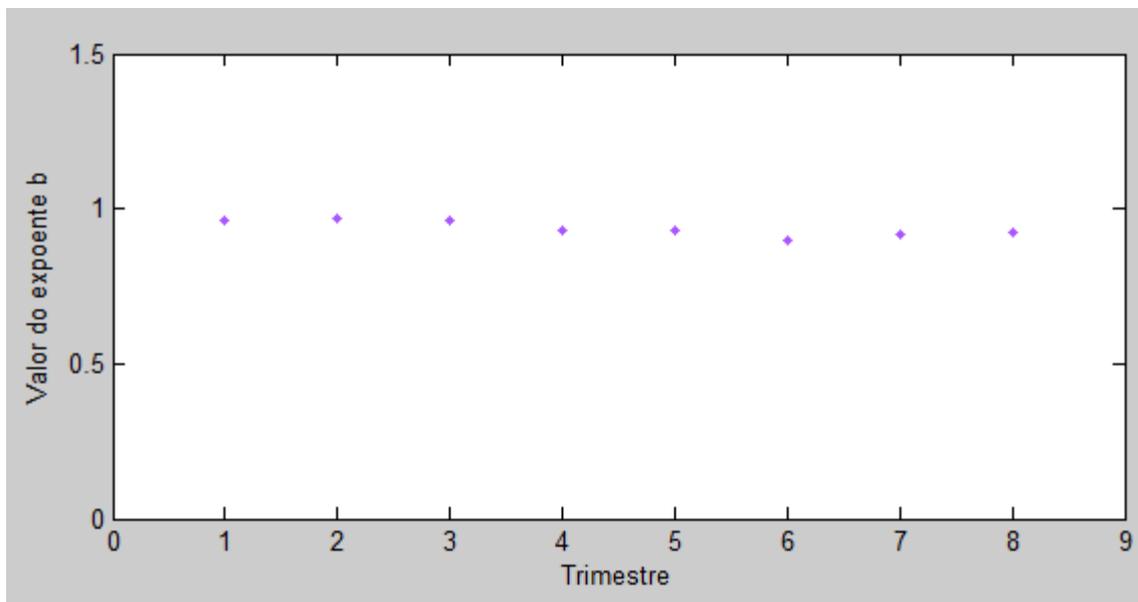


Figura 34: Evolução dos expoentes b 's nos anos de 2006- 2007 Índia

Já nos anos de 2008 a 2010 o mercado Indiano apresenta uma menor volatilidade. Veja Figura 35.

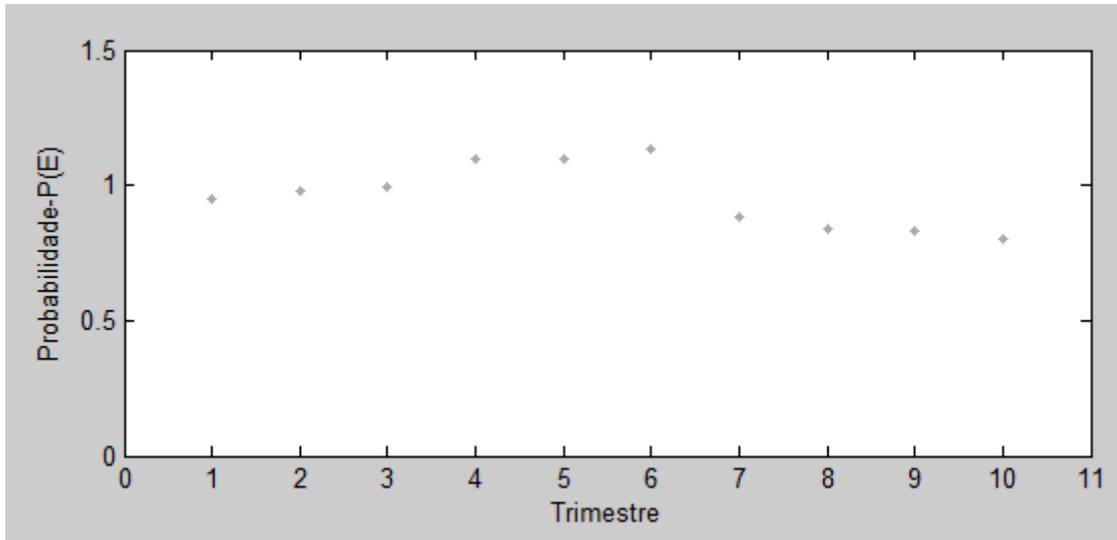


Figura 35: evolução dos expoentes b 's os anos de 2008 a 2010 no mercado Indiano.

Assim podemos concluir que a Índia é um país em desenvolvimento, que está buscando sua estabilidade econômica.

4.5 Análise da volatilidade do mercado dos Estados Unidos

O índice dos preços das ações do mercado Americano é mais bem ajustado pela função exponencial que pela lei de potência, como podemos ver pelos gráficos das Figuras 36 e 37.

