

BÁRBARA CAMBOIM LOPES DE FIGUEIRÊDO

**Análise multifractal da velocidade do vento em
Pernambuco**

RECIFE-PE - FEV/2014



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Análise multifractal da velocidade do vento em Pernambuco

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Biometria e Estatística Aplicada

Orientadora: Profa. Dra. Tatijana Stošić

Co-orientador: Prof. Dr. Borko D. Stošić

RECIFE-PE - FEV/2014.

Ficha Catalográfica

F476a Figueirêdo, Bárbara Camboim Lopes de
Análise multifractal da velocidade do vento em Pernambuco /
Bárbara Camboim Lopes de Figueirêdo. -- Recife, 2014.
75 f.: il.

Orientador (a): Tatijana Stošić.
Dissertação (Programa de Pós-Graduação em
Biometria e Estatística Aplicada) – Universidade Federal Rural
de Pernambuco, Departamento de Estatística e Informática,
Recife, 2014.

Inclui referências e apêndice.

1. Correlações de longo alcance 2. Multifractal detrended
fluctuation analysis 3. Velocidade e rajada do vento I. Stošić,
Tatijana, orientadora II. Título

CDD 310

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

Análise multifractal da velocidade do vento em Pernambuco

Bárbara Camboim Lopes de Figueirêdo

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 24/02/2014 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Profa. Dra. Tatijana Stošić
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Borko D. Stošić
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEINFO-UFRPE

Prof. Dr. Moacyr Cunha Filho
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEINFO-UFRPE

Prof. Dr. Pedro Hugo de Figueirêdo
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DF-UFRPE

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a minha avó Letícia (*in memorian*), que nunca mediu esforços para me apoiar, principalmente nos estudos.

Agradeço também aos meus pais, Alexandre e Tizziana, que sempre me apoiaram e incentivaram em todas as minhas decisões. Aos meus tios, Zeca, Denise e Cordélia pelo suporte ao longo da minha estadia em Recife, e a toda minha família.

A minha orientadora Profa. Dra. Tatijana Stošić, pela paciência, dedicação e ensinamentos. Ao professor Borko Stošić pelo suporte computacional e a todos os professores do PPGBEA que de alguma forma contribuíram na minha formação.

A todos os amigos que tive oportunidade de conhecer no DEINFO, em especial Paula, David, Pryscilla, Simara, Lêda, Evelyn, Rosangela, Ronaldo, Thaíze, Diego, Samuel, Ricardo, Alessandro e Luiz Henrique, que me ajudou bastante neste trabalho.

Agradeço também a todos os meus amigos da UEPB, Carol, André, Djair, Wanessa, Érika e Nyedja, que sempre me ajudaram. Em especial a Érika, que me deu suporte e ajudou bastante assim que cheguei em Recife.

Aos meus amigos/irmãos que tive o privilégio de conhecer, morar e conviver durante estes dois anos em Recife. Joelma, Augusto, Regina, Roberta, Heitor, Cesar, Marcius, Wendell, Lidianne, Inaldo, Tassio, Lucas, Sivonaldo, Marciel e Ana, agradeço pelos inúmeros momentos felizes que me proporcionaram, pelo apoio, ajuda e amizade.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

O estudo do clima tem grande importância visto que a variação em elementos climáticos afeta a economia de uma região e a vida das pessoas que ali habitam. As variáveis climáticas temperatura, umidade, pressão atmosférica, radiação solar, precipitação e vento podem ser influenciadas por diversos fatores, geofísicos e ambientais, tais como latitude, altitude, massas de ar, continentalidade e maritimidade, relevo e vegetação. Um dos mais complexos elementos do clima é o vento, pelo fato de representar um fenômeno natural de turbulência, caracterizado por uma grande variabilidade temporal e espacial. O vento é gerado pelo movimento das massas de ar e pode influenciar vários fenômenos ambientais como erosão do solo, dispersão de poluentes e transporte de pólen e sementes. O conhecimento da distribuição temporal e espacial da velocidade do vento é crucial para avaliação do potencial eólico de uma região. Neste trabalho estudaram-se correlações de longo alcance das séries temporais de velocidade do vento registradas em 12 estações meteorológicas durante o período de 2008 a 2011 no estado de Pernambuco aplicando-se o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) nas séries temporais horárias. Todas as séries analisadas mostram as propriedades multifractais com valores de expoente generalizado de Hurst acima de 0,5 indicando uma dinâmica persistente para pequenas e grandes flutuações. Foram calculadas também as outras medidas multifractais, o expoente Rényi e o espectro multifractal bem como os parâmetros de complexidade: posição do máximo, largura e assimetria do espectro multifractal. Não foram encontradas correlação entre os parâmetros de complexidade e as coordenadas geográficas: longitude, latitude e altitude, exceto a medida de assimetria do espectro multifractal: correlação negativa entre a rajada e longitude e entre velocidade e latitude. Para todas as estações as larguras do espectro multifractal foram maiores para a rajada que para a velocidade, indicando uma multifractalidade mais forte. Estes resultados contribuem para uma melhor compreensão da natureza dos processos estocásticos geradores da dinâmica do vento, necessária para o desenvolvimento de modelos confiáveis para predição da variabilidade temporal do vento e dos diversos fenômenos influenciados pelo mesmo.

Palavras-chave: Correlações de longo alcance, Multifractal Detrended Fluctuation Analysis, Velocidade e rajada do vento.

Abstract

The study of climate has great importance, given that a variation of climatic elements affect the economy of a certain region and life of the inhabitants. Climate variables temperature, humidity, atmospheric pressure, solar radiation, precipitation and wind can be affected by geophysical and environmental factors such as latitude, altitude, air mass, proximity to sea, sea currents and vegetation. Wind is the most complex climate element representing the natural phenomenon of turbulence, it is characterized by high temporal and spatial variability. Wind is generated by atmospheric air mass movement, and has influence on various environmental phenomena such as soil erosion, pollutant dispersal and transport of pollen and seeds. Knowing wind speed temporal and spatial distribution is crucial to evaluate the potential for generation of eolic energy. In this work we study long-term correlations in wind speed temporal series registered at twelve meteorological stations in the state of Pernambuco, Brazil. To this end we apply Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) on hourly wind speed data for the period 2008-2011. All the analyzed series exhibit multifractal properties with generalized Hurst exponents above 0.5 indicating persistent temporal dynamics for both, small and large fluctuations. We also calculate other multifractal measures Rényi exponent and singularity spectrum, and complexity parameters, position of maximum, width and asymmetry of multifractal spectrum. No correlation was detected between complexity parameters and the geographic parameters longitude, latitude and altitude of the station, except for asymmetry of multifractal spectrum: negative correlation with longitude for maximum wind speed and negative correlation with latitude for average wind speed. However for all stations the strength of multifractality (indicated by width of multifractal spectrum) is greater for maximum wind speed than for average wind speed. These results contribute to a better understanding of the nature of stochastic processes governing wind dynamics which is necessary for development of more accurate predictive models for wind speed temporal variability and diverse phenomena influenced by wind.

Key words: Long Range Correlation, Multifractal Detrended Fluctuation Analysis, Wind speed.

Lista de Figuras

1	Instrumentos utilizados para quantificar a velocidade e rajada do vento. a) Anemômetro; b) Anemógrafo. Fonte: INMET	p. 9
2	Exemplo de fractal determinístico. Triângulo de Sierpinski.	p. 10
3	Exemplo de fractal estocástico. Linha Costeira da Grã-Betanha.	p. 11
4	Conceito de multifractalidade. Ilustração considerando uma cidade vista diretamente de cima (A) e vista de cima, porém de lado (B) Fonte: (SEURONT, 2009)	p. 12
5	Exemplo de processo fractal auto semelhante. Fonte: www.physionet.org	p. 13
6	Mapa das estações meteorológicas estudadas do estado de Pernambuco.	p. 16
7	Representação gráfica das causas de multifractalidade: devido à função densidade de probabilidade (■) (o espectro após a randomização da série continua com a mesma largura), às correlações de longo alcance (▲) (a largura do espectro após a randomização da série se reduz a um ponto) e devido ambas as causas (○) (a largura do espectro após a randomização da série diminui), e parâmetros de complexidade: ponto de máximo (α) e largura do espectro multifractal (w).	p. 22
8	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Arcoverde.	p. 24
9	Histograma da série temporal da rajada do vento em Arcoverde.	p. 24
10	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Cabrobó.	p. 25
11	Histograma da série temporal da rajada do vento em Cabrobó.	p. 25
12	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Caruaru.	p. 25
13	Histograma da série temporal da rajada do vento em Caruaru.	p. 25
14	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Floresta.	p. 25
15	Histograma da série temporal da rajada do vento em Floresta.	p. 25

16	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Garanhuns. . . .	p. 26
17	Histograma da série temporal da rajada do vento em Garanhuns.	p. 26
18	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Ibimirim.	p. 26
19	Histograma da série temporal da rajada do vento em Ibimirim.	p. 26
20	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Ouricuri.	p. 26
21	Histograma da série temporal da rajada do vento em Ouricuri.	p. 26
22	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Palmares. . . .	p. 27
23	Histograma da série temporal da rajada do vento em Palmares.	p. 27
24	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Petrolina.	p. 27
25	Histograma da série temporal da rajada do vento em Petrolina.	p. 27
26	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Recife.	p. 27
27	Histograma da série temporal da rajada do vento em Recife.	p. 27
28	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Serra Talhada. .	p. 28
29	Histograma da série temporal da rajada do vento em Serra Talhada. . . .	p. 28
30	Histograma da série temporal da velocidade do vento em Surubim.	p. 28
31	Histograma da série temporal da rajada do vento em Surubim.	p. 28
32	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Arcoverde.	p. 29
33	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Arcoverde.	p. 29
34	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Cabrobó.	p. 29
35	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Cabrobó.	p. 29
36	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Caruaru.	p. 29
37	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Caruaru.	p. 29
38	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Floresta.	p. 30
39	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Floresta.	p. 30
40	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Garanhuns	p. 30
41	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Garanhuns.	p. 30

42	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Ibimirim.	p. 30
43	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Ibimirim.	p. 30
44	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Ouricuri.	p. 31
45	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Ouricuri.	p. 31
46	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Palmares.	p. 31
47	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Palmares.	p. 31
48	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Petrolina.	p. 31
49	Série temporal da anomalia rajada do vento em Petrolina.	p. 31
50	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Recife.	p. 32
51	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Recife.	p. 32
52	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Serra Talhada. . .	p. 32
53	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Serra Talhada.	p. 32
54	Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Surubim.	p. 32
55	Série temporal da anomalia da rajada do vento em Surubim.	p. 32
56	Função de flutuação da velocidade do vento em Arcoverde.	p. 33
57	Função de flutuação da rajada do vento em Arcoverde.	p. 33
58	Função de flutuação da velocidade do vento em Cabrobó.	p. 33
59	Função de flutuação da rajada do vento em Cabróbo.	p. 33
60	Função de flutuação da velocidade do vento em Caruaru.	p. 33
61	Função de flutuação da rajada do vento em Caruaru.	p. 33
62	Função de flutuação da velocidade do vento em Floresta.	p. 34
63	Função de flutuação da rajada do vento em Floresta.	p. 34
64	Função de flutuação da velocidade do vento em Garanhuns.	p. 34
65	Função de flutuação da rajada do vento em Garanhuns.	p. 34
66	Função de flutuação da velocidade do vento em Ibimirim.	p. 34
67	Função de flutuação da rajada do vento em Ibimirim.	p. 34

68	Função de flutuação da velocidade do vento em Ouricuri.	p. 35
69	Função de flutuação da rajada do vento em Ouricuri.	p. 35
70	Função de flutuação da velocidade do vento em Palmares.	p. 35
71	Função de flutuação da rajada do vento em Palmares.	p. 35
72	Função de flutuação da velocidade do vento em Petrolina.	p. 35
73	Função de flutuação da rajada do vento em Petrolina.	p. 35
74	Função de flutuação da velocidade do vento em Recife.	p. 36
75	Função de flutuação da rajada do vento em Recife.	p. 36
76	Função de flutuação da velocidade do vento em Serra Talhada.	p. 36
77	Função de flutuação da rajada do vento em Serra Talhada.	p. 36
78	Função de flutuação da velocidade do vento em Surubim.	p. 36
79	Função de flutuação da rajada do vento em Surubim.	p. 36
80	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Arcoverde.	p. 37
81	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Arcoverde.	p. 37
82	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Cabrobó.	p. 38
83	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Cabrobó.	p. 38
84	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Caruaru.	p. 38
85	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Caruaru.	p. 38
86	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Floresta.	p. 38
87	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Floresta.	p. 38
88	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Garanhuns.	p. 39
89	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Garanhuns.	p. 39

90	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Ibimirim.	p. 39
91	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Ibimirim.	p. 39
92	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Ouricuri.	p. 39
93	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Ouricuri.	p. 39
94	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Palmares.	p. 40
95	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Palmares.	p. 40
96	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Petrolina.	p. 40
97	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Petrolina.	p. 40
98	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Recife.	p. 40
99	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Recife.	p. 40
100	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Serra Talhada.	p. 41
101	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Serra Talhada.	p. 41
102	Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Surubim.	p. 41
103	Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Surubim.	p. 41
104	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Arcoverde.	p. 42
105	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Cabrobó.	p. 42
106	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Caruaru.	p. 42
107	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Floresta.	p. 42
108	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Garanhuns.	p. 42
109	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Ibimirim.	p. 42
110	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Ouricuri.	p. 43
111	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Palmares.	p. 43

112	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Petrolina.	p. 43
113	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Recife.	p. 43
114	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Serra Talhada. .	p. 43
115	Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Surubim.	p. 43
116	Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade α da velocidade do vento.	p. 46
117	Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade α da rajada do vento.	p. 46
118	Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade w da velocidade do vento.	p. 47
119	Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade w da rajada do vento.	p. 47
120	Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade r da velocidade do vento.	p. 47
121	Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade r da rajada do vento.	p. 47
122	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Arcoverde. .	p. 48
123	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Arcoverde. . . .	p. 48
124	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Cabrobó. .	p. 48
125	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Cabrobó.	p. 48
126	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Caruaru. . .	p. 48
127	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Caruaru.	p. 48
128	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Floresta. . .	p. 49
129	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Floresta.	p. 49
130	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Garanhuns. .	p. 49
131	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Garanhuns. . .	p. 49
132	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Ibimirim. . .	p. 49
133	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Ibimirim.	p. 49

134	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Ouricuri. . .	p. 50
135	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Ouricuri. . . .	p. 50
136	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Palmares. .	p. 50
137	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Palmares. . . .	p. 50
138	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Petrolina. .	p. 50
139	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Petrolina. . . .	p. 50
140	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Recife. . . .	p. 51
141	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Recife.	p. 51
142	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Serra Talhada. p.	51
143	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Serra Talhada. .	p. 51
144	Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Surubim. . .	p. 51
145	Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Surubim.	p. 51

Lista de Tabelas

1	Latitude, longitude e altitude das estações meteorológicas.	p. 17
2	Estatísticas descritivas das séries horárias de velocidade e rajada de vento em Pernambuco.	p. 24
3	Parâmetros de complexidade (α , w e r) para as séries de velocidade e rajada do vento em Pernambuco.	p. 45
4	Teste do sinal para os parâmetros de complexidade	p. 45
5	Coeficiente de correlação de Pearson dos parâmetros de complexidades com altitude, latitude e longitude.	p. 46
6	Largura do espectro multifractal das séries temporais originais e randomizadas da velocidade e rajada do vento em Pernambuco.	p. 52

Sumário

1	Introdução	p. 1
2	Revisão de Literatura	p. 3
2.1	Conhecimento Climático	p. 3
2.1.1	Clima e Tempo	p. 4
2.1.2	Classificação Climática	p. 4
2.1.3	Principais Elementos Climáticos	p. 6
2.1.4	Principais Fatores Climáticos	p. 7
2.1.5	Vento	p. 8
2.2	Fractais e Multifractais	p. 10
2.2.1	Fractais	p. 10
2.2.2	Multifractais	p. 11
2.2.3	Processos Fractais e Multifractais	p. 12
2.3	Correlação de Longo Alcance em Séries Temporais	p. 13
2.3.1	Análise da Função de Autocorrelação	p. 14
3	Dados e Metodologia	p. 16
3.1	Dados	p. 16
3.2	Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)	p. 17
3.3	Medidas Fractais	p. 19
4	Resultados e Discursão	p. 23
5	Conclusão	p. 53

1 Introdução

O clima vem sendo bastante estudado devido a sua importância para a vida na terra. O tempo é o estado médio da atmosfera numa dada porção de tempo em um determinado lugar e é caracterizado pelos: temperatura do ar, pressão, umidade, nuvens, precipitação, visibilidade e vento. Já o clima é a síntese do tempo num dado lugar durante um período de 30 a 35 anos aproximadamente (AYOADE, 1996).

O clima pode ser influenciado por diversos fatores, tais como latitude, altitude, massas de ar, continentalidade e maritimidade, relevo e vegetação. Os elementos do clima se conjugam para formar o tempo atmosférico e o clima propriamente dito. Estes elementos influenciam de maneira individual e conjuntamente o clima de uma região. Dentre os do clima um dos mais importantes é o vento, que pode ser definido como movimento do ar sobre a superfície terrestre, na qual se desloca de áreas de maior pressão para áreas de menor pressão, e quanto maior a diferença entre essas pressões, maior será a velocidade do vento, que é definida como a distância percorrida pelo vento em um determinado intervalo de tempo, geralmente expressa em m/s ou km/h (VIANELLO; ALVES, 2006).

O vento é um dos fenômenos climáticos mais importantes, uma vez que os ventos fortes podem destruir construções, derrubar árvores ou criar condições de ondas perigosas no mar. São responsáveis por carregar a poluição atmosférica e precipitação para determinadas áreas em que ela normalmente não ocorre, é fundamental na dispersão de pólen e sementes, como também na formação de dunas e na erosão do solo, além de ser utilizado como fonte de energia eólica (FERREIRA, 2006).