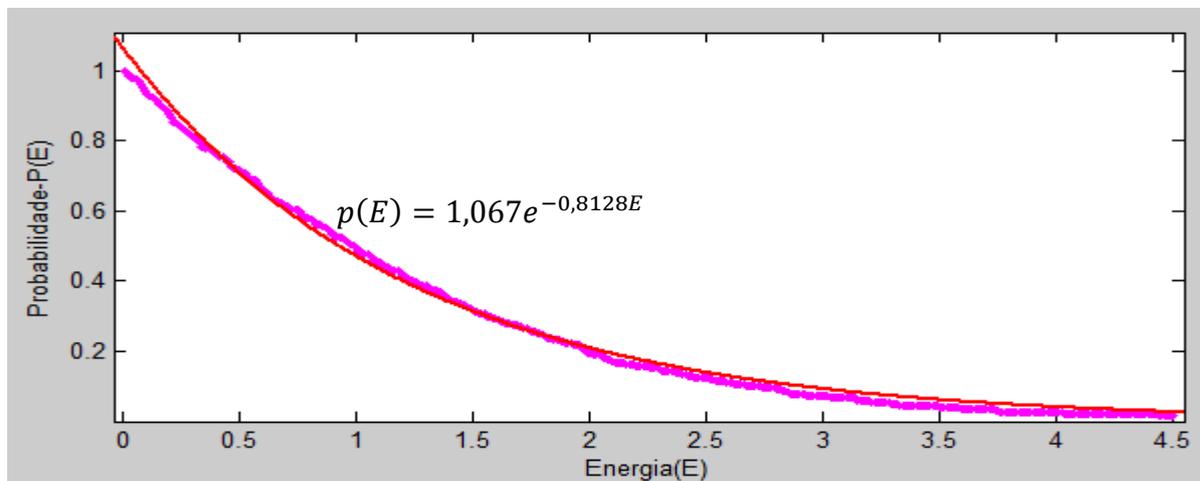


Figura 36: Ajuste dos pontos $G(t)$ do mercado Americano pela função exponencial.

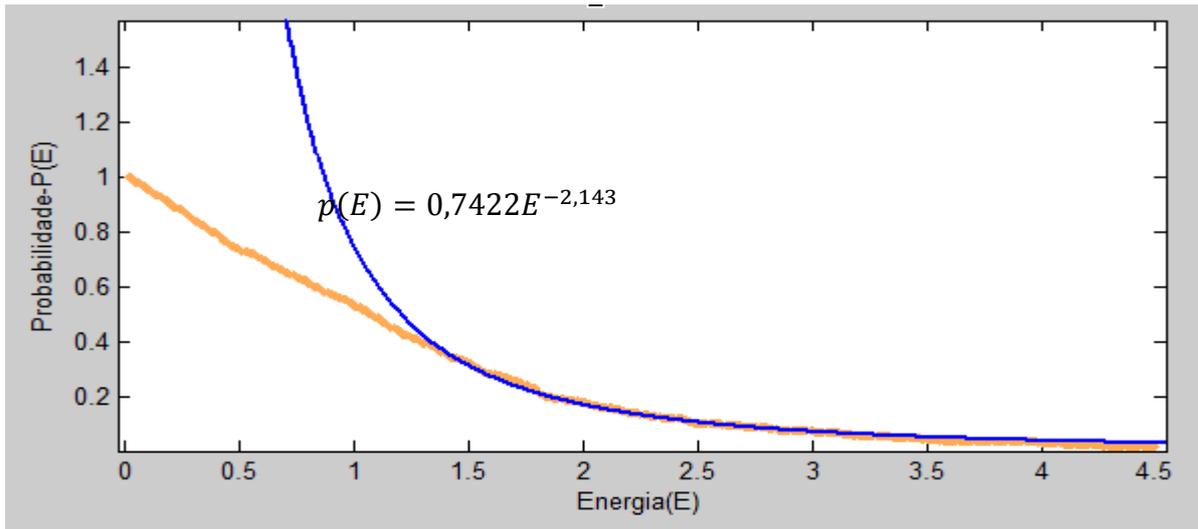


Figura 37: Ajuste dos pontos $G(t)$ do mercado Americano pela lei de potência.

Na Figura 36 curva rosa descreve os pontos $G(t)$, e curva vermelha é o ajuste dos pontos $G(x)$, pela função $p(E) = 1,067e^{-0,8128E}$ com um SSE igual a 0,0226. Na Figura 37 curva amarela descreve os pontos $G(t)$ e a curva azul o ajuste pela lei de potência $p(E) = 0,7422E^{-2,143}$ com um SSE igual a 0,0898.

Na Figura abaixo temos o gráfico de dispersão da evolução dos expoentes b 's para analisar a volatilidade e a regressão linear aplicada aos dados:

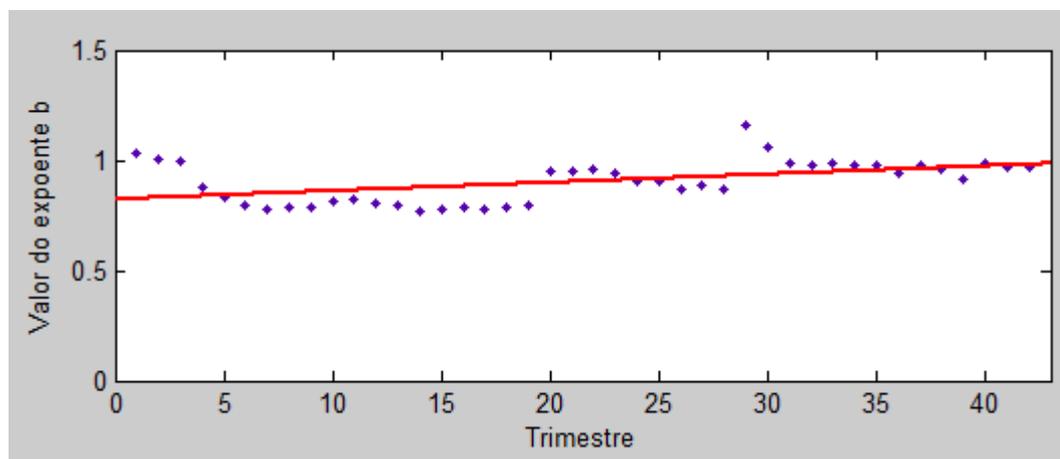


Figura 38: Evolução dos expoentes b 's e a curva de regressão linear no mercado Americano.

Os pontos cinzas no gráfico são os valores dos b 's e a curva azul a regressão linear da pela Equação

$$y = 0,00377x + 0.82152.$$

Tomemos agora algumas janelas de pontos do gráfico acima

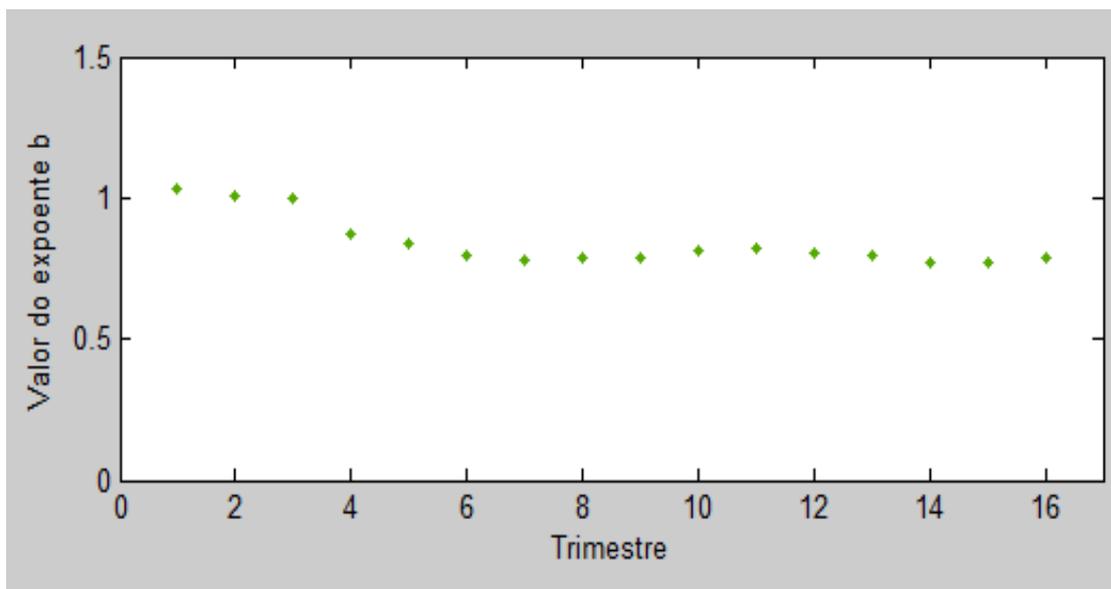


Figura 39: Evolução dos expoentes b 's do ano 2000 ao ano 2003-NASDAQ.