Pelo fato do vento ser um fenômeno de suma importância na atmosfera é essencial um estudo mais detalhado para conhecer melhor a sua dinâmica. Pode-se, através de uma nova técnica, a metodologia *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA), que vem sendo utilizada com sucesso em diversos estudos, descrever e quantificar a dinâmica do vento. O primeiro trabalho que investigou a multifractalidade em velocidade de vento através desta metodologia foi um estudo conduzido em Dakota do Norte (EUA), em que Kavasseri e Nagarajan (2005) analisaram quatro séries temporais horárias de velocidade

média do vento e verificaram uma dependência decrescente entre $h(q)$ e q , que é uma das principais características para determinar um comportamento multifractal, e concluíram que as séries em estudo possuem características multifractais. Também foram verificadas propriedades multifractais em séries temporais de velocidade do vento na China (FENG et al., 2009), na Itália (TELESCA; LOVALLO, 2011) e na Espanha (GARCÍA-MARÍN et al., 2013).

Neste trabalho foi estudada a dinâmica das séries horárias de velocidade do vento em 12 estações meteorológicas de Pernambuco, aplicando-se o método MF-DFA, que tem como objetivo quantificar correlações de longo alcance em múltiplas escalas em séries temporais não estacionárias.

O objetivo geral deste trabalho é estudar correlações de longo alcance nas séries temporais da velocidade e rajada do vento em Pernambuco, por meio da metodologia MF-DFA.

Os objetivos específicos foram:

1. Aplicar este método nas séries temporais horárias de velocidade e rajada do vento registradas em Pernambuco durante o período de 2008 a 2011.
2. Concluir se a dinâmica do vento no estado de Pernambuco possui propriedades multifractais.
3. Verificar se existe diferença no espectro multifractal para a velocidade e rajada do vento, e analisar se esse comportamento é afetado por fatores ambientais.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 é apresentada uma revisão de literatura, composta por três seções: conhecimento climático, em que serão introduzidos alguns conceitos sobre o clima, fractais e multifractais, onde serão mencionados conceitos de objetos e de processos fractais e multifractais, e correlações de longo alcance em séries temporais. Em seguida, no capítulo 3, serão expostos os dados utilizados neste trabalho e a metodologia que será aplicada, onde foi abordada a metodologia MF-DFA, e as medidas multifractais expoente generalizado de Hurst $h(q)$, expoente de Rényi $\tau(q)$ e o espectro multifractal $f(\alpha)$. Nos capítulos 4 e 5 serão apresentados os resultados e as conclusões, respectivamente.

2 Revisão de Literatura

2.1 Conhecimento Climático

O clima influencia de várias maneiras as diversas atividades do homem na sociedade. Antigamente achavam que os fenômenos climáticos eram controlados pelos deuses até cerca de 400 a.C., quando Hipócrates e Aristóteles publicaram as suas obras, “Ar, águas e lugares”, e “Meteorológicos”, respectivamente. As obras representaram a soma do conhecimento do tempo e do clima na época (MUSA, 2008).

Durante o domínio do mundo grego pelo Império Romano houve uma queda considerável de produção intelectual no período, pois os romanos estavam mais preocupados com o expansionismo do Império. Após a instituição do cristianismo como religião ocidental e sua difusão pelo mundo, observa-se uma completa negação da busca pela compreensão da natureza. (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007).

A partir de movimentos como o Renascimento, as preocupações com a atmosfera foram retomadas. Nessa época foi inventado o termômetro e o barômetro, por Galileu Galilei, em 1593, e por Torricelli, em 1643, respectivamente. As mensurações científicas somente se tornaram possíveis com a invenção destes instrumentos. Durante as duas guerras mundiais, no século XX, o aprimoramento desses conhecimentos foram mais marcantes, pois era fundamental o monitoramento da dinâmica atmosférica. Desde então, os saltos foram cada vez mais rápidos e intensos. (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007; BARRY; CHORLEY, 2003)

Atualmente com o aumento da velocidade do sistema de comunicação, tem-se um período de intensa circulação de informações, o que facilitou a difusão de dados meteorológicos e climatológicos, possibilitando assim o conhecimento da dinâmica atmosférica e para a contribuição para a elaboração de pesquisas (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007).

2.1.1 Clima e Tempo

Ao contrario do pensamento convencional, existe uma distinção entre clima e tempo. O tempo é o estado médio da atmosfera numa dada porção de tempo em um determinado lugar, o tempo é dinâmico e possui os elementos: temperatura do ar, pressão, umidade, nuvens, precipitação e vento. Já o clima é a síntese do tempo num dado lugar durante um período de 30-35 anos aproximadamente. Observando elementos meteorológicos ao longo de um período de tempo especificado, obteríamos o clima de um lugar particular (AYOADE, 1996).

O tempo meteorológico é a soma total das condições atmosféricas de um dado local, num determinado tempo cronológico, já o clima é uma generalização das condições do tempo para um certo período, em uma determinada área (VIANELLO; ALVES, 2006).

Na literatura existem vários estudiosos que apresentam algumas definições para o clima, Thornthwaite define o clima como “a interação de fatores meteorológicos que concorrem para dar a uma região seu caráter e sua individualidade”. Köppen propõe que “clima é o somatório das condições atmosféricas que fazem um lugar da superfície terrestre ser mais ou menos habitável para os humanos, animais e plantas”. Já o climatologista alemão Hann, diz que o “clima é o conjunto dos fenômenos meteorológicos que caracterizam o estado médio da atmosfera em um ponto da superfície terrestre”(VIANELLO; ALVES, 2006).

Segundo a *World Meteorological Organization* - WMO (2010), clima pode ser descrito em termos de descrições estatísticas das tendências centrais e variabilidade de elementos relevantes, tais como temperatura, precipitação, pressão atmosférica, umidade e ventos, ou através de combinações de elementos, tais como tipos de clima e os fenômenos, que são típicos de um local, região ou do mundo para qualquer período de tempo.

Existem também distinções significativas na metodologia da meteorologia e da climatologia, enquanto o meteorologista aplica as leis da física clássica e as técnicas matemáticas no estudo dos fenômenos atmosféricos, o climatologista utiliza técnicas estatísticas para inferir informações a respeito do clima (AYOADE, 1996).

2.1.2 Classificação Climática

A classificação climática surgiu da necessidade de sintetizar e agrupar elementos climáticos similares em tipos climáticos a partir dos quais as regiões climáticas são mapeadas. As classificações climáticas são de suma importância, pois objetiva caracterizar

em uma grande área, ou região, zonas com características climáticas homogêneas, elas analisam e definem os climas das diferentes regiões para a compreensão das complexas variações do clima no mundo, levando em consideração vários elementos climáticos ao mesmo tempo (AYOADE, 1996; ROLIM et al., 2007).

Existem duas abordagens para obter a classificação climática, a genética e a empírica. A abordagem genética se baseia nos controles climáticos, já a abordagem empírica tem como base os próprios elementos climáticos observados, ou em seus efeitos sobre outros fenômenos, usualmente a vegetação ou o homem (AYOADE, 1996).

Como os controles do clima são mais difíceis de se medir, então a maior parte das classificações climáticas adotaram a abordagem empírica. Uma delas é a classificação climática de Köppen, que iremos apresentar a seguir.

Classificação Climática de Köppen

A classificação de Köppen é a classificação climática mais utilizada, tanto na sua forma original ou com modificações que alguns autores sugeriram ao longo do tempo (PEEL et al., 2007; ROLIM et al., 2007).

Wladimir Köppen foi um biólogo nascido na Rússia, que usou o mapa de vegetação mundial do francês Alphonse de Candolle, propondo que a vegetação natural seria a melhor expressão do clima. A classificação climática de Köppen foi desenvolvida entre 1900 a 1936 (VIANELLO; ALVES, 2006; AYOADE, 1996).

Esta segue a abordagem empírica, partindo do pressuposto que a vegetação natural de cada grande região da Terra é essencialmente uma expressão do clima nela predominante. Para determinar os tipos climáticos são considerados a sazonalidade e os valores médios anuais e mensais da temperatura do ar e da precipitação (AYOADE, 1996; ROLIM et al., 2007).

A classificação climática de Köppen divide os climas em 5 grupos, os símbolos usados para representar os grupos, tipos e variedades climáticas são letras maiúsculas ("A", "B", "C", "D", "E") que denota a classificação geral do clima em uma região (Tropical, Árido, Temperado, Continental e Glacial), e minúsculas, podendo ainda aparecer livres ou caracterizadas por um, dois ou três primos, que estabelece o tipo de clima dentro do grupo (AYOADE, 1996).

2.1.3 Principais Elementos Climáticos

Os elementos do clima são aqueles que se conjugam para formar o tempo atmosférico e o clima propriamente dito. Estes elementos influenciam de maneira individual e conjuntamente o clima de uma região. Pode ser definido pelos atributos físicos que representam as propriedades da atmosfera geográfica de um dado local. Os mais comumente utilizados para caracterizar a atmosfera geográfica são a temperatura, a umidade e a pressão, que, influenciados pela diversidade geográfica, manifestam-se por meio de precipitação, vento, nebulosidade, ondas de calor e frio, entre outros (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007; TORRES; MACHADO, 2008).

- **Temperatura:** Temperatura é a medida do grau de agitação das moléculas de gás. A temperatura é comumente definida com base no grau de calor que um corpo possui. (AYOADE, 1996)
- **Umidade do Ar:** A umidade do ar é a quantidade de vapor de água que encontramos na atmosfera, podendo ser expressa em valores absolutos ou relativos. Apesar de o vapor d'água representar somente 2% da massa total da atmosfera e 4% de seu volume, ele é o componente atmosférico mais importante na determinação do tempo e do clima, pois o vapor d'água é a origem de todas as formas de condensação e precipitação (AYOADE, 1996).
- **Radiação Solar:** A radiação se refere a emissão de energia emitida pelo sol por meio de ondas eletromagnéticas. É a radiação solar que aquece diretamente algumas regiões, e a deficiência faz com que outras regiões se tornem frias. Praticamente toda a vida animal ou vegetal, necessita de exposição à luz solar para sobreviver (BLAIR; FITE, 1964).
- **Nebulosidade:** Nebulosidade é o conjunto de nuvens que se formam no céu em uma determinada localidade. A nebulosidade serve como uma barreira para que a radiação solar não penetre, como também serve para não perder radiação terrestre (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007).
- **Precipitação:** Precipitação refere-se às diversas formas líquidas e congeladas de água, como a chuva, neve, granizo, orvalho, geada e nevoeiro. Porém, apenas a chuva e a neve contribuem significativamente para os totais de precipitação (AYOADE, 1996).

- **Pressão Atmosférica:** A pressão atmosférica num determinado ponto é a força exercida em todas as direções, por efeito do peso total do ar considerado acima desse ponto. Como resultado dos movimentos complexos e constantes do ar, das variações de sua temperatura e do seu teor de vapor d'água, o peso do ar sobre um dado ponto fixo varia constantemente. A pressão, assim como a temperatura, nunca se estabiliza (BLAIR; FITE, 1964).
- **Vento:** O vento consiste no deslocamento de massas de ar. Esse fenômeno é consequência do movimento do ar de um ponto qual a pressão atmosférica é mais alta em direção a um ponto onde ela é mais baixa. O vento é um dos fenômenos mais importantes em nossa atmosfera (VIANELLO; ALVES, 2006).

2.1.4 Principais Fatores Climáticos

Os elementos climáticos variam no tempo e no espaço, e são influenciados e modificados por certos fatores, denominados fatores climáticos. Os fatores climáticos obedecem características geográficas estatísticas diversificadoras da paisagem, como a latitude, altitude, relevo, vegetação, continentalidade e maritimidade e atividades humanas (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007).

- **Latitude:** É a distância medida (em graus) de um ponto qualquer da Terra em relação a linha do equador ao longo do meridiano de Greenwich. É um importante fator climático, mostra a ação de alguns condicionantes astronômicos na quantidade de energia que entra no sistema superfície-atmosfera, como a rotação da Terra sobre seu eixo, a inclinação do eixo e o movimento de translação. A latitude de um lugar, como também a época do ano, define o ângulo com que os raios do Sol irão incidir sobre a superfície daquele lugar (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007).
- **Altitude:** Refere-se a distância vertical medida entre um ponto qualquer da Terra em relação ao nível do mar. É o fator que tem maior influência sobre a temperatura. O local que estiver com a altitude elevada terá sua temperatura diminuída na razão de $0,6^{\circ}\text{C}$ para cada 100 m de diferença do segundo local (MENDONÇA; DANNI-OLIVEIRA, 2007).
- **Relevo:** É o conjunto de formas que modelam a superfície terrestre, resultado da diferença vertical relativa entre vários pontos contidos numa área específica. Tanto as formas naturais quanto as superficiais de relevo, interferem no período de duração do sol e no ângulo de incidência solar, o que pode influenciar diretamente na condições

climáticas, uma vez que ela influencia a circulação das massas de ar, facilitando ou dificultando a sua dinâmica, assim como interfere na temperatura e umidade do ar. Exemplos de relevo são: planaltos, montanhas, depressões, planícies e serras (BORGES, 2009).

- **Vegetação:** A vegetação é considerada a base da vida na terra ao produzir todo o oxigênio terrestre, além de proporcionar o alimento e o habitat que sustenta todas as criaturas vivas, mediante o processo de fotossíntese. As plantas influenciam o clima e o meio urbano em geral devido a influência que exercem em microclimas urbanos, atuando no controle da incidência solar, da temperatura e na umidade do ar, dos ventos, das chuvas e exercendo um efeito moderador da poluição do ar (CARVALHO, 2001).
- **Continentalidade e Maritimidade:** O aquecimento diferenciado que se verifica entre os oceanos e a superfície dos continentes ocorre devido à maior capacidade que as massas de água possuem em reter calor, favorecendo, assim, a redução das amplitudes térmicas diárias. Assim como a maritimidade, o efeito da continentalidade sobre os climas se manifesta especialmente na temperatura e umidade dos climas em diversas regiões (BORGES, 2009).

2.1.5 Vento

O vento é definido como qualquer movimento horizontal do ar atmosférico. Esse fenômeno é consequência do movimento do ar de um ponto onde a pressão atmosférica é mais alta para um ponto onde ela é mais baixa. A análise dos ventos nos estudos climáticos foi introduzida em 1820 por von Buch (VIANELLO; ALVES, 2006).

O vento influencia a vida na sociedade de diversas maneiras. Em fortes proporções podem causar destruições, derrubar construções, árvores ou criar condições de ondas perigosas no mar. São responsáveis por carregar a poluição atmosférica e precipitação. O vento pode moldar acidentes geográficos, dispersar pólen e sementes permitindo a sobrevivência e dispersão de espécies de plantas. Pode ser utilizado na prática de esportes, navegações e produção de energia eólica (FERREIRA, 2006).

No estado de Pernambuco os ventos predominantes são os alísios, que exercem grande influência nas condições climáticas da área, ora minimizando, ora maximizando os efeitos térmicos advindos da insolação. Os ventos alísios acontecem nas zonas tropicais

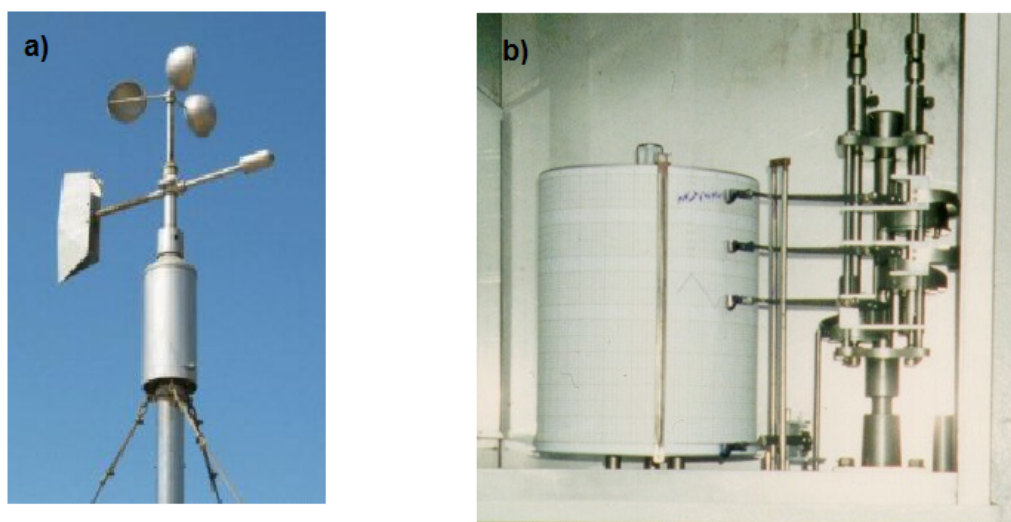


Figura 1: Instrumentos utilizados para quantificar a velocidade e rajada do vento. **a)** Anemômetro; **b)** Anemógrafo. Fonte: INMET

com ocorrência durante todo o ano, pois são considerados ventos constantes, já que são provocados a partir da rotação da terra (MANSO et al., 2014).

A velocidade média do vento é a distância percorrida por uma partícula de ar durante uma determinada unidade de tempo. Através de um instrumento chamado anemômetro, Figura 1 **a)**, pode-se então quantificar a velocidade média do vento durante um determinado tempo (m/s ou km/h), usualmente é utilizada km/h. O anemômetro possui três ou quatro pás girando ao redor de uma haste vertical. Quanto mais rápido for o giro, mais rápida será a velocidade do vento. A rajada é definida como um sopro súbito que excede a velocidade média do vento por um curto período de tempo que não se estenda por mais de 20 segundos, tanto a rajada quanto a velocidade do vento pode ser quantificada através de um instrumento denominado anemógrafo, Figura 1 **b)**. De acordo com o Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), o anemógrafo registra continuamente a direção (em graus) e a velocidade instantânea do vento e as rajadas (em m/s), assim como a distância total (em km) percorrida pelo vento com relação ao instrumento (FERREIRA, 2005).

2.2 Fractais e Multifractais

2.2.1 Fractais

Um objeto fractal pode ser definido por meio de duas características: a de auto-similaridade (quando uma parte do objeto ou processo é semelhante ao todo) e a dimensão fracionária (quando o objeto possui uma dimensão não inteira, ou seja, menor que a dimensão do espaço euclidiano). O conceito de fractal tenta medir o tamanho de objetos para quais as definições baseadas na geometria euclidianas falham (LAM, 2003).

Existem dois tipos de fractais, os fractais determinísticos e os fractais estocásticos. Os fractais determinísticos, segundo Vičzek (1992), possuem propriedades de auto-similaridade em todas as escalas, e são construídos através de um processo iterativo que consiste em substituir as unidades pela estrutura básica característica para cada tipo de fractal. Um exemplo de fractal determinístico é o triângulo de Sierpinski, que é construído ao conectar-se os pontos médios das laterais de um triângulo equilátero, criando assim, quatro triângulos menores, e então exclui-se o triângulo do meio. Repete-se esse procedimento para os três triângulos que restaram, e assim por diante, como podemos observar na Figura 2. O triângulo de Sierpinski tem uma dimensão de aproximadamente 1,58.