Observamos neste gráfico que o país ficou agitado no ano de 2001, mas logo em seguida se mantém estável. Essa agitação no mercado se deu provavelmente pelo ataque terrorista, que deixou muita gente sem confiança. Já nos anos de 2005 a 2007 o mercado Americano evolui a uma grande estabilidade econômica, ficando praticamente sem agitação como podemos ver na Figura 40:

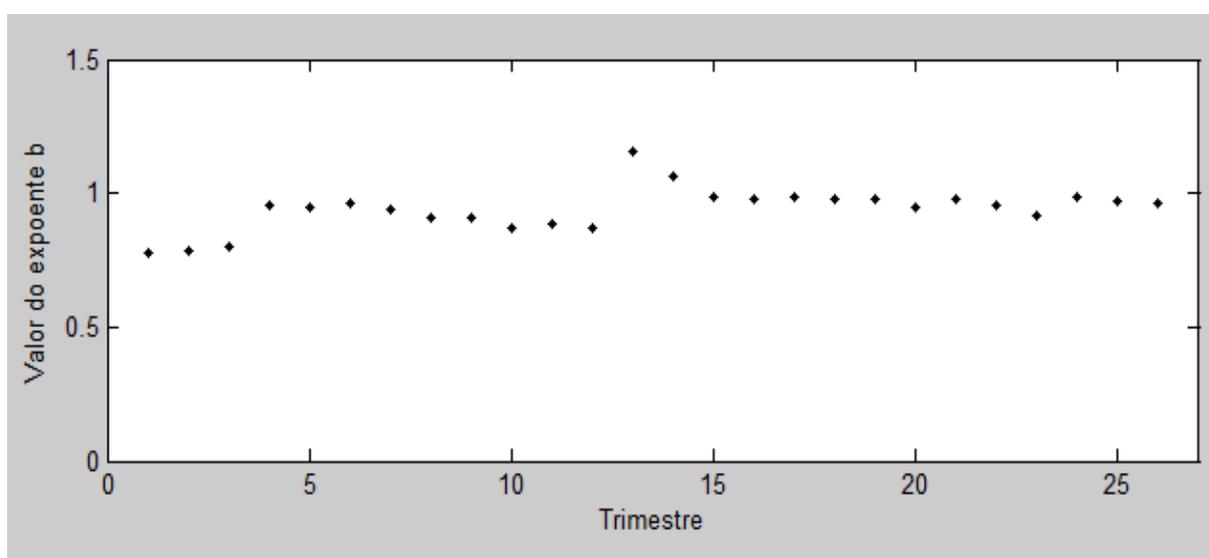


Figura 40: Evolução dos expoentes b 's do ano 2005 a 2012-NASDAQ.

Analisando o gráfico da Figura 40, observamos que em 2008, o país ficou agitado, porque há um decaimento do valor dos expoentes b 's, isso ocorreu devido a crise financeira de 2008 que afetou o mundo. Mas depois deste período vemos o país Americano praticamente sem volatilidade, ou seja, um país de mercado “frio”, estável.

4.6 Análise da volatilidade do mercado da França

Os índices de mercado da França (Cotation Assistée en Continu-CAC) são os que estaremos examinando pela série de retorno normalizada. A mesma análise que fizemos com a NASDAQ, também iremos fazer com a CAC.

Abaixo na Figura 41 temos os pontos $G(t)$ ajustados pela função exponencial $p(E) = 1,049e^{-1,008E}$, com um SSE igual a 0.04301, e pela lei de potência $p(E) = 0,5448E^{-2,097}$, com um SSE igual a 0.09577. Novamente, o ajuste pela função exponencial é melhor que pela lei de potência.

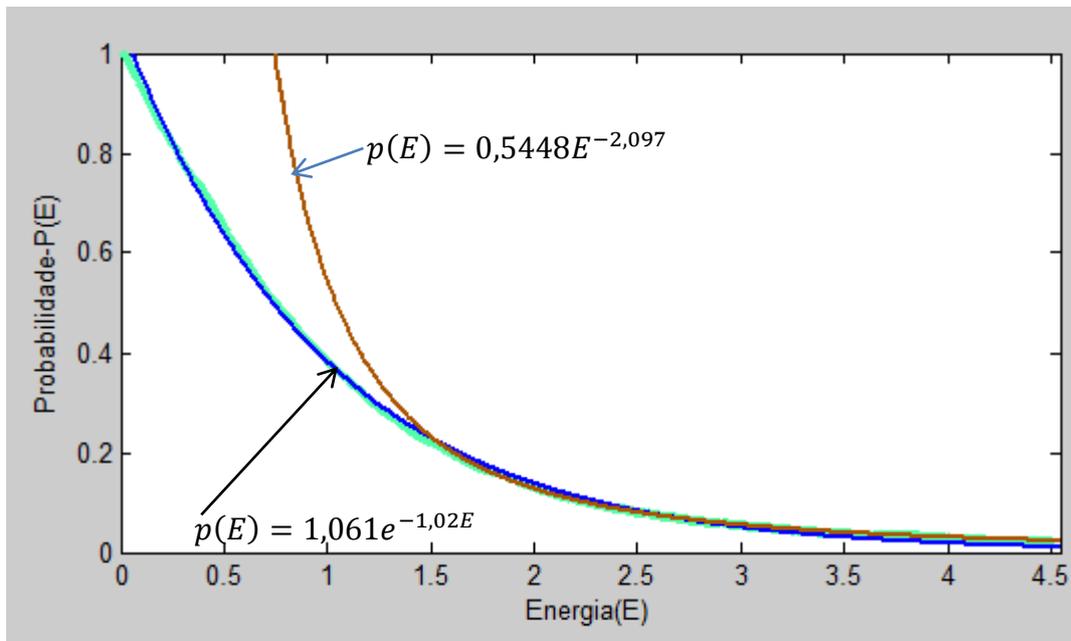


Figura 41: Ajuste dos pontos $G(t)$ pela função exponencial e pela lei de potência no mercado Francês