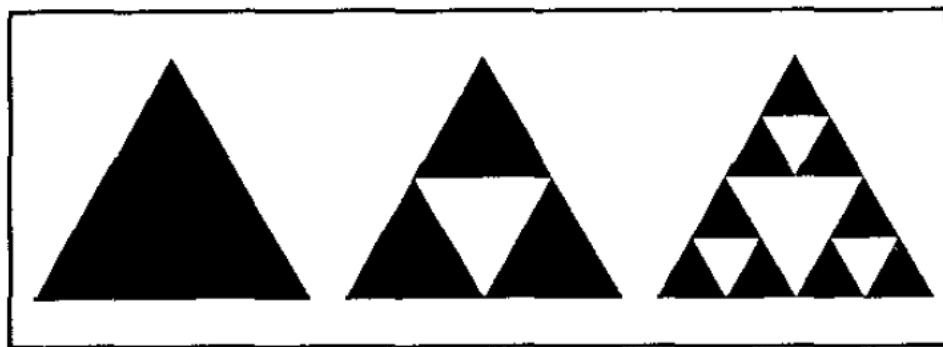


Figura 2: Exemplo de fractal determinístico. Triângulo de Sierpinski.
Fonte: (MANDELBROT, 1983).

Grande parte dos objetos fractais estocásticos que existem na natureza não apresentam auto-similaridade em todas as escalas como nos objetos determinísticos. Pode-se observar na Figura 3 que em uma linha costeira há uma irregularidade que são observadas em uma ampla gama de escalas espaciais. A visão ampliada de uma parte do litoral não irá reproduzir exatamente a imagem completa, mas terá um aspecto qualitativo. A linha costeira mostra o que é chamado de auto-similaridade estatística. Existem vários métodos

muitos utilizados para estimar a dimensão de um fractal estocástico, como o *box-counting*, que é utilizado na Figura 3.

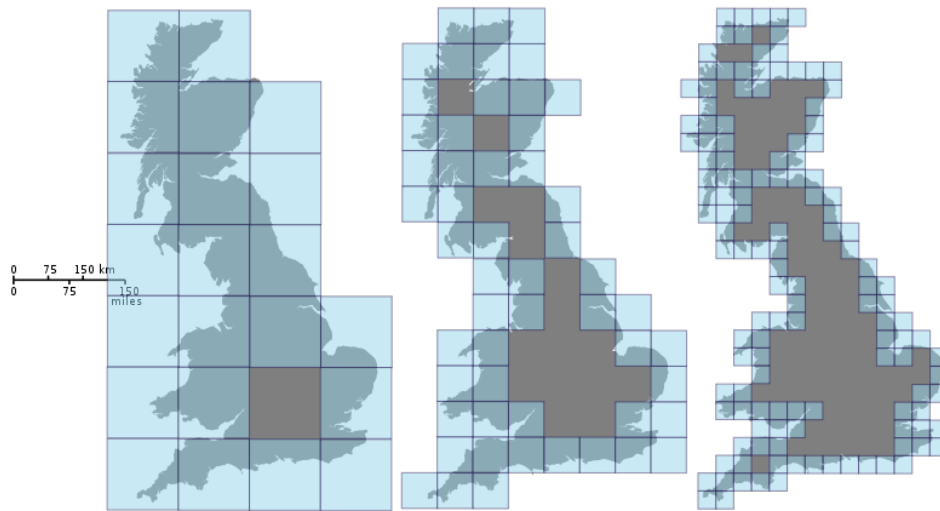


Figura 3: Exemplo de fractal estocástico. Linha Costeira da Grã-Betanha.

O *box-counting* é um método para estimar a dimensão fractal através de uma grade quadriculada de tamanho r para cobrir todo objeto fractal. Em seguida, conta-se o número de caixas que contenham pelo menos um ponto, denotado por $n(r)$, em que $n(r) \approx r^{-D}$. A dimensão é obtida através da seguinte expressão:

$$D = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(n(r))}{\log(r)}$$

A estimativa da dimensão através do método *box counting* é a inclinação negativa da reta dada por meio do gráfico $\log[n(r)]$ vs $\log(r)$ (THEILER, 1990).

2.2.2 Multifractais

Muitos objetos fractais apresentam características multifractais que podem ser considerados como um conjunto de fractais em que apenas um único expoente (dimensão fractal) não é suficiente para descrever sua invariância de escala, em vez disso é necessário um conjunto de expoentes. Multifractais são sobreposição de infinitos fractais auto-semelhantes, e sua característica principal é quantificar a semelhança estatística em padrões em diferentes escalas (LAM, 2003; LEE et al., 2010).

Um exemplo de multifractalidade é apresentado em Seuront (2009), imagina-se uma cidade vista diretamente de cima, Figura 4 (A), deste ponto de vista, considerando a cidade com objetos pretos e brancos (em preto são os edifícios e em branco são as ruas e

parques). A única informação que se tem é a distribuição dos edifícios e as ruas onde não tem edifícios, esta vista é conhecida como suporte geométrico da cidade. Agora, muda-se o ângulo da vista e a cidade é vista agora de um ângulo aéreo, porém de lado da cidade, Figura 4 (B). A cidade preta e branca agora é um conjunto de edifícios de diferentes tamanhos, que é justamente a medida que se quer conhecer. É possível agora estimar a distribuição da vasta gama de alturas de edifícios. Cada altura será eventualmente caracterizada por uma dimensão fractal, e assim, denomina-se de multifractalidade.

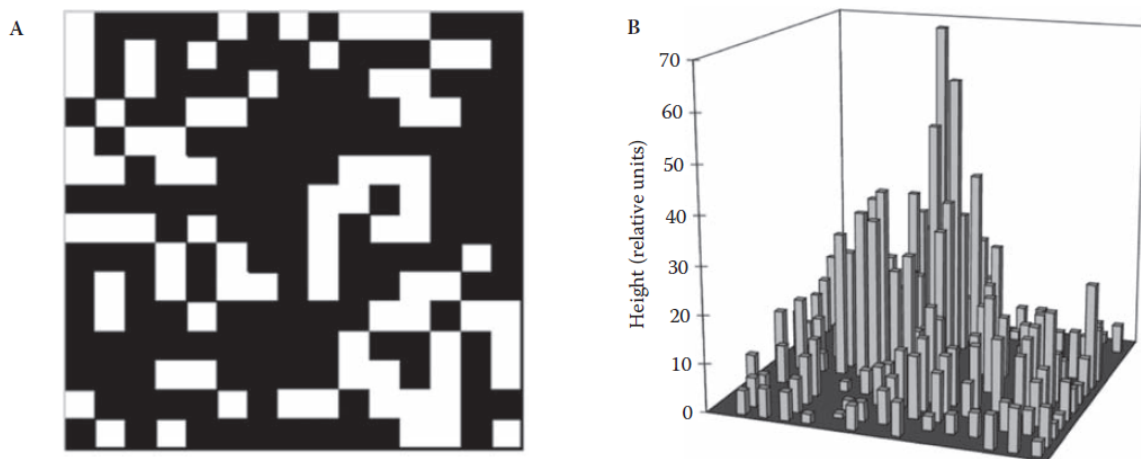


Figura 4: Conceito de multifractalidade. Ilustração considerando uma cidade vista diretamente de cima (A) e vista de cima, porém de lado (B) Fonte: (SEURONT, 2009)

2.2.3 Processos Fractais e Multifractais

O conceito fractal pode ser estendido para processos complexos que possuem flutuações em múltiplas escalas de tempo, e estas flutuações temporais caracterizam-se através da auto semelhança estatística assim como os objetos fractais apresentam auto semelhança nas várias escalas espaciais (GAO; FU, 2013). Porém a detecção e quantificação desta auto semelhança são mais complexas em séries temporais. Alguns exemplos dos processos fractais são: intervalos entre batimentos cardíacos em humanos (KOBAYASHI; MUSHI, 1982; PENG et al., 1993), intervalo entre dois passos humanos (HAUSDORFF et al., 1995), flutuações na respiração (SZETO et al., 1992), variação da pressão arterial (SZETO et al., 1992), contagem das células brancas em sangue (GOLDBERGER et al., 1986), cinética de canais iônicos (NOGUEIRA et al., 1995), séries temporais climáticas (GAO; FU, 2013; ZHANG et al., 2009; CHENG, 1999) e dados financeiros (SCHMITT et al., 2000).

A Figura 5 (a) mostra duas janelas de observação, com escalas de tempo n_1 e n_2 , em que observa-se a auto-similaridade na série $y(t)$. A Figura 5 (b) mostra a amplificação da janela menor com a escala de tempo n_1 . Nota-se que as flutuações em (a) e (b) parecem ser semelhantes, através de dois diferentes fatores de ampliação M_x e M_y , que são aplicadas sobre as escalas horizontais e verticais, respectivamente.

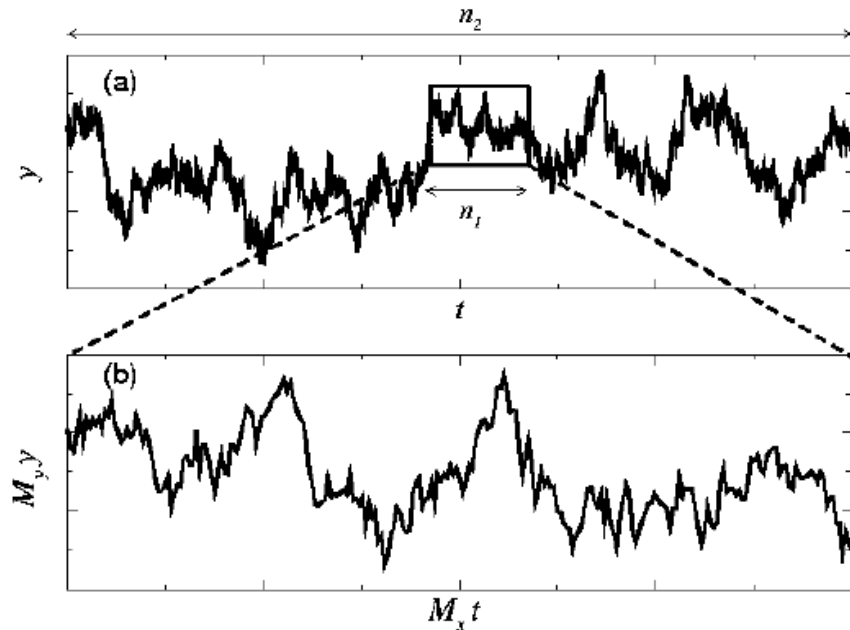


Figura 5: Exemplo de processo fractal auto semelhante. Fonte: www.physionet.org.

Ao contrário dos processos fractais que possuem as correlações de longo alcance descritas pela lei de potências com um único expoente da escala, em séries temporais multifractais existem vários subconjuntos (subséries) com flutuações em escalas diferentes e estes processos são descritos por um conjunto de expoentes de escala.

2.3 Correlação de Longo Alcance em Séries Temporais

Vários processos na natureza não são processos aleatórios independentes, normalmente eles mostram significantes correlações de longo alcance (memória longa). Esta característica está presente em vários fenômenos, tais como: economia, fisiologia, engenharia, geofísica e meteorologia. Historicamente o primeiro método desenvolvido para analisar os processos que possuem correlações de longo alcance foi iniciado por Hurst (1951) para descrever dependência de longo alcance dos níveis da água em rios e reservatórios (BERAN, 1994). O expoente de Hurst também é muito usado para

quantificar correlações de longo alcance em turbulência (YU et al., 2003), finanças (WERON; PRZYBYŁOWICZ, 2000) e tráfego de rede (ERRAMILLI et al., 2002).

2.3.1 Análise da Função de Autocorrelação

A função de autocorrelação mede o grau de correlação de uma variável, consigo mesma, em um dado instante e um instante de tempo posterior. Permite analisar o grau de irregularidade de um sinal. (BERAN, 1994).

Em séries temporais estacionárias y_i , $i = 1, \dots, N$, com média $\langle y \rangle$ e variância σ^2 , a função de autocorrelação é dada pela seguinte expressão

$$C(s) = \frac{\langle [y(i) - \langle y \rangle][y(i+s) - \langle y \rangle] \rangle}{\sigma^2}$$

em que, s é a defasagem da série.

Se y_i são não correlacionados, o valor esperado de $C(s)$ é nulo para $s > 0$.

A função de autocorrelação nada mais é do que a representação gráfica do coeficiente de autocorrelação em função das diversas defasagens que podem ser atribuídas aos dados (BOX et al., 1994).

Um decaimento exponencial do tipo $C(s) \approx e^{-s/t}$, de acordo com Rangarajan e Ding (2000), indica que a série possui correlação de curto alcance, por outro lado, um decaimento segundo uma lei de potência $C(s) \propto s^{-\gamma}$ indica que a série possui correlação de longo alcance com expoente de auto-similaridade $0 < \gamma < 1$ para grandes valores de N . Segundo Beran (1994) e Rangarajan e Ding (2000) esta interpretação não é recomendada para séries não estacionárias, pois a média não estará bem definida.

Também pode-se detectar correlações de longo alcance em séries estacionárias através de outras técnicas como a Análise Espectral (o espectro de potência $S(f)$ possui um decaimento segundo uma lei de potência do tipo $S(f) \approx \frac{1}{f^\beta}$, em que f é a função da frequência e $\beta = 1 - \gamma$ (o expoente β e γ são obtidos através da inclinação da reta $\log S(f)$ versus $\log f$) (FENG et al., 2009). Porém, existem algumas limitações nestas técnicas tradicionais, no caso da série temporal não estacionária. Existem vários métodos na literatura para detectar correlações de longo alcance em séries não estacionárias, como o *Wavelet Transform* (KANTELHARDT, 2011), porém um método alternativo que vem sendo bastante utilizado para qualificar expoentes de escala é o *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA) que foi aplicado com êxito em estudos meteorológicos como temperatura (TALKNER;

WEBER, 2000; KIRÁLY; JÁNOSI, 2005), dinâmica do vento (FENG et al., 2009; KAVASSERI; NAGARAJAN, 2005) e hidrologia (MATSOUKAS et al., 2000), sequências de DNA (PENG et al., 1994), estudos fisiológicos (IVANOV et al., 2009) e dados financeiros (COSTA; VASCONCELOS, 2003).

3 Dados e Metodologia

3.1 Dados

Utilizamos neste trabalho dados horários de velocidade e rajada de vento, em metros por segundo (m/s). Os dados foram obtidos da base de dados do INMET (Instituto Nacional de Meteorologia), disponibilizados gratuitamente no endereço eletrônico http://www.inmet.gov.br/sonabra/maps/pg_automaticas.php. São utilizados anemômetros para medir a velocidade e a rajada do vento, que podem ser analógicos ou digitais. Desde 1961 que o Instituto Nacional de meteorologia vem incorporando em seu acervo informações coletadas da Rede de Estações Meteorológicas Automáticas. Estas séries temporais foram coletadas no período de 2008 a 2011, bem como as latitudes, longitudes e altitudes de 12 estações meteorológicas de Pernambuco. Podemos observar na Figura 6 a localização de cada estação destacadas em vermelho nos municípios.



Figura 6: Mapa das estações meteorológicas estudadas do estado de Pernambuco.

Na Tabela 1 são apresentadas as informações geográficas e quantitativas referente as 12 estações meteorológicas estudadas no estado de Pernambuco.

Tabela 1: Latitude, longitude e altitude das estações meteorológicas.

Estações	Latitude(°)	Longitude(°)	Altitude (m)
Arcoverde	−8,43	−37,08	680,70
Cabrobó	−7,99	−35,42	342,00
Caruaru	−8,24	−35,99	550,00
Floresta	−8,61	−38,59	290,00
Garanhuns	−8,91	−36,50	822,00
Ibimirim	−8,51	−37,71	488,00
Ouricuri	−7,88	−40,10	464,00
Palmares	−8,67	−35,57	180,00
Petrolina	−9,38	−40,80	370,46
Recife	−8,05	−34,95	10,00
Serra Talhada	−7,95	−38,29	461,00
Surubim	−7,84	−35,79	418,00

3.2 Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)

Um método simples de análise multifractal é baseado no formalismo fractal padrão de função de partição, desenvolvido para caracterizar medidas estacionárias e normalizadas. Entretanto, esse formalismo padrão não gera resultados corretos para séries temporais não estacionárias que são afetadas por tendências ou que não podem ser normalizadas (FEDER, 1988; BACRY et al., 2001).

Vários métodos para analisar séries temporais multifractais não estacionárias foram desenvolvidos, dentre eles o *Wavelet Transform Modulus Maxima* (WTMM) (MUZY et al., 1993), *Multifractal Detrending Moving Average Analysis* (MF-DMAA) (GU; ZHOU, 2010) e *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) (KANTELHARDT et al., 2002). A metodologia MF-DFA é utilizada neste trabalho pois envolve um esforço computacional menor comparada com outras metodologias (OŚWIECIMKA et al., 2006).

O método MF-DFA foi introduzido por (KANTELHARDT et al., 2002) para analisar características multifractais em séries temporais não estacionárias. Este método vem sendo utilizado com sucesso em meteorologia (KAVASSERI; NAGARAJAN, 2005; FENG et al., 2009; GAO; FU, 2013), séries de finanças (KUMAR; DEO, 2009; YUAN et al., 2009), processos fisiológicos (DUTTA et al., 2014), sinais geofísicos (TELESCA; LAPENNA, 2006), entre outros. O MF-DFA é baseado no método *Detrended Fluctuation Analysis* (DFA) proposto por (PENG et al., 1994), que determina características mono-fractais em séries temporais não estacionárias. O MF-DFA consiste em 5 passos (KANTELHARDT et al., 2002).

Supondo que x_k é uma série de tamanho N .

- **1º Passo:** Integrar a série original $x(k), i = 1, \dots, N$ para produzir

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}], i = 1, \dots, N$$

em que, $\bar{x}$ é a média. Não é necessário subtrair a média, pois ela seria eliminada no 3º passo.

- **2º Passo:** A série integrada $Y(i)$ é dividida em $N_s \approx \text{int}(N/s)$ seguimentos não-sobrepostos de comprimento s . Visto que o comprimento de N frequentemente não é múltiplo da escala de tempo s , uma pequena parte do final da série pode sobrar. Para que não ocorra esta sobra, o mesmo procedimento é repetido a partir do final da série, obtendo assim, $2N_s$ segmentos.
- **3º Passo:** Em cada $2N_s$ seguimento a tendência local é calculada através de um ajuste de mínimos quadrados das séries. Determina-se então a variância sem tendências através das seguintes expressões

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{[Y(v-1)s + i] - y_v(i)\}^2$$

para cada segmento v , com $v = 1, \dots, N_s$ e

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2$$

para $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$. Em que, $y_v(i)$ é o ajuste polinomial no segmento v . No procedimento de ajuste utiliza-se o ajuste linear (DFA1), quadrático (DFA2), cúbico (DFA3), ou de ordem polinomial superior. No MF-DFA $_m$ (MF-DFA de ordem m) as tendências de ordem m no perfil, e de ordem $m - 1$ na série original, são eliminadas.

- **4º Passo:** Calcula-se a média sobre todos os seguimentos para obter a função de flutuação de ordem q .

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(s, v)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (3.1)$$

em que, em geral, q pode-se assumir qualquer valor real exceto o zero, isto é, dois casos diferentes devem ser analisados: $q \neq 0$ e $q \rightarrow 0$. Para $q = 2$ restabelece-se o procedimento DFA. Tem-se interesse em como função de flutuação $F_q(s)$ depende da escala s para diferentes valores de q . Assim, os passos 2 a 4 devem ser repetidos

para diferentes escalas temporais s . É evidente que o incremento de $F_q(s)$ implica no incremento de s .

- **5º Passo:** Determina-se o comportamento de escala da função de flutuação analisando um gráfico em escala log-log para $F_q(s)$ versus s para cada valor de q . Se as correlações de longo alcance estiverem presentes, $F_q(s)$ aumenta com s de acordo com uma lei de potência.

$$F_q(s) \sim s^{h(q)} \quad (3.2)$$

geralmente o expoente $h(q)$ pode depender de q . Para séries temporais estacionárias, $h(2)$ é idêntico ao expoente de Hurst, assim, refere-se a função $h(q)$ por expoente generalizado de Hurst.

Para séries temporais monofractais $h(q)$ é independente de q , uma vez que o comportamento da escala das variâncias $F^2(s, v)$ é idêntico para todos os segmentos v e a média produzida na Eq. 3.1 fornecerá o comportamento idêntico para todos os valores de q . Se pequenas e grandes flutuações tem comportamento de escala diferente, haverá uma dependência significativa de $h(q)$ em q . Para séries monofractais $h(q)$ é independente de q , para séries multifractais $h(q)$ é uma função decrescente de q . Considerando os valores positivos de q , os segmentos v com grande variação $F_s^2(v)$ irá dominar a média $F_q(s)$. Assim, para valores positivos de q , $h(q)$ descreve o comportamento de escala dos segmentos com grandes flutuações. Por outro lado, para valores negativos de q , os segmentos v com pequenas variâncias $F_s^2(v)$ irá dominar a média $F_q(s)$. Assim, para valores negativos de q , $h(q)$ descreve o comportamento de escala de segmentos com pequenas flutuações (KANTELHARDT et al., 2002).

3.3 Medidas Fractais

A multifractalidade de uma série temporal pode ser caracterizada ainda através de medidas multifractais, $\tau(q)$ e $f(\alpha)$ (KANTELHARDT et al., 2002). Uma descrição multifractal pode ser também obtida considerando a função de partição

$$Z_q(s) = \sum_{v=1}^{v=n_s} |y_{(vs)} - y_{(v-1)s}|^q \sim S^{\tau(q)} \quad (3.3)$$

em que, $\tau(q)$ é denominado expoente de Rényi, e q pode assumir valores positivos e negativos. Um registro é dito monofractal quando $\tau(q)$ depende linearmente de q ao passo

que a não linearidade indica um comportamento multifractal. O $h(q)$ obtido do MFDFA é relacionado com o expoente de Rényi através da seguinte expressão

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (3.4)$$

Um outro caminho para caracterizar uma série temporal multifractal é calculando o espectro de singularidade, denotado também por espectro multifractal, $f(\alpha)$. O espectro multifractal está relacionado com $h(q)$ via transformada de Legendre.

$$\alpha = h(q) + q \frac{dh(q)}{dq}$$

e

$$f(\alpha) = q(\alpha - h(q)) + 1$$

em que α é o poder de singularidade, e $f(\alpha)$ é a dimensão do subconjunto da série que é caracterizado por α . Em séries temporais monofractais, o espectro é representado por apenas um ponto, já para uma série multifractal o espectro é representado por uma função concava para baixo, em que $f(\alpha)$ avalia o grau de multifractalidade do processo.

Afim de estudar os diferentes efeitos do espectro multifractal, utiliza-se um conjunto de parâmetro, esquematizado na Figura 7, para caracterizar a complexidade do processo, estes parâmetros foram propostos por (SHIMIZU et al., 2002). Primeiro é feito um ajuste quadrático do espectro através da função a seguir

$$f(\alpha) = A + B(\alpha - \alpha_0) + C(\alpha - \alpha_0)^2$$

em que, suas interpretações são as seguintes:

- i) α_0 , posição do máximo de $f(\alpha)$, correspondente a $q = 0$. Um valor pequeno de α_0 significa um processo mais regular;
- ii) B é o parâmetro de assimetria, que pode ainda ser quantificado por $r = \frac{\alpha_{max} - \alpha_0}{\alpha_0 - \alpha_{min}}$; , que será utilizada ao decorrer desta dissertação. Se $r = 1$ significa que o espectro é simétrico, $r > 1$ significa que é assimétrico a direita e $r < 1$ significa que o espectro possui uma assimetria a esquerda.

- iii) w , largura do espectro, estimada pela amplitude de α , isto é, $\alpha_{max} - \alpha_{min}$, em que $f(\alpha) > 0$. Quanto mais largo o espectro, mais forte é a multifractalidade do processo.

Em resumo, um processo com valor de α_0 grande, maior comprimento do espectro multifractal w e assimetria para a direita $r > 1$, pode ser considerado um processo mais complexo que aqueles com características opostas (SHIMIZU et al., 2002).

É possível ainda analisar a causa da multifractalidade existente no processo através do procedimento MF-DFA aplicado na série randomizada. Existem duas causas de multifractalidade em séries temporais:

1. Multifractalidade devido à função densidade de probabilidade para os valores de uma série temporal. Neste caso a multifractalidade não pode ser diferente após a randomização das séries.(KANTELHARDT, 2011)
2. Multifractalidade devido às diferentes correlações de longo alcance de pequenas e grandes flutuações. Neste caso a função densidade de probabilidade dos valores pode ser uma distribuição regular com momentos finitos, isto é, uma distribuição Gaussiana. A correspondente série randomizada perde a propriedade multifractal, uma vez que todas as correlações de longo alcance são desfeitas por um procedimento de randomização (KANTELHARDT, 2011).

Se ambas causas de multifractalidade estão presentes, a série randomizada mostrará multifractalidade menor do que a série original. Pode-se observar na Figura 7 a representação gráfica dos tipos de multifractalidade, assim como os parâmetros de complexidade.

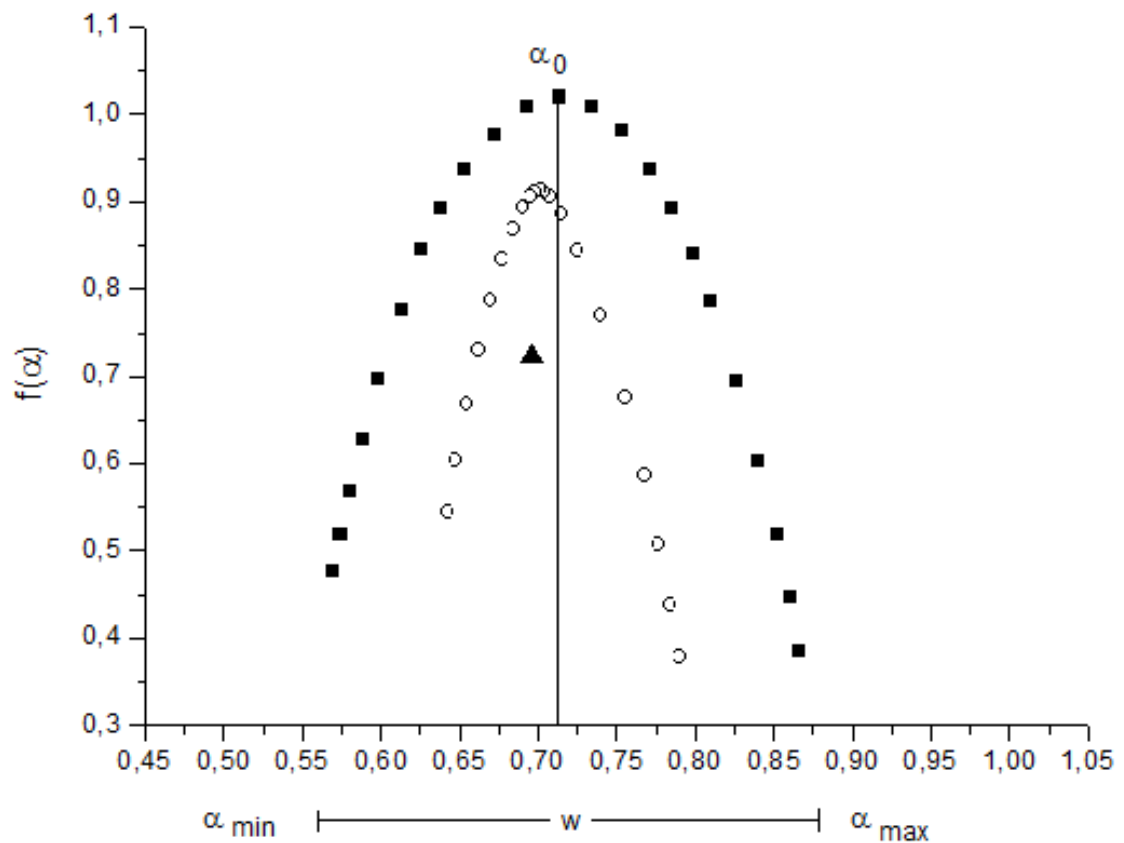


Figura 7: Representação gráfica das causas de multifractalidade: devido à função densidade de probabilidade (■) (o espectro após a randomização da série continua com a mesma largura), às correlações de longo alcance (▲) (a largura do espectro após a randomização da série se reduz a um ponto) e devido ambas as causas (○) (a largura do espectro após a randomização da série diminui), e parâmetros de complexidade: ponto de máximo (α) e largura do espectro multifractal (w).

4 Resultados e Discursão

Neste capítulo serão apresentados os resultados das medidas descritivas dos dados e em seguida os resultados da análise multifractal da velocidade e rajada do vento do estado de Pernambuco.

A Tabela 2 mostra as medidas descritivas das séries de velocidade e rajada do vento em Pernambuco. Observa-se que Surubim apresenta a maior média de velocidade e Petrolina a maior média de rajada do vento, 3,45 m/s e 7,05 m/s respectivamente. A maior rajada de vento encontra-se em Petrolina 92,60 m/s, e a maior velocidade é registrada em Ibimirim 16,10 m/s. Os menores valores médios de velocidade e rajada se encontram na região da zona da mata, nas estações de Recife e Palmares. Verifica-se que os coeficientes de variação referentes a série de velocidade do vento encontram-se entre 40% e 71% e entre 32% e 63% com relação a rajada do vento. Verifica-se ainda que em cada estação o coeficiente de variação da rajada é menor com relação aquele associado à velocidade.

Tabela 2: Estatísticas descritivas das séries horárias de velocidade e rajada de vento em Pernambuco.

Estações	Mínimo		Máximo		Média		D. Padrão		Coef. Variação	
	Vel.	Raj.	Vel.	Raj.	Vel.	Raj.	Vel.	Raj.	Vel.	Raj.
Arcoverde	0,00	0,80	11,00	22,80	3,15	6,74	1,41	2,31	0,45	0,34
Cabrobó	0,00	0,00	12,10	23,60	3,32	6,83	1,99	3,12	0,60	0,46
Caruaru	0,00	0,00	9,40	16,60	3,00	6,19	1,67	2,78	0,56	0,45
Floresta	0,10	0,70	10,30	50,60	2,93	6,32	1,40	2,74	0,48	0,43
Garanhuns	0,00	0,00	9,90	16,80	2,97	6,59	1,39	2,08	0,47	0,32
Ibimirim	0,10	0,90	16,10	46,60	2,59	5,99	1,28	2,64	0,49	0,44
Ouricuri	0,20	0,80	8,80	20,70	2,76	5,88	1,48	2,70	0,54	0,46
Palmares	0,10	0,30	8,50	59,00	2,17	4,71	1,54	2,99	0,71	0,63
Petrolina	0,00	0,00	9,80	92,60	3,31	7,05	1,32	2,47	0,40	0,35
Recife	0,00	0,00	8,50	31,90	1,86	4,93	1,23	2,58	0,66	0,52
Serra Talhada	0,20	0,70	9,00	42,50	2,48	6,38	1,26	2,73	0,51	0,43
Surubim	0,00	0,00	11,10	17,60	3,45	6,42	1,94	3,12	0,56	0,49

Nas Figuras 8 a 31 são apresentados histogramas de velocidade e rajada do vento em Pernambuco. Nestas figuras, observa-se que a extremidade esquerda dos histogramas das estações de Palmares, Petrolina, Recife e Serra Talhada para a rajada (Figuras 23, 25, 27 e 29, respectivamente) sofrem influências de fortes rajadas. Observa-se ainda que os histogramas das séries de velocidade apresentam um decaimento mais lento.

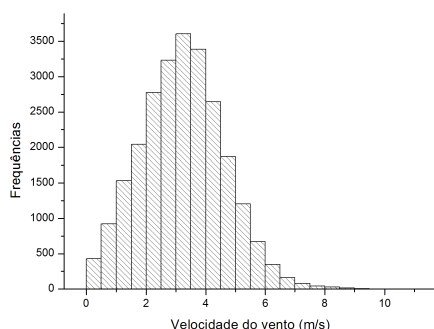


Figura 8: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Arcoverde.

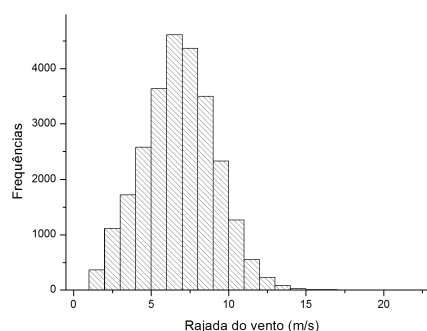


Figura 9: Histograma da série temporal da rajada do vento em Arcoverde.

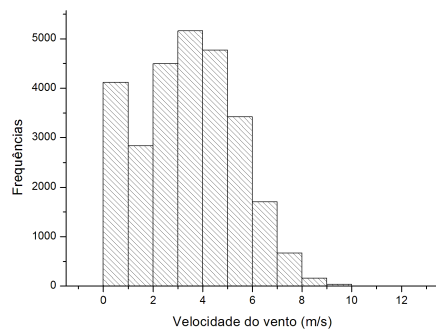


Figura 10: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Cabrobó.

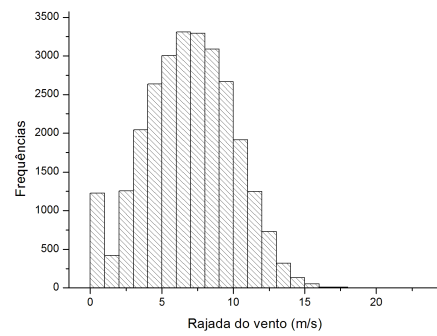


Figura 11: Histograma da série temporal da rajada do vento em Cabrobó.

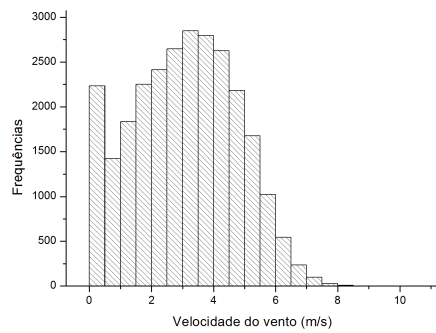


Figura 12: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Caruaru.

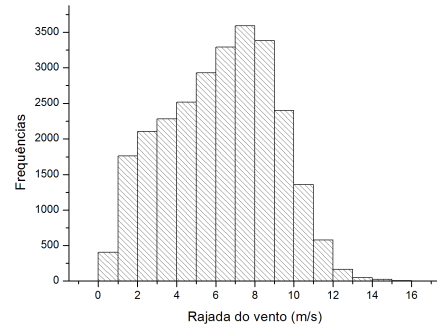


Figura 13: Histograma da série temporal da rajada do vento em Caruaru.

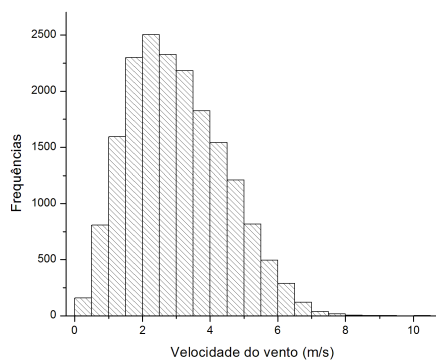


Figura 14: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Floresta.

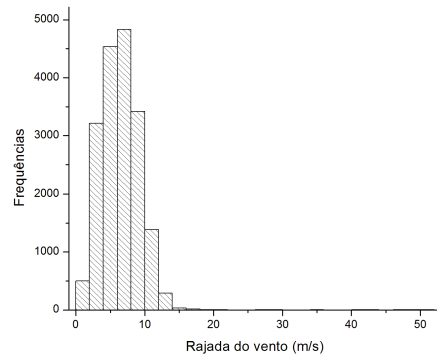


Figura 15: Histograma da série temporal da rajada do vento em Floresta.

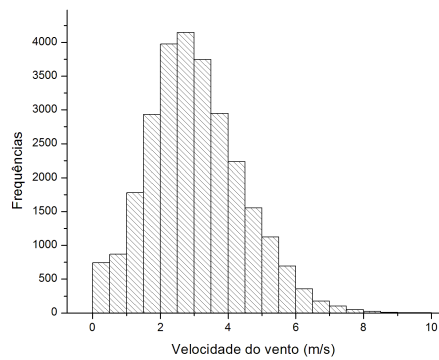


Figura 16: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Garanhuns.