A curva verde são os pontos $G(t)$, a curva azul é o ajuste pela função exponencial $p(E) = 1,061e^{-1,02E}$ e a curva marrom é o ajuste pela lei de potência $p(E) = 0,5448E^{-2,097}$.

Na Figura abaixo temos o gráfico dos valores dos b 's e a regressão linear.

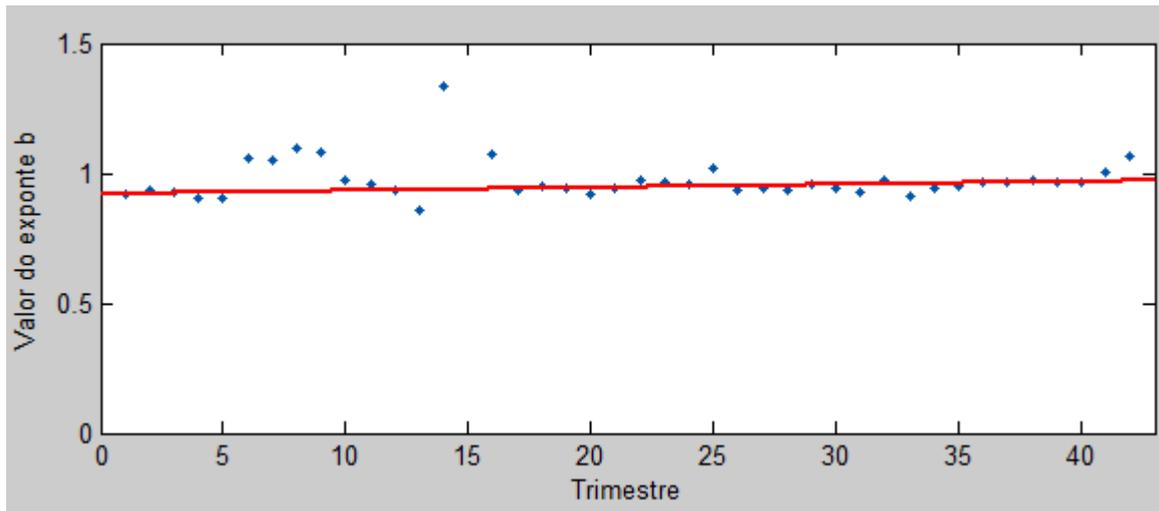


Figura 42: Volatilidade da série de retornos no período do ano 2000 a 2012 e a curva de regressão linear.

No gráfico os pontos azuis são os valores dos b 's. A curva de regressão é dada pela Equação

$$y = 0.001194x + 0.9196$$

Observamos que no período dos três primeiros anos houve uma perturbação no mercado Francês, e isso se deve a crise financeira da bolha da tecnologia e ao atentado terrorista aos Estados Unidos no ano de 2001. Mas depois deste período o mercado francês apresenta poucas flutuações, na verdade, ele se mostra estável, “frio”, como podemos observar no Gráfico da Figura acima.

Capítulo 5

Conclusão

5.0 Conclusão

Uma série temporal é qualquer conjunto ou sequência de observações ordenada a partir de um determinado índice, na maioria das vezes este índice é o tempo, mas poderá também ser função de algum parâmetro físico, como volume ou espaço, entre outros. Podemos, também, definir uma série temporal da seguinte maneira:

$$Z_t = \{z_t \in \mathbb{R} \mid t = 1, 2, 3, \dots, N\}.$$

Na nossa análise, observamos os índices de mercados financeiros; levando em conta a série de retorno normalizada pelo desvio padrão da série de retorno. E assim analisamos o comportamento de cinco índices de mercados financeiros. Para modelar estes mercados usamos a distribuição exponencial de probabilidade

$$p(E) = ae^{-bE}$$

esta função nos mostra a probabilidade de um agente sobreviver no mercado sem sofrer “colisão” ou “choques”.

Desta maneira quando a energia for mínima, $E \rightarrow 0$, então $p(E) \rightarrow 1$, ou seja, quanto menor for a energia maior a probabilidade, de um agente permanecer inalterado, sem sofrer “colisão”. E quando a energia for muito grande, $E \rightarrow \infty$, então $p(E) \rightarrow 0$, o que significa que quando a energia é muito alta, a probabilidade de sobrevivência no mercado é muito pequena.