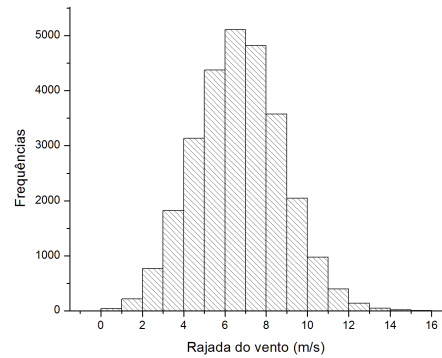


Figura 17: Histograma da série temporal da rajada do vento em Garanhuns.

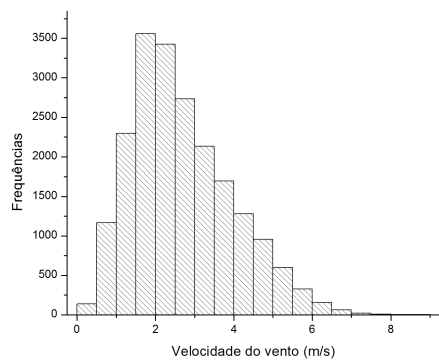


Figura 18: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Ibimirim.

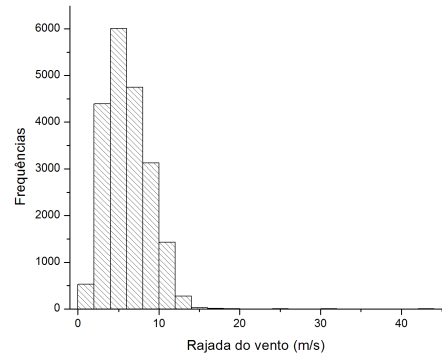


Figura 19: Histograma da série temporal da rajada do vento em Ibimirim.

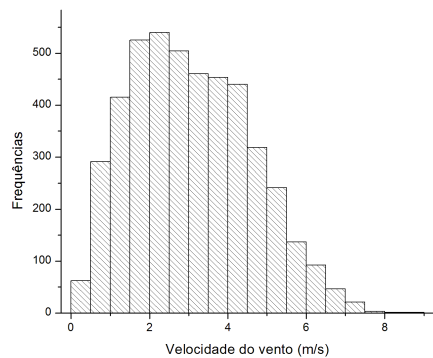


Figura 20: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Ouricuri.

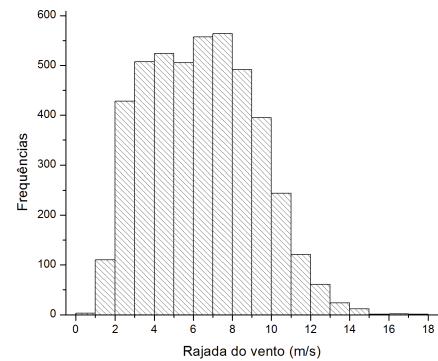


Figura 21: Histograma da série temporal da rajada do vento em Ouricuri.

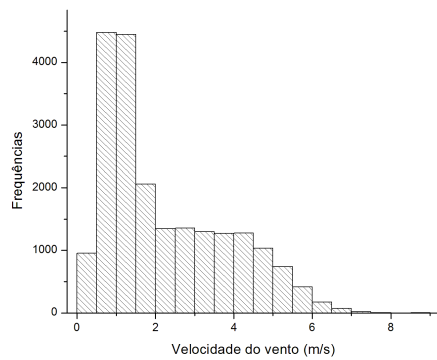


Figura 22: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Palmares.

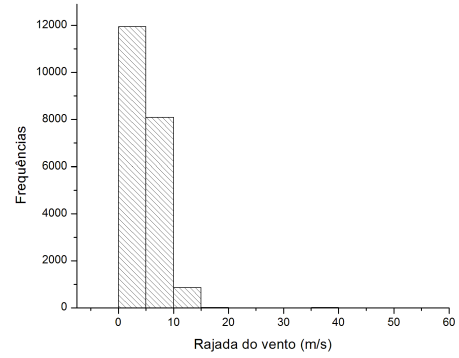


Figura 23: Histograma da série temporal da rajada do vento em Palmares.

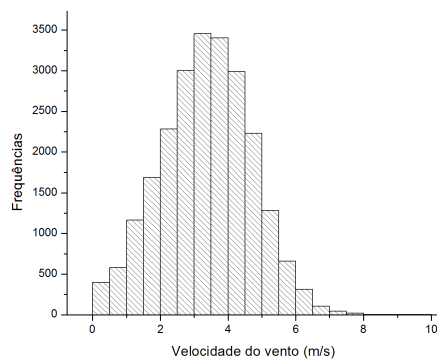


Figura 24: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Petrolina.

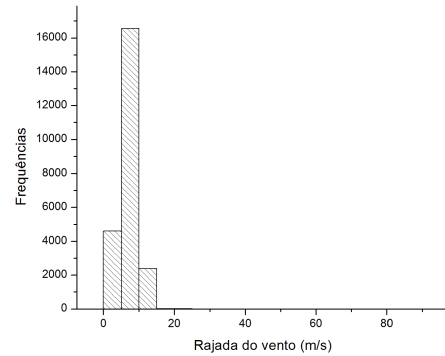


Figura 25: Histograma da série temporal da rajada do vento em Petrolina.

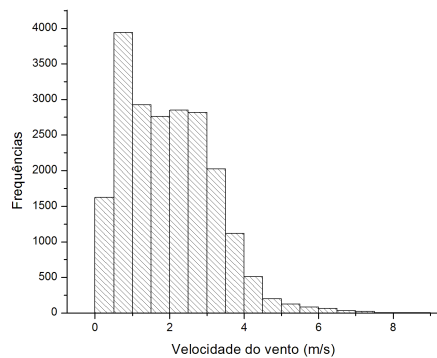


Figura 26: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Recife.

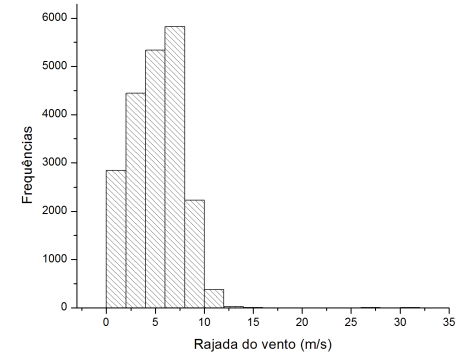


Figura 27: Histograma da série temporal da rajada do vento em Recife.

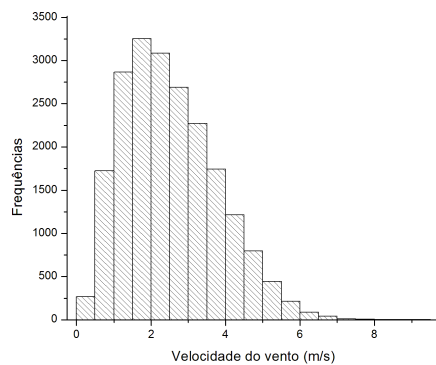


Figura 28: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Serra Talhada.

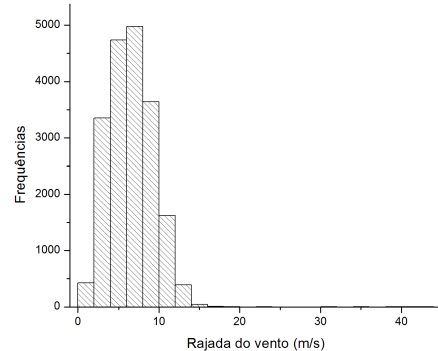


Figura 29: Histograma da série temporal da rajada do vento em Serra Talhada.

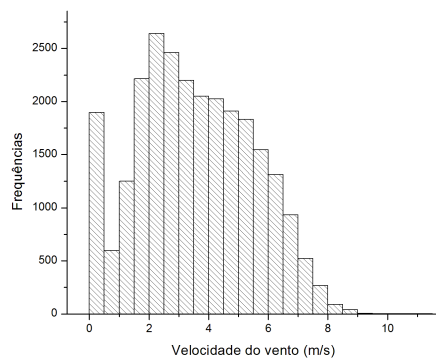


Figura 30: Histograma da série temporal da velocidade do vento em Surubim.

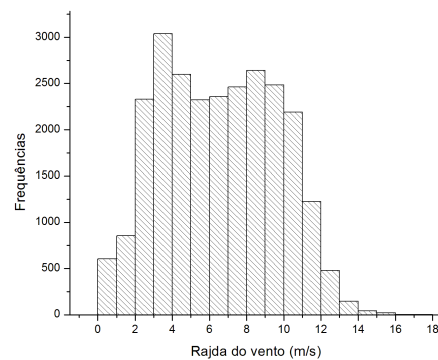


Figura 31: Histograma da série temporal da rajada do vento em Surubim.

Neste trabalho foram utilizadas medidas de anomalia das séries horárias de velocidade e rajada do vento para eliminar o efeito da variação sazonal dos dados. A série de anomalia foi obtida subtraindo cada valor observado em determinada hora (X_{hi}), da média dos dados dessa hora ($\bar{X}_{hi}$) e dividindo o resultado pelo desvio padrão da respectiva hora (S_h), ou seja, $Y_{hi} = \frac{X_{hi} - \bar{X}_{hi}}{S_h}$ (KANTEHARDT et al., 2006).

Os gráficos das séries horárias da anomalia da velocidade e rajada do vento das 12 estações meteorológicas de Pernambuco durante o período de 2008 a 2011 podem ser vista nas Figuras 32 a 55.

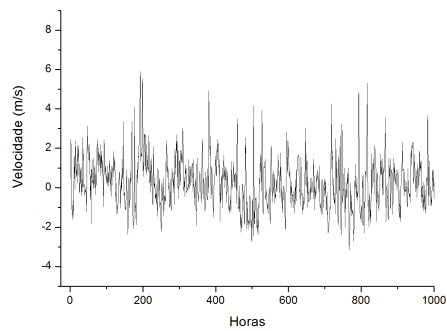


Figura 32: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Arcoverde.

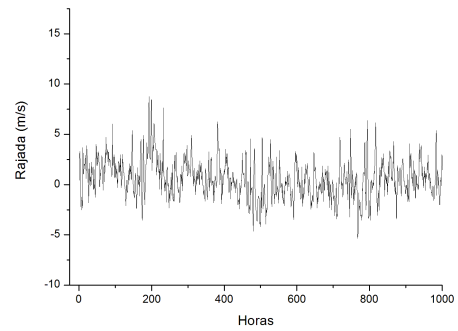


Figura 33: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Arcoverde.

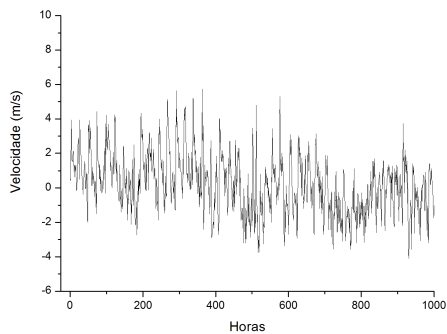


Figura 34: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Cabrobó.

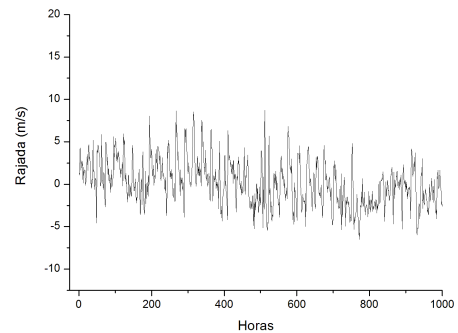


Figura 35: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Cabrobó.

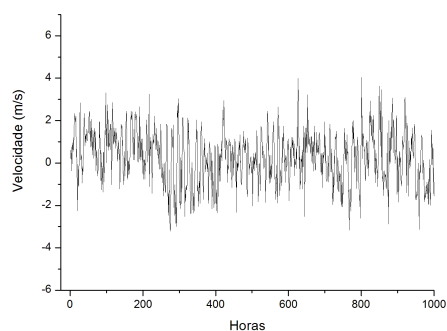


Figura 36: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Caruaru.

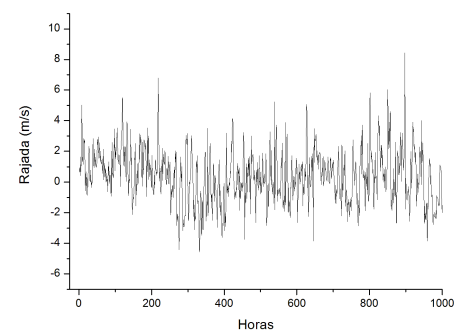


Figura 37: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Caruaru.

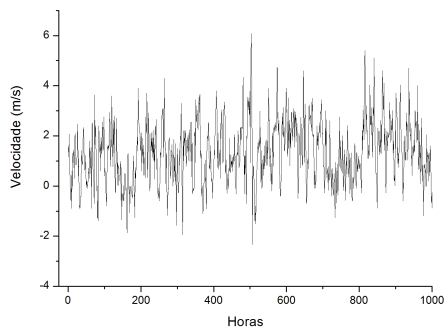


Figura 38: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Floresta.

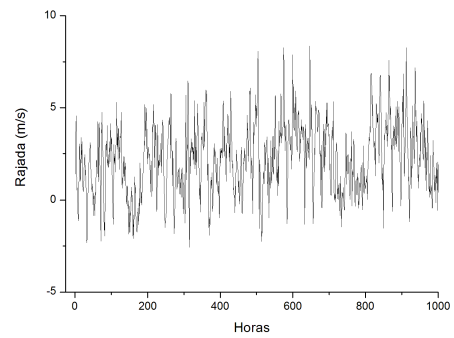


Figura 39: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Floresta.

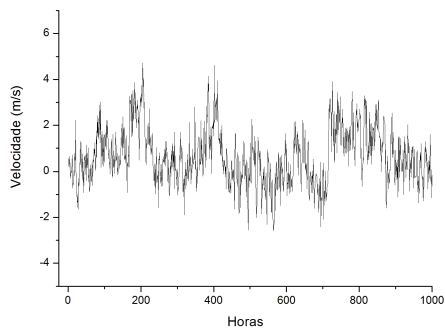


Figura 40: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Garanhuns

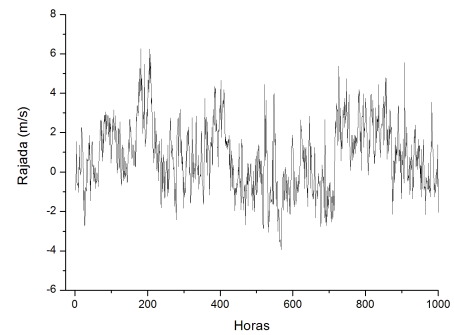


Figura 41: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Garanhuns.

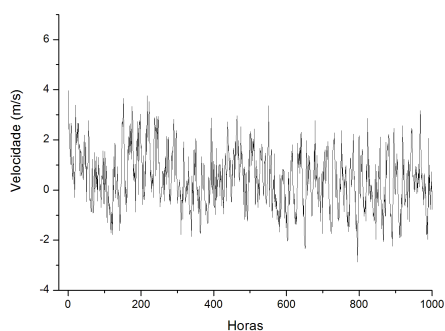


Figura 42: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Ibimirim.

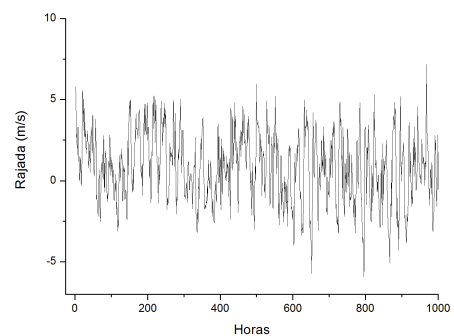


Figura 43: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Ibimirim.

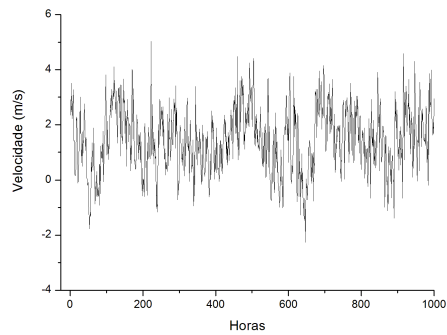


Figura 44: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Ouricuri.

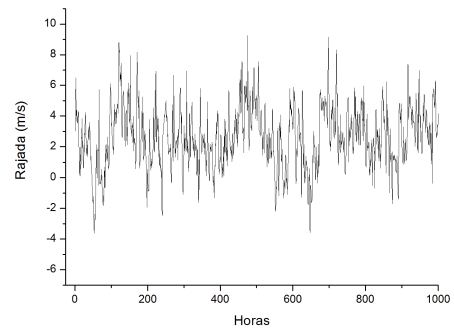


Figura 45: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Ouricuri.

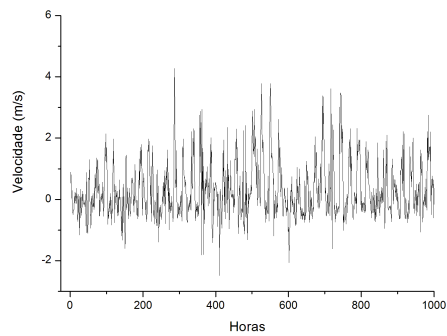


Figura 46: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Palmares.

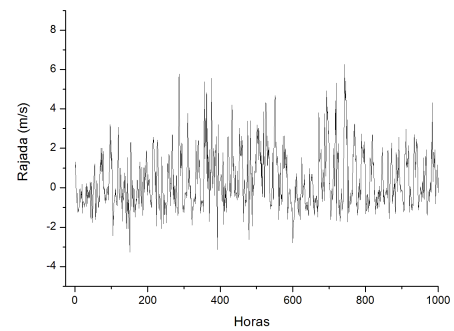


Figura 47: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Palmares.

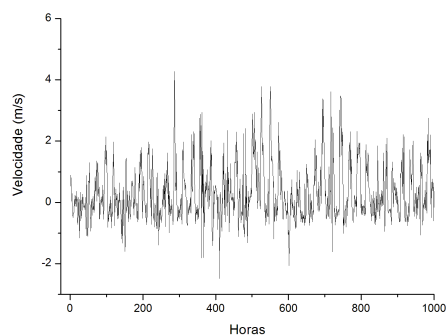


Figura 48: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Petrolina.

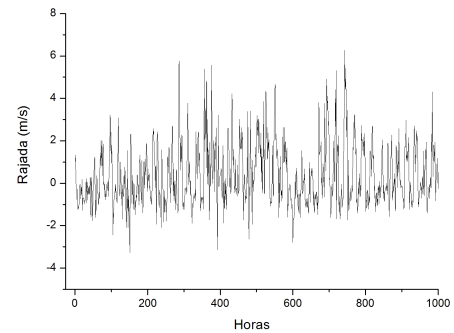


Figura 49: Série temporal da anomalia rajada do vento em Petrolina.

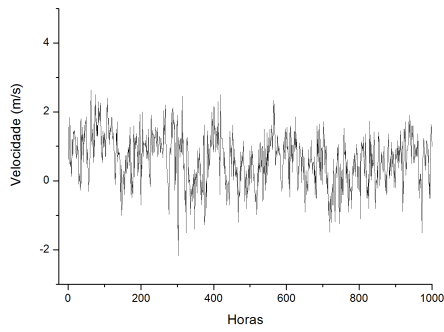


Figura 50: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Recife.

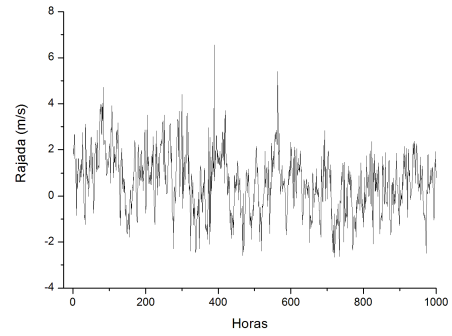


Figura 51: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Recife.

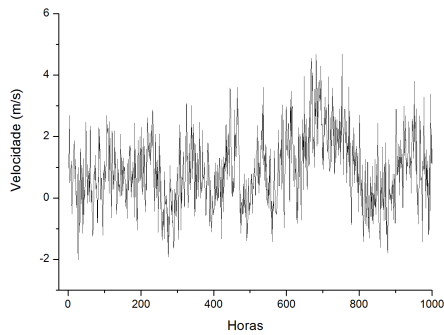


Figura 52: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Serra Talhada.

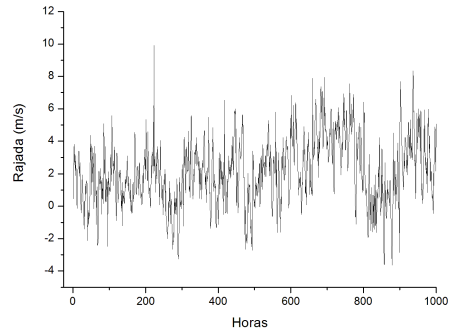


Figura 53: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Serra Talhada.

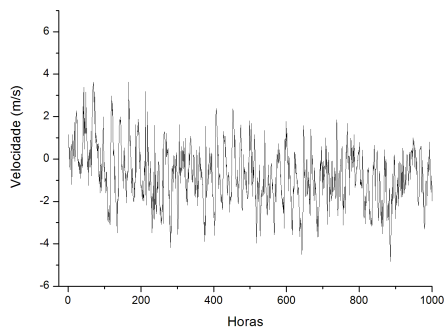


Figura 54: Série temporal da anomalia da velocidade do vento em Surubim.

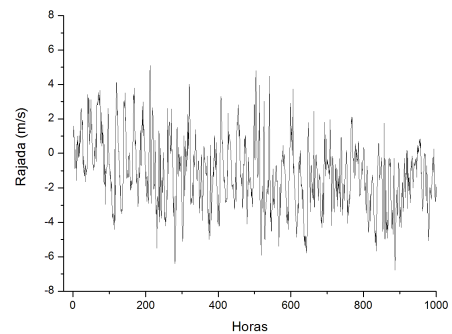


Figura 55: Série temporal da anomalia da rajada do vento em Surubim.

Nas Figuras 56 a 79 são apresentados gráficos em escala log-log para a função de flutuação de ordem q , $F_q(s)$ versus s , para a velocidade e rajada do vento das 12 estações

meteorológicas de Pernambuco. O expoente generalizado de Hurst, $h(q)$, é obtido através do coeficiente linear da reta $\log[F_q(s)]$ versus $\log(s)$, onde $q = -10$ a $q = 10$.

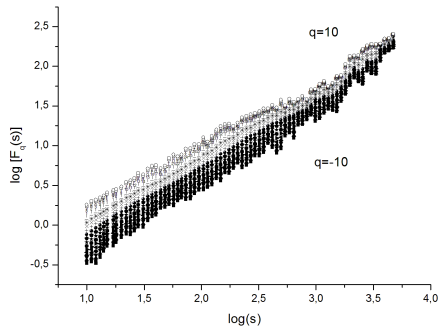


Figura 56: Função de flutuação da velocidade do vento em Arcoverde.

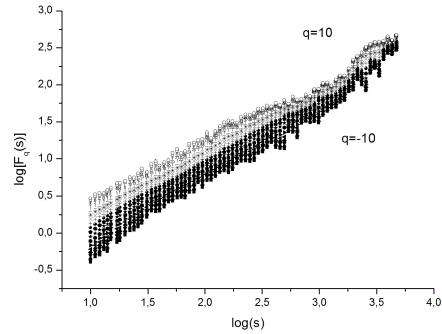


Figura 57: Função de flutuação da rajada do vento em Arcoverde.

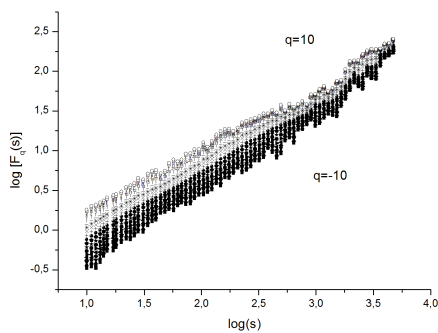


Figura 58: Função de flutuação da velocidade do vento em Cabrobó.

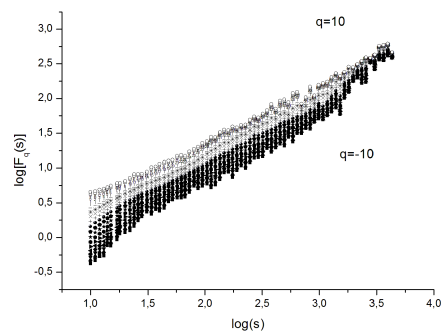


Figura 59: Função de flutuação da rajada do vento em Cabrobó.

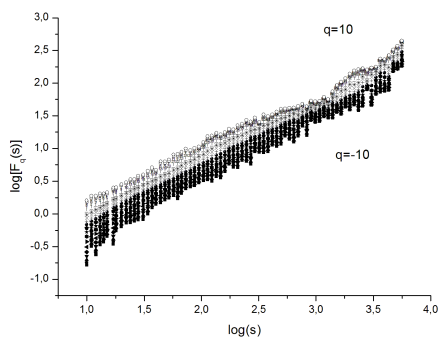


Figura 60: Função de flutuação da velocidade do vento em Caruaru.

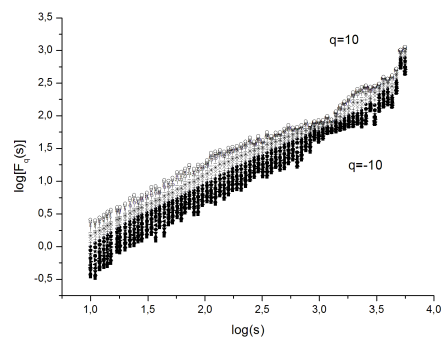


Figura 61: Função de flutuação da rajada do vento em Caruaru.

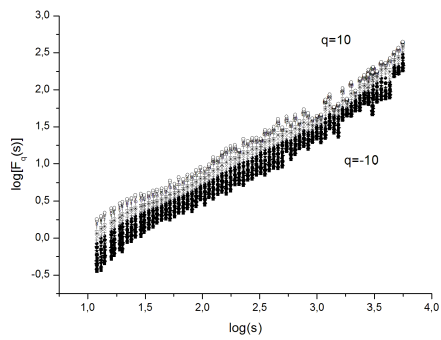


Figura 62: Função de flutuação da velocidade do vento em Floresta.

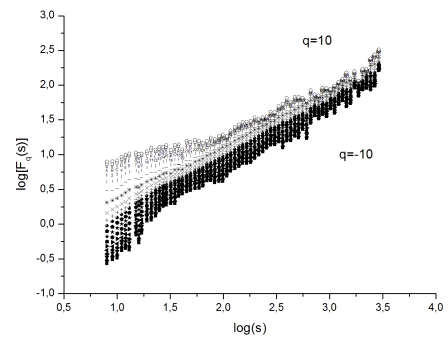


Figura 63: Função de flutuação da rajada do vento em Floresta.

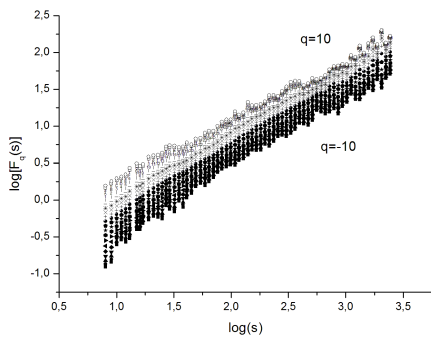


Figura 64: Função de flutuação da velocidade do vento em Garanhuns.

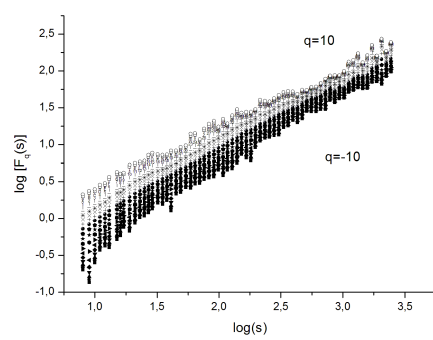


Figura 65: Função de flutuação da rajada do vento em Garanhuns.

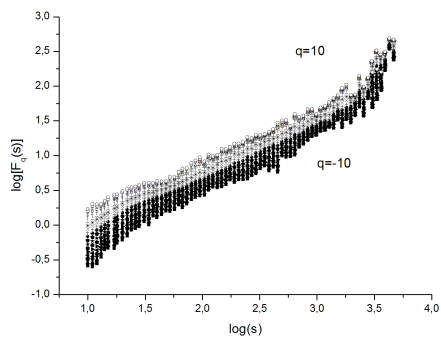


Figura 66: Função de flutuação da velocidade do vento em Ibimirim.

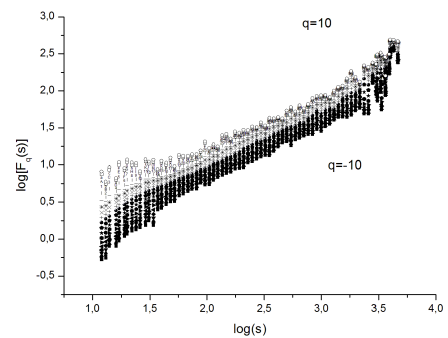


Figura 67: Função de flutuação da rajada do vento em Ibimirim.

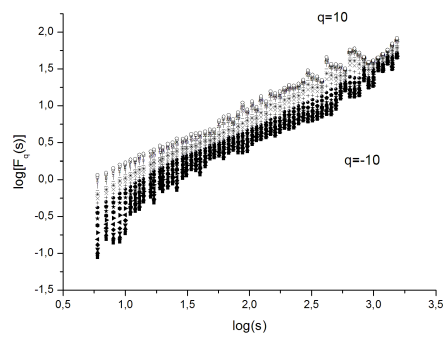


Figura 68: Função de flutuação da velocidade do vento em Ouricuri.

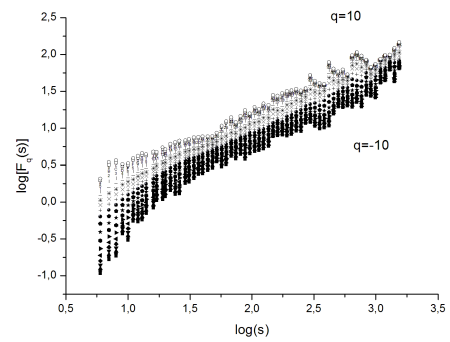


Figura 69: Função de flutuação da rajada do vento em Ouricuri.

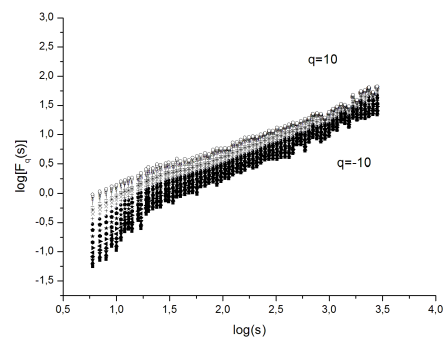


Figura 70: Função de flutuação da velocidade do vento em Palmares.

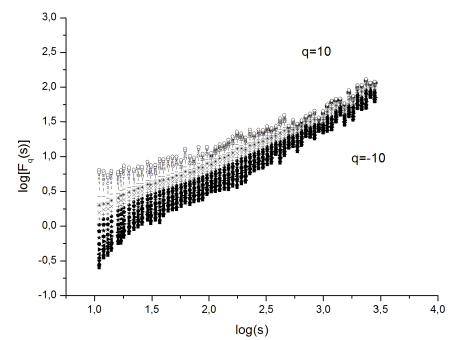


Figura 71: Função de flutuação da rajada do vento em Palmares.

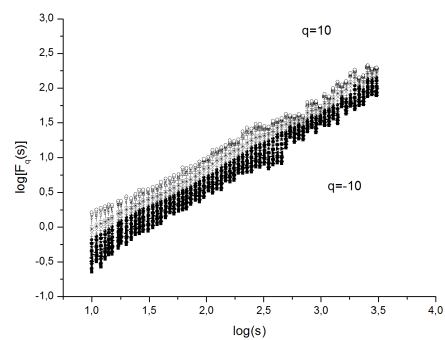


Figura 72: Função de flutuação da velocidade do vento em Petrolina.

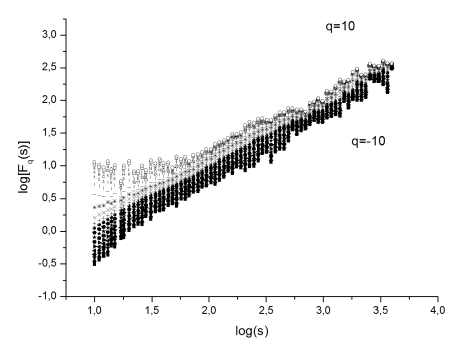


Figura 73: Função de flutuação da rajada do vento em Petrolina.

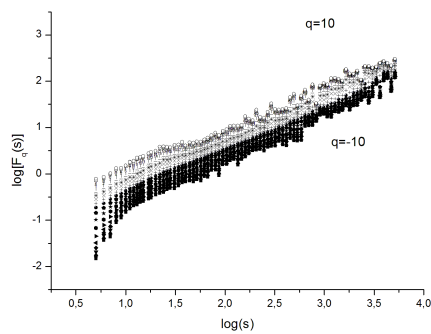


Figura 74: Função de flutuação da velocidade do vento em Recife.

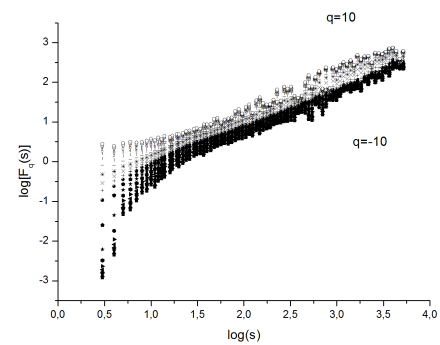


Figura 75: Função de flutuação da rajada do vento em Recife.

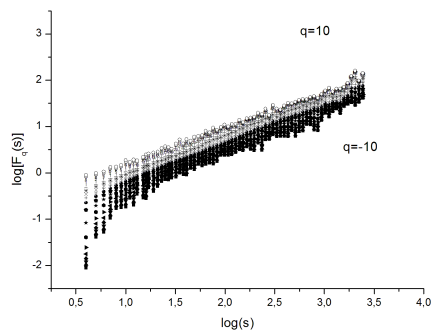


Figura 76: Função de flutuação da velocidade do vento em Serra Talhada.

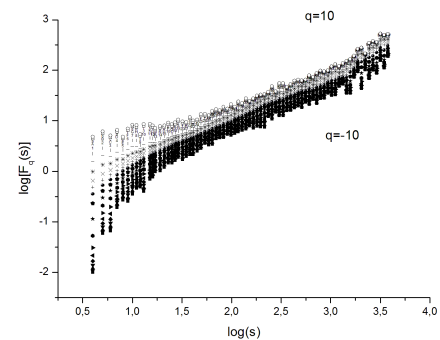


Figura 77: Função de flutuação da rajada do vento em Serra Talhada.

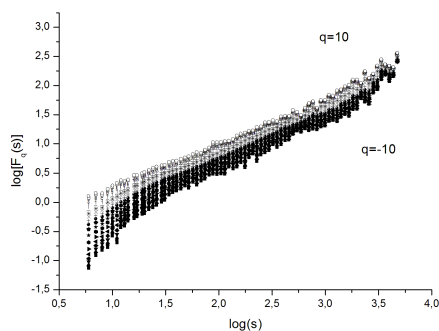


Figura 78: Função de flutuação da velocidade do vento em Surubim.

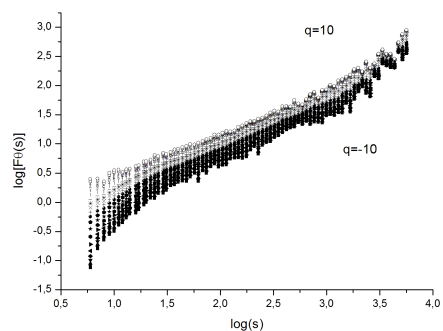


Figura 79: Função de flutuação da rajada do vento em Surubim.

O expoente generalizado de Hurst $h(q)$ e o expoente de Rényi $\tau(q)$ são estimados para $q = -10, -9, \dots, 10$ através da Eq. 3.2 e Eq. 3.4, respectivamente. Estas

medidas multifractais para a velocidade e rajada do vento das estações meteorológicas de Pernambuco são mostradas nas Figuras 80 a 103.