Pelo expoente b da função exponencial verificamos a volatilidade dos mercados, classificando-os em mercados “quentes”, ou seja, mercados mais voláteis, esses tipos de mercados são vistos em países subdesenvolvidos ou em desenvolvimento, é o caso do Brasil, China, Índia entre outros; e mercados “frios”, que são os mercados dos países desenvolvidos, como Estados Unidos, França, Alemanha etc..

De nossa Análise podemos concluir que o fator político está correlacionado com o fator econômico. Isto pode ser visto em alguns fatos históricos, por exemplo, o ataque terrorista as torres gêmeas nos Estados Unidos tornou o mercado americano agitado, com alta volatilidade. E não só o mercado americano foi afetado, como também o mercado de vários países. O “efeito Lula” em 2002 no Brasil é outro exemplo, que o fator político está correlacionado com a economia, pois, quando o Partido dos trabalhadores-PT assumiu a presidência do Brasil a economia foi afetada, o país ficou agitado economicamente, o Brasil teve alta volatilidade, e também um maior risco, conseqüentemente ficou menos atrativo para os investidores estrangeiros. Podemos observar isto no gráfico abaixo que apresenta a volatilidade dos cinco países que estamos observando

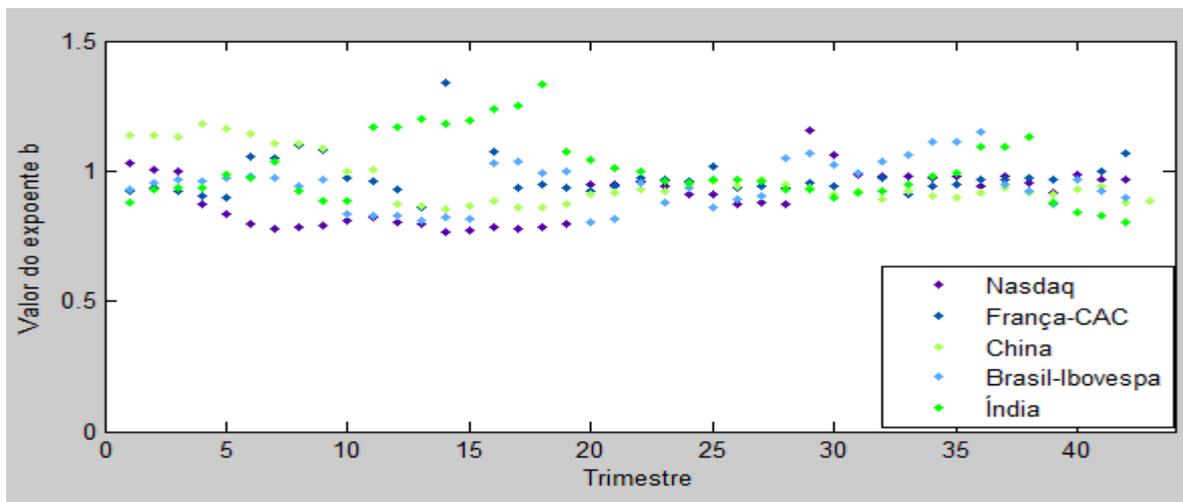


Figura 43: Gráfico da volatilidade dos mercados dos Estados Unidos, França, China, Brasil e Índia.

5.1 Trabalhos Futuros

Apresentamos nesta seção alguns trabalhos futuros que poderão ser feitos deste trabalho pesquisado.

1. Analisar a volatilidade de outros mercados;
2. Comparar o risco país dos mercados da China, Índia, França e Estados Unidos com os resultados da volatilidade que calculamos destes países;
3. Usar a função de densidade de probabilidade f_{dp} para modelar outros mercados financeiros;
4. Comparar o ajuste da função exponencial com outras distribuições de probabilidade para outros mercados;

5. Usar outros tamanhos de janelas e espaçamento;
6. Analisar o risco país de outros mercados e compará-los com a volatilidade;
7. Considerar $w = w(E)$, uma função da energia E e não mais uma constante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Rosario N. Stanley, H. Eugene; Mantegna. *An Introduction to Econophysics: Correlations e Complexity in Finance*. Cambridge Univ Press Usa, first edition, 2000.
- [2] L. Bachelier. Theorie de la speculation. In *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, volume 3, pages 21–86, 1900.
- [3] B. Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36(4):394–419, 1963.
- [4] B. Mandelbrot. New methods in statistical economics. *Journal of Political Economy*, 61:421–440, 1963.
- [5] E. F. Fama. Problems with fitting to the power-law distribution. *Journal of Business*, 38:34–105, 1965.
- [6] Rosario N. Mantegna and Eugene H. Stanley. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, 376(6535):46–49, July 1995.
- [7] E. Eberlein, U. Keller, and K. Prause. New insights into smile, mispricing and value at risk: the hyperbolic model. *Journal of Business*, 71:371–405, 1998.
- [8] F. M. Longin. The asymptotic distribution of extreme stock market returns. *Journal of Business*, 96:383–408, 1996.
- [9] S. M. Duarte Queiros, C. Anteneodo, and C. Tsallis. Power-law distributions in economics: A nonextensive statistical approach. *Proceedings of SPIE*, 5848:151, 2005.
- [10] Boris Podobnik, Davor Horvatic, Alexander Petersen, and H. Eugene Stanley. Quantitative relations between risk, return and firm size. *Europhysics Letters*, 85:50003, 2009.
- [11] Boris Podobnik, Davor Horvatic, Alexander Petersen, Mato Njavro, and H. Eugene Stanley. Common scaling behavior in finance and macroeconomics. *European Physical Journal B*, 76:487–490, 2010.
- [12] Paulo S.G. de Mattos Neto, David A. Silva, Tiago A. E. Ferreira, George D.C. Cavalcanti. Market volatility modeling for short time window. *Physica A* 390, 3444-3453, 2011.