O expoente generalizado de Hurst descreve o comportamento de escala da função de flutuação de ordem q . Se $h(q)$ diminui com o aumento de q , então esse comportamento indica que a série é multifractal. O expoente de Rényi avalia também se existe ou não um comportamento multifractal nas séries temporais. Se $\tau(q)$ é uma função linear de q a série é dita monofractal, e se $\tau(q)$ é uma função não-linear a série é dita multifractal. Podemos observar nas Figuras 80 a 103 que em todas as estações o comportamento multifractal, tanto para a velocidade quanto para a rajada, é confirmado. Verifica-se ainda que os valores de $h(q)$ para todas as estações são maiores que 0,5 indicando um comportamento persistente para subconjuntos de pequenas e grandes flutuações. Estes resultados foram observados em um estudo sobre correlações de longo alcance em séries temporais de velocidade do vento em quatro estações meteorológica de Pernambuco (SANTOS et al., 2012) e séries temporais de velocidade e rajada do vento em estações meteorológicas do Nordeste (ARAUJO, 2012).

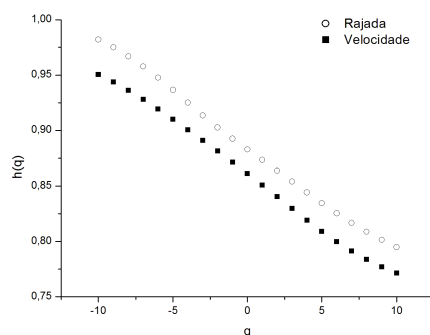


Figura 80: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Arcoverde.

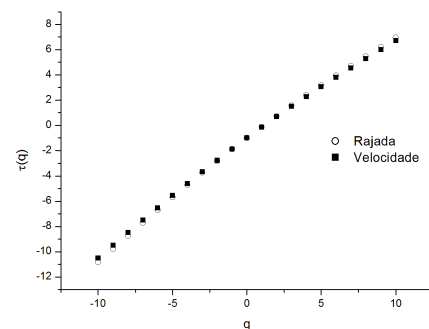


Figura 81: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Arcoverde.

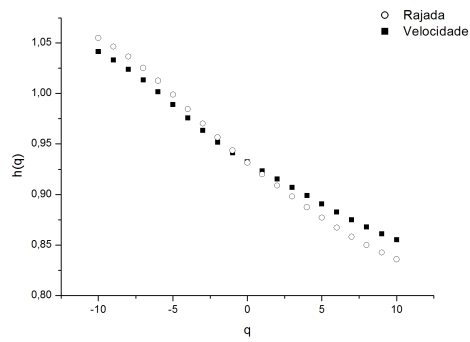


Figura 82: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Cabrobó.

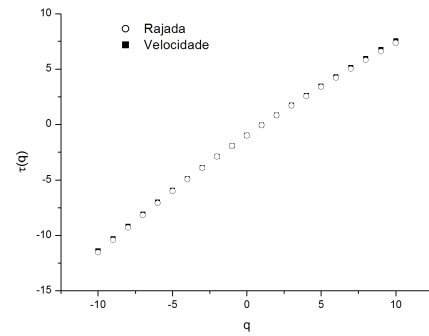


Figura 83: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Cabrobó.

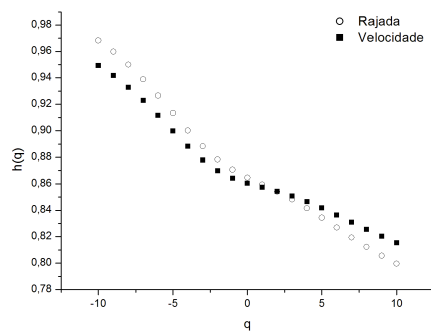


Figura 84: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Caruaru.

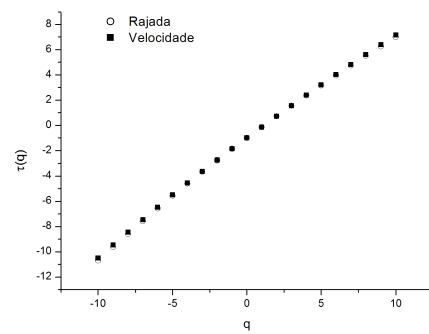


Figura 85: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Caruaru.

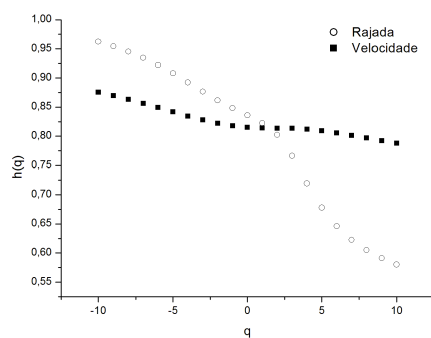


Figura 86: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Floresta.

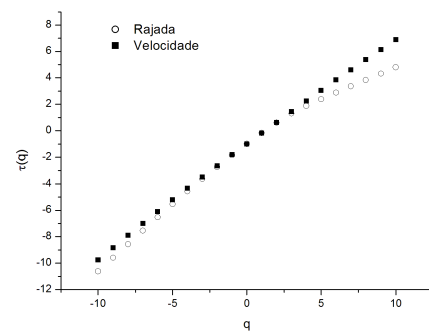


Figura 87: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Floresta.

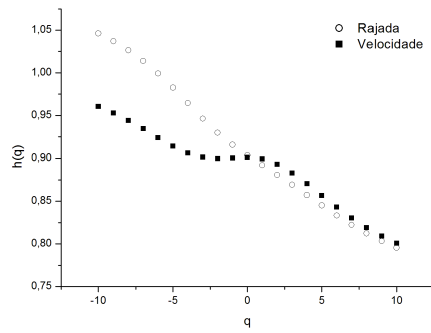


Figura 88: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Garanhuns.

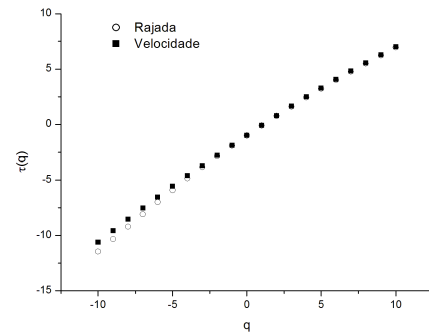


Figura 89: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Garanhuns.

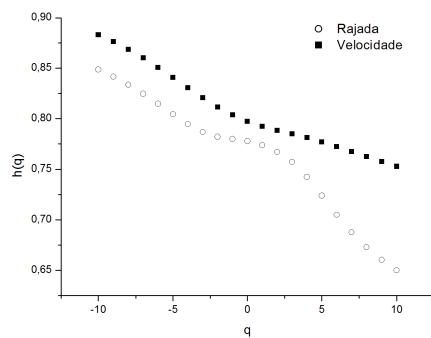


Figura 90: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Ibimirim.

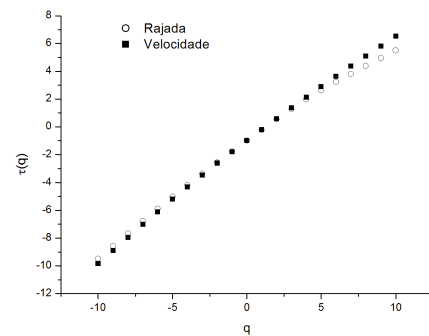


Figura 91: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Ibimirim.

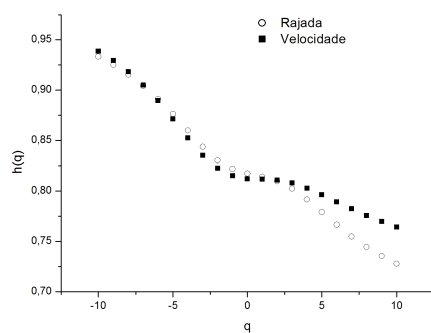


Figura 92: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Ouricuri.

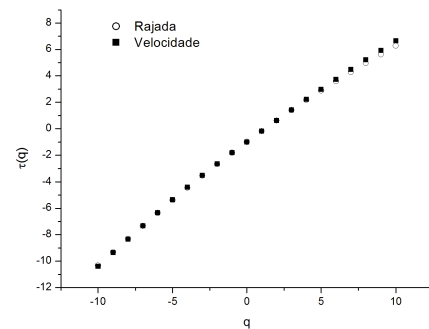


Figura 93: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Ouricuri.

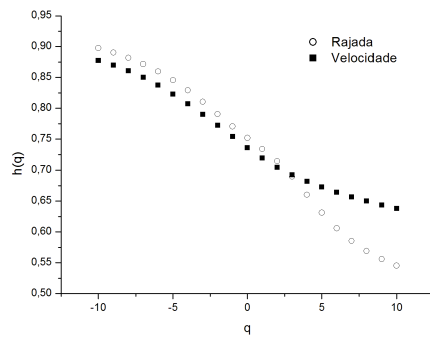


Figura 94: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Palmares.

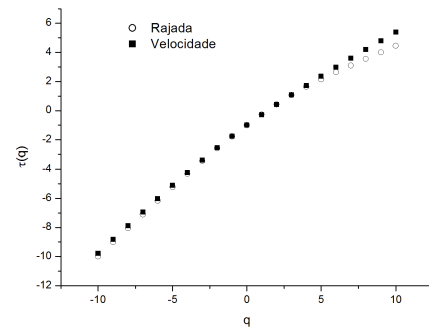


Figura 95: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Palmares.

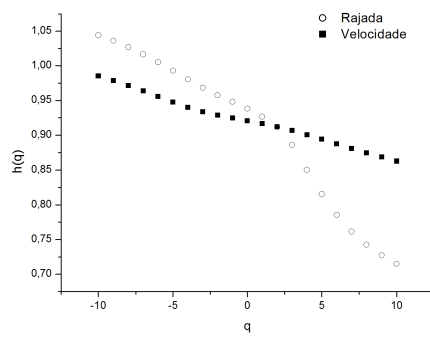


Figura 96: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Petrolina.

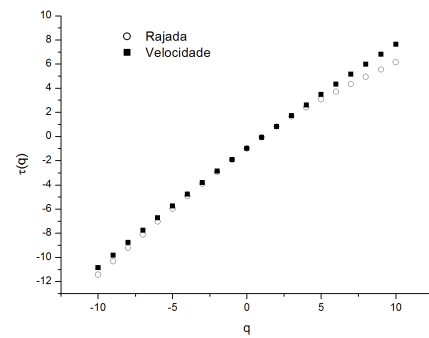


Figura 97: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Petrolina.

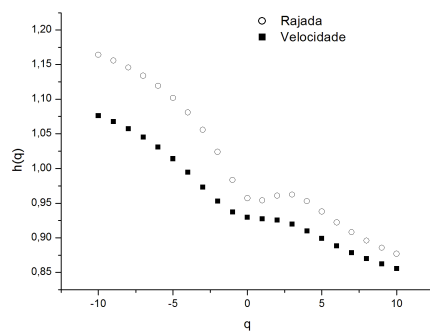


Figura 98: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Recife.

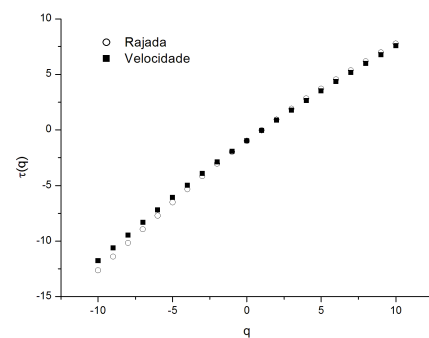


Figura 99: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Recife.

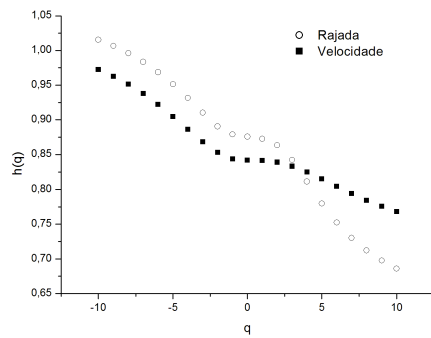


Figura 100: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Serra Talhada.

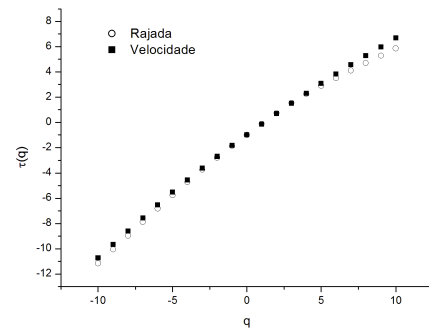


Figura 101: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Serra Talhada.

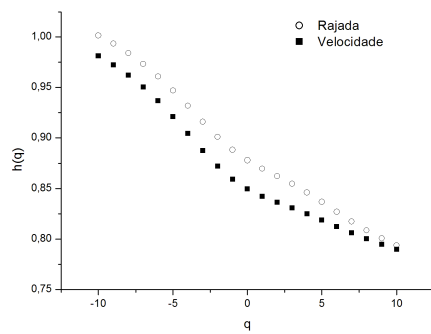


Figura 102: Expoente generalizado de Hurst da velocidade e rajada do vento em Surubim.

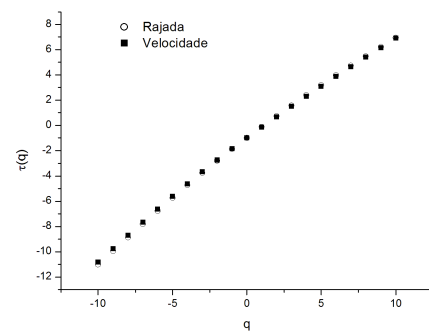


Figura 103: Expoente de Rényi da velocidade e rajada do vento em Surubim.

As Figuras 104 a 115 mostram o espectro multifractal $f(\alpha)$ para as anomalias da velocidade e rajada do vento. Observa-se que em todas as estações são exibidas uma forma concava para baixo com um ponto máximo, reafirmando a presença de multifractalidade na série de velocidade e rajada do vento. Observa-se que o espectro multifractal da rajada tem maior largura comparado com a velocidade indicando uma multifractalidade mais forte.

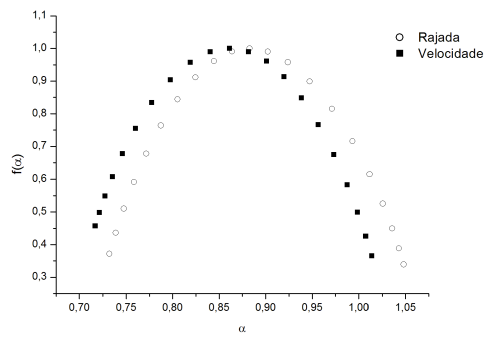


Figura 104: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Arcoverde.

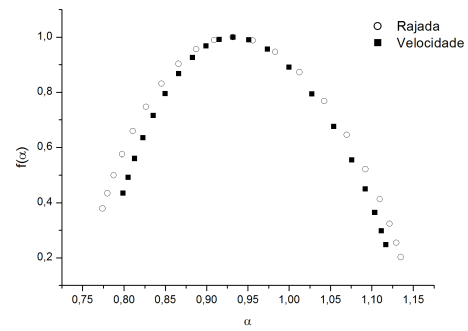


Figura 105: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Cabrobó.

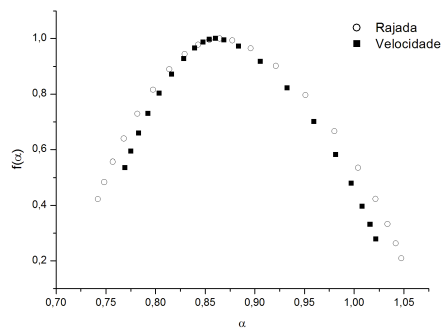


Figura 106: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Caruaru.

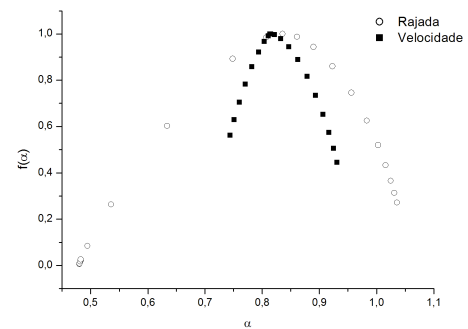


Figura 107: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Floresta.

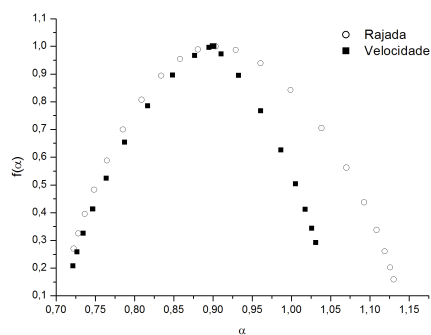


Figura 108: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Garanhuns.

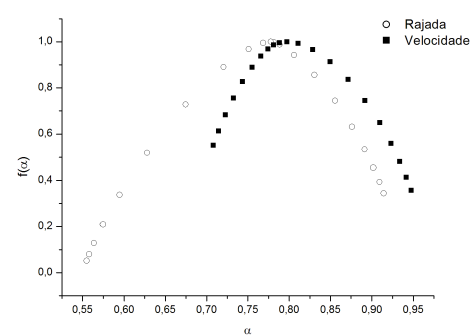


Figura 109: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Ibimirim.

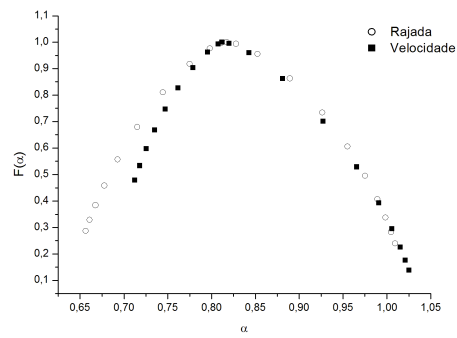


Figura 110: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Ouricuri.

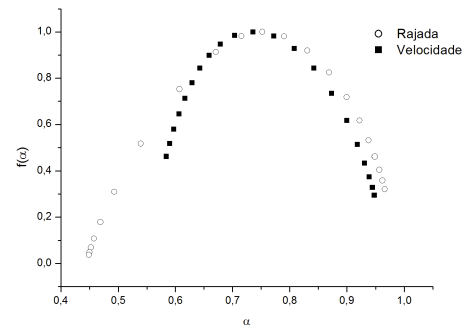


Figura 111: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Palmares.