- [13] Tiago Alessandro Espnola Ferreira. *Uma Nova Metodologia Hbrida In teligente para a Previso de Sreis Temporais*. PhD thesis, Centro de Informtica - Universidade Federal de Pernambuco, Av. Prof. Luiz Freire, s/n, Cidade Univercitria - Recife - Pernambuco, 2006.
- [14] Floris Takens. Detecting strange attractor in turbulence. In A. Dold and B. Eckmann, editors, *Dynamical Systems and Turbulence*, volume 898 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 366–381, New York, 1980. Springer-Verlag.
- [15] Donald B. Percival and Andrew T. Walden. *Spectral Analysis for Physical Applications – Multitaper and Conventional Univariate Techniques*. Cambridge University Press, New York, 1998.
- [16] Haolger Kantz and Thomas Schreiber. *Nonlinear Time Series analysis*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, second edition, 2003.
- [17] Burton G. Malkiel. *A Random Walk Down Wall Street, Completely Revised and Updated Edition*. W. W. Norton & Company, April 2003.
- [18] Philip Ball. Econophysics: Culture crash. *Nature*, 441:686–688, 2006.
- [19] Mauro Gallegati, Steve Keen, Thomas Lux, and Paul Ormerod. Worrying trends in econophysics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 370:1–6, 2006.
- [20] Joseph L. McCauley. Response to worrying trends in econophysics. *Physica A*, 2(371):601–609, 2006.
- [21] Tiziana Di Matteo and Tomaso Aste. “no worries”: Trends in econophysics. *The European Physical Journal B*, 55(2):121–122, 2007.
- [22] Lo A. W. Campbell, J. Y. and A. C. MacKinlay. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, Princeton, 1997.
- [23] Taylor S. J. Introduction to asset price dynamics, volatility, and prediction. In *Asset Price Dynamics, Volatility, and Prediction*, Introductory Chapters. Princeton University Press, 2007.
- [24] R. Cont. Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1:223 – 236, 2001.
- [25] Pedro A. Morettin. *Econometria Financeira*. Edgard Blucher, So Paulo, first edition, 2008.
- [26] L. Coroneo and D. Veredas. Intradaily seasonality of returns distribution.a quantile regression approach and intradaily var estimation. CORE Discussion Papers 2006/077, Universit catholique de Louvain, Center for Operations Research and Econometrics (CORE), 2006.

- [27] Lillo F. and Mantegna R. N. Power-law relaxation in a complex system: Omori law after a financial market crash. *Physical Review E*, 68, 2003.
- [28] F. Black.
- [29] Kazuko Yamasaki, Lev Muchnik, Shlomo Havlin, Armin Bunde, and H. Eugene Stanley. Scaling and memory in volatility return intervals in financial markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 102(26):9424 – 9428, June 2005.
- [30] Fengzhong Wang, Kazuko Yamasaki, Shlomo Havlin, and H. Eugene Stanley. *Return Intervals Approach to Financial Fluctuations*. Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [31] Vasiliki Plerou, Parameswaran Gopikrishnan, Bernd Rosenow, Luis A.N.Amaral, and H. Eugene Stanley. Econophysics: Financial time series from a statistical physics point of view, 2000.
- [32] Iram Gleria, Raul Matsushita, and Sergio Da Silva. Scaling power laws in the sao paulo stock exchange. *Economics Bulletin*, 7(3):1–12, 2002.
- [33] Yanhui Liu, Parameswaran Gopikrishnan, Cizeau, Meyer, Peng, and Eugene H. Stanley. Statistical properties of the volatility of price fluctuations. *Physical Review E*, 60(2):1390–1400, 1999.
- [34] K. Matia, M. Pal, H. Salunkay, and H. E. Stanley. Scale-dependent price fluctuations for the indian stock market. *Europhysics Letters*, 66(6):909–914, 2004.
- [35] M.L. Goldstein, S.A. Morris, and G.G. Yen. Problems with fitting to the power-law distribution. *The European Physical Journal B*, 41:255–258, 2004.
- [36] Xavier Gabaix, Parameswaran Gopikrishnan, Vasiliki Plerou, and Eugene Stanley. A unified econophysics explanation for the power-law exponents of stock market activity. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 382(1):81–88, August 2007.
- [37] Faruk Selcuk. Financial earthquakes, aftershocks and scaling in emerging stock markets. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, 333:306–316, February 2004.
- [38] Parameswaran Gopikrishnan, Vasiliki Plerou, Lu'is A. Nunes Amaral, Martin Meyer, and H. Eugene Stanley. Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices. *Physical Review E*, 60(5):5305–5316, Nov 1999.
- [39] P. Gopikrishnan, M. Meyer, L. A. N. Amaral, and H. E. Stanley. Inverse cubic law for the distribution of stock price variations. *European Physical Journal B*, 3:139–140, 1998.

- [40] R. N. Mantegna. Levy walks and enhanced diffusion in milan stock exchange. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 179(2):232–242, 1991.
- [41] Sergio Da Silva. Autocorrelation as a source of truncated levy flights in foreign exchange rates. Finance 0405018, EconWPA, May 2004.
- [42] Ulrich A. Muller, Michel M. Dacorogna, Richard B. Olsen, Olivier V. Pictet, Matthias Schwarz, and Claude Morgeneegg. Statistical study of foreign exchange rates, empirical evidence of a price change scaling law, and intraday analysis. *Journal of Banking & Finance*, 14(6):1189–1208, December 1990.
- [43] Torben G. Andersen, Tim Bollerslev, Francis X. Diebold, and Heiko Ebens. The distribution of stock return volatility. *Journal of Financial Economics*, 61:43–76, 2001.
- [44] Adrian Dragulescu and Victor M. Yakovenko. Statistical mechanics of money. *The European Physical Journal B*, 17(4):723 – 729, 2000.
- [45] Yakovenko V. M. Dragulescu A. Evidence for the exponential distribution of income in the usa. *The European Physical Journal B*, 20(4):585–589, 2001.
- [46] Adrian Dragulescu and Victor M. Yakovenko. Exponential and powerlaw probability distributions of wealth and income in the united kingdom and the united states. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299:213–221, 2001.
- [47] J. L. McCauley and G. H. Gunaratne. An empirical model of volatility of returns and option pricing. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 329:178–198, 2003.
- [48] A. C. Silva, R. E. Prange, and V. M. Yakovenko. Exponential distribution of financial returns at mesoscopic time lags: a new stylized fact. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 344:227–235, 2004.
- [49] A. C. Silva and V. M. Yakovenko. Stochastic volatility of financial markets as the fluctuating rate of trading: An empirical study. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 382:278–285, 2007.
- [50] J. Laherre and D. Sornette. Stretched exponential distributions in nature and economy: Fat tails with characteristic scales. *European Physical Journal B*, 2:525–539, 1999.
- [51] Rama Cont, Marc Potters, and Jean-Philippe Bouchaud. *Scaling in stock market data: stable laws and beyond*. Number 9705087. 1997.
- [51] H. Takayasu, M. Takayasu, M. P. Okazaki, K. Marumo, and T. Shimizu. *Fractal Properties in Economics*. World Scientific, 2000.
- [52] H. Takayasu, M. Takayasu, M. P. Okazaki, K. Marumo, and T. Shimizu. *Fractal Properties in Economics*. World Scientific, 2000.
- [53] Takayuki Mizuno, Misako Takayasu, and Hideki Takayasu. The mechanism of double exponential growth in hyper-inflation. *Physica A*, 308:411–420, 2002.

- [54] Kyungsik Kim and Seong-Min Yoon. Dynamical behavior of continuous tick data in futures exchange market. *Fractals*, 11:131–136, 2003.
- [55] A. Christian Silva and Victor M. Yakovenko. Temporal evolution of the "thermal" and "superthermal" income classes in the USA during 1983 to 2001. *Europhysics Letters*, 69(2):304, 2005.
- [56] Manabu Asai, Michael McAleer, and Marcelo C. Medeiros. Modelling and forecasting noisy realized volatility. *Computational Statistics & Data Analysis*, In Press, Corrected Proof, 2011.
- [57] Silvano Bordignon, Massimiliano Caporin, and Francesco Lisi. Generalised long-memory GARCH models for intra-daily volatility. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(12):5900 – 5912, 2007.
- [58] Renate Sitte and Joaquin Sitte. Neural networks approach to the random walk dilemma of financial time series. *Applied Intelligence*, 16(3):163–171, May 2002.
- [59] T. C. Mills. *The Econometric Modelling of Financial Time Series*. Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [60] Federick Reif. *Fundamentals of Statistics and Thermal Physics*. Physics Series. Academic Press, Singapore, 1985.