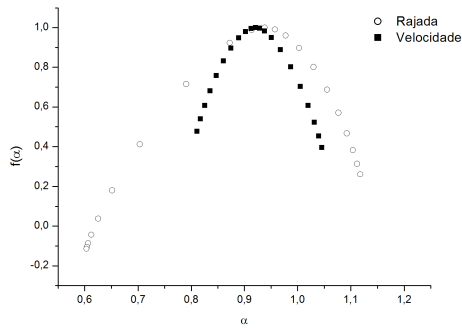


Figura 112: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Petrolina.

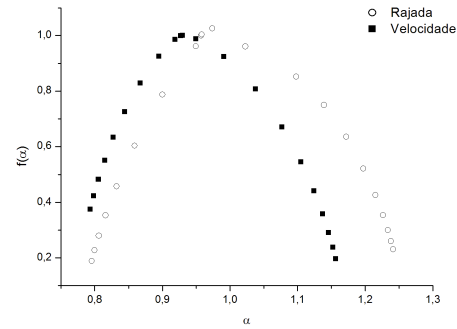


Figura 113: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Recife.

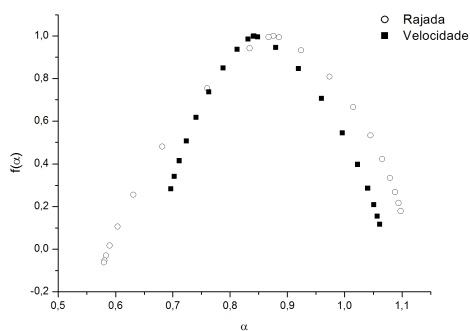


Figura 114: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Serra Talhada.

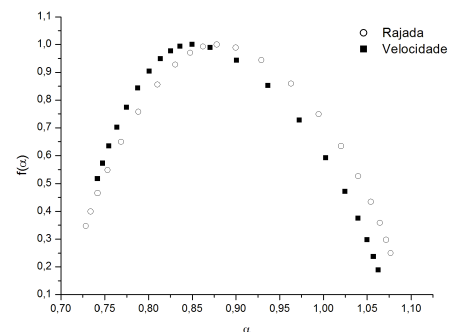


Figura 115: Espectro multifractal da velocidade e rajada do vento em Surubim.

Os parâmetros de complexidade (α , w e r) são apresentados na Tabela 3. Pode-se observar que a rajada do vento apresenta uma multifractalidade mais forte que a velocidade, devido a largura dos espectros das rajadas serem maiores que a largura dos espectros das velocidades. Este fato foi confirmado através da aplicação do teste do sinal ao nível de 0,05 de significância, como é mostrado na Tabela 4. Observa-se ainda que o espectro multifractal da velocidade apresenta uma assimetria para direita, indicando que subconjuntos com pequenas flutuações tem maior contribuição ao espectro multifractal, exceto em Garanhuns que apresenta uma assimetria para a esquerda, que indica que subconjuntos com grandes flutuações tem maior contribuição ao espectro multifractal, já em Arcoverde o espectro multifractal não apresenta assimetria. O espectro multifractal da rajada apresenta tanto assimetria para direita quanto para esquerda. Para as estações Petrolina, Serra Talhada, Floresta, Ibimirim e Palmares verifica-se a presença de assimetria do espectro multifractal da velocidade para direita, e da rajada para a esquerda. Em Garanhuns observa-se assimetria para esquerda no espectro multifractal da velocidade e a direita da rajada. Para as demais estações ambas séries tem assimetria para direita com valores maiores para velocidade do que para rajada. Os expoentes α_0 , ponto máximo do espectro multifractal, para a rajada é maior quando comparado com a velocidade, apontando um processo mais regular, exceto para a estação de Ibimirim, que ocorreu o oposto. Em Cabrobó, Caruaru e Garanhuns o expoente α tem mesmo valor para ambos. Verifica-se ainda que a estação de Recife possui um processo mais complexo, comparado com as demais estações, tanto para a rajada quanto para a velocidade.

Tabela 3: Parâmetros de complexidade (α , w e r) para as séries de velocidade e rajada do vento em Pernambuco.

Estações	Velocidade			Rajada		
	α_0	w	r	α_0	w	r
Arcoverde	0,86	0,30	1,06	0,88	0,32	1,10
Cabrobó	0,93	0,32	1,38	0,93	0,36	1,29
Caruaru	0,86	0,25	1,77	0,86	0,31	1,46
Floresta	0,82	0,19	1,63	0,84	0,55	0,56
Garanhuns	0,90	0,31	0,74	0,90	0,41	1,25
Ibimirim	0,80	0,24	1,68	0,78	0,36	0,61
Ouricuri	0,81	0,31	2,13	0,82	0,35	1,19
Palmares	0,73	0,36	1,39	0,75	0,52	0,71
Petrolina	0,92	0,24	1,14	0,94	0,51	0,54
Recife	0,92	0,33	1,54	0,97	0,45	1,50
Serra Talhada	0,84	0,36	1,51	0,88	0,52	0,75
Surubim	0,85	0,32	1,97	0,88	0,35	1,33

A Tabela 4 apresentam os resultados dos p-valores obtidos por meio do teste do sinal. Os resultados abaixo foram computados por meio do *software* estatístico R (2013) na versão 3.0.1. Este teste foi utilizado pelo fato dos dados não apresentarem normalidade e serem assimétricos, e nestes casos o mais indicado é o teste do sinal, que é utilizado para comparar medianas (GIBBONS; CHAKRABORTI, 2003). Verifica-se, por meio deste, que existe fortes evidências que os parâmetros de complexidade do espectro multifractal para velocidade e rajada do vento diferem ao nível de 0,05 de significância.

Tabela 4: Teste do sinal para os parâmetros de complexidade

Parâmetro	p-valor
α_0	0,03406
w	0,00049
r	0,03857

São apresentadas na Tabela 5 os coeficientes de correlação de Pearson entre os parâmetros de complexidades e as coordenadas geográficas (latitude, altitude e longitude). Observou-se a partir do teste de correlação de Pearson, com significância de 0,05, que existe correlação entre a assimetria (r) da rajada e a longitude das estações, e que o parâmetro de assimetria da velocidade está correlacionado com a latitude das estações.

Tabela 5: Coeficiente de correlação de Pearson dos parâmetros de complexidades com altitude, latitude e longitude.

Parâmetros		Altitude	Latitude	Longitude
Rajada	α	-0,07	-0,02	-0,10
	w	-0,48	0,40	0,28
	r	0,09	-0,55	-0,60
Velocidade	α	0,08	0,06	0,08
	w	-0,12	0,46	-0,44
	r	-0,35	-0,66	-0,35

Para observar o comportamento espacial dos parâmetros de complexidade (α , w e r) para a velocidade e rajada do vento em Pernambuco foi feita a interpolação dos dados através do método *Inverse distance weighting* (IDW) com peso 2 utilizando o *software Surfer 11*. Os resultados podem ser observados nas Figuras 116 a 121. Observa-se que as interpolações corroboram com as correlações de Pearson entre os parâmetros de complexidade e as coordenadas geográficas (Tabela 5).

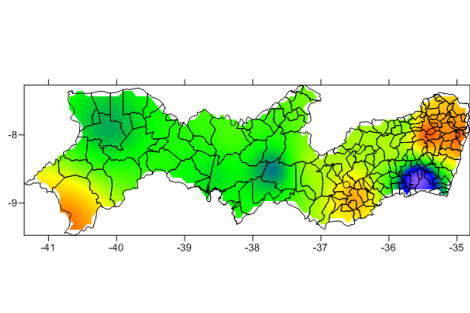


Figura 116: Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade α da velocidade do vento.

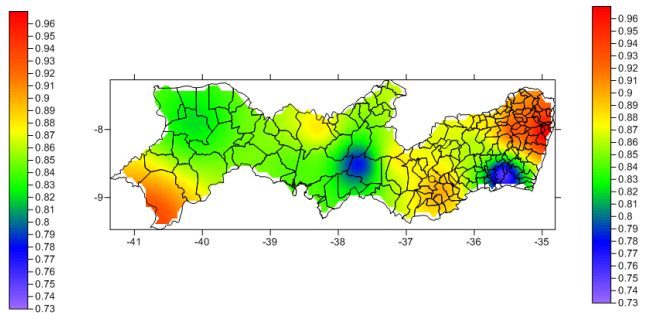


Figura 117: Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade α da rajada do vento.

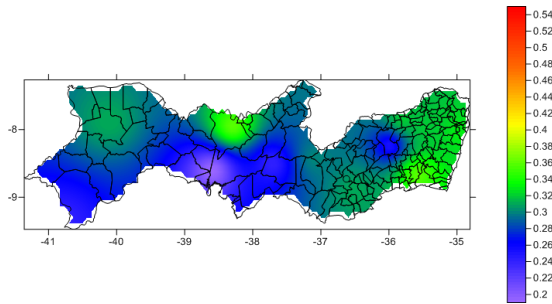


Figura 118: Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade w da velocidade do vento.

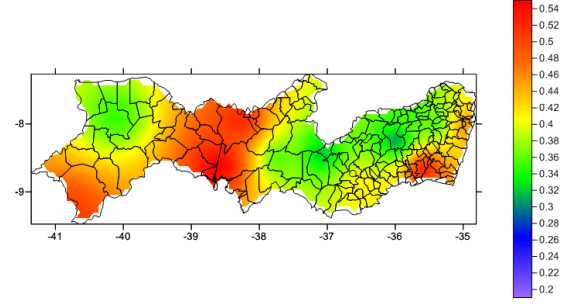


Figura 119: Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade w da rajada do vento.

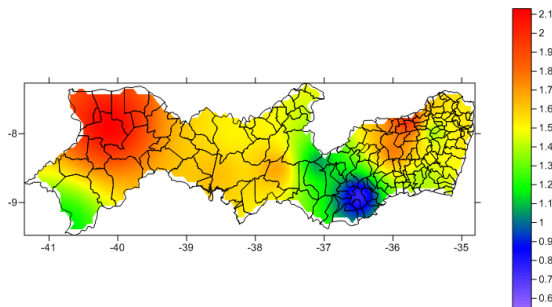


Figura 120: Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade r da velocidade do vento.

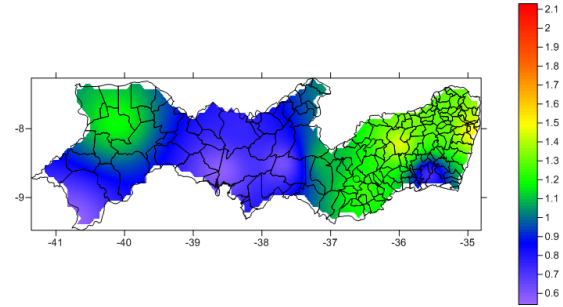


Figura 121: Mapa do estado de Pernambuco do parâmetro de complexidade r da rajada do vento.

Para verificar se a multifractalidade foi causada pela função densidade de probabilidade dos valores da série ou pelas diferentes correlações em subconjuntos com grandes e com pequenas flutuações aplicamos o método MF-DFA nas séries temporais randomizadas. As figuras 122 a 145 mostram os gráficos do espectro multifractal da velocidade e rajada do vento das séries randomizadas e originais. O procedimento de randomização das séries temporais foi realizado da seguinte maneira: as observações foram transpostas, 2 a 2, $1000 \times N$ vezes, em que N é o tamanho da série. Este procedimento foi repetido 100 vezes. As barras horizontais e verticais mostradas no espectro multifractal randomizado representam o erro correspondente a 3 vezes o desvio padrão (3σ).

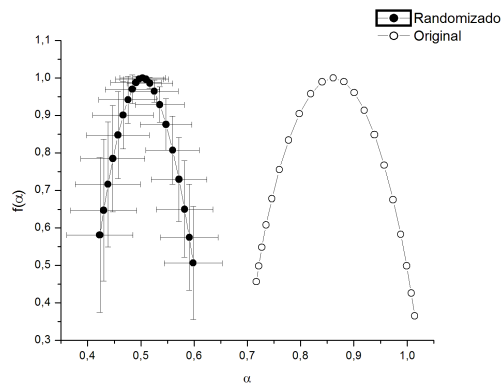


Figura 122: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Arcoverde.

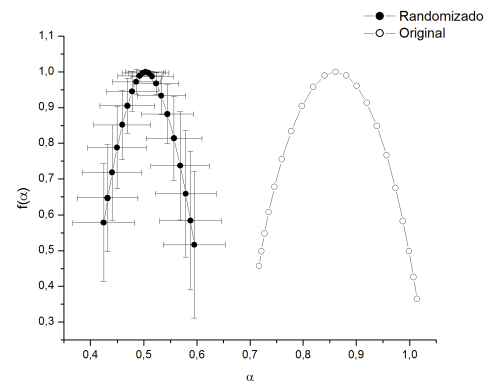


Figura 123: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Arcoverde.

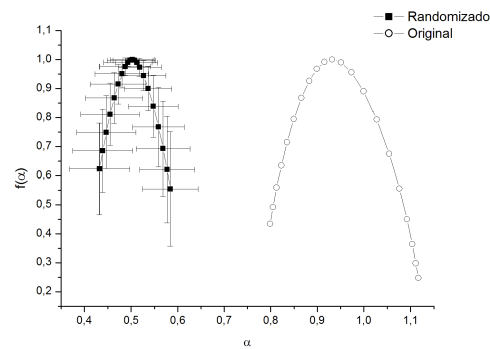


Figura 124: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Cabrobó.

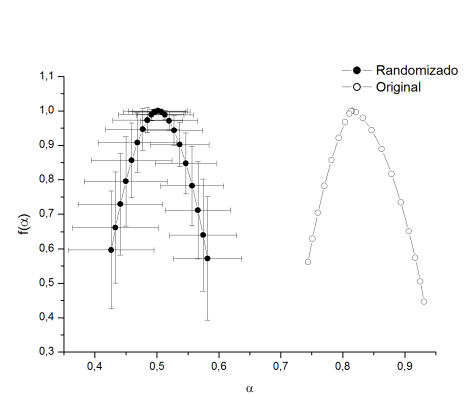


Figura 125: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Cabrobó.

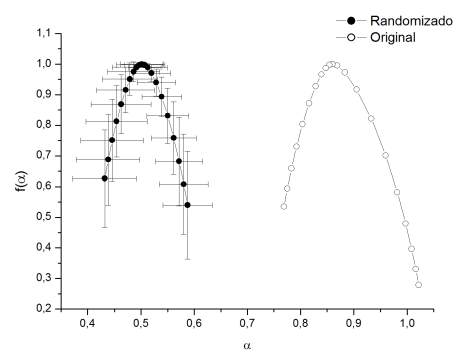


Figura 126: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Caruaru.

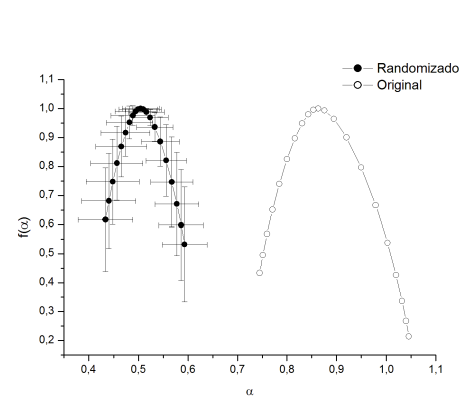


Figura 127: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Caruaru.

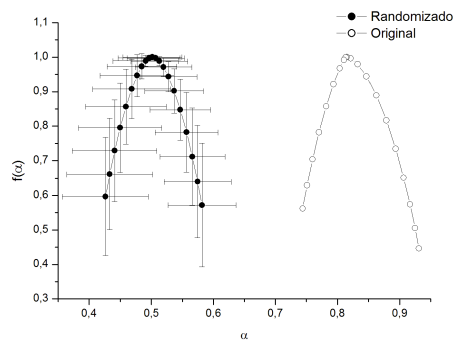


Figura 128: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Floresta.

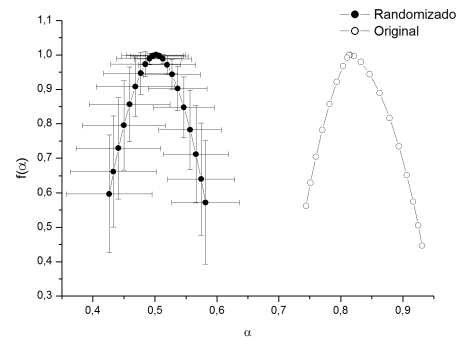


Figura 129: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Floresta.

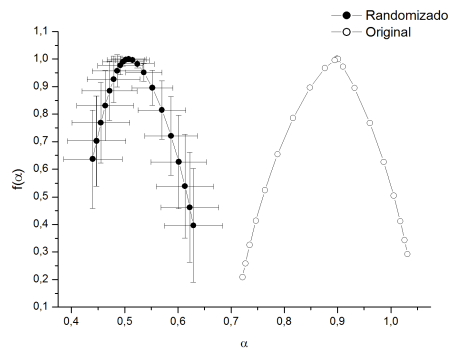


Figura 130: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Garanhuns.

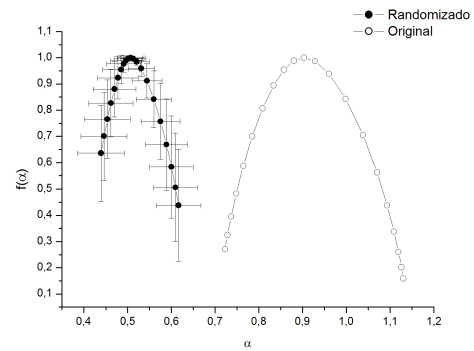


Figura 131: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Garanhuns.

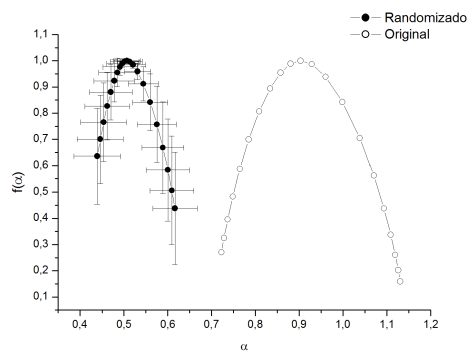


Figura 132: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Ibimirim.

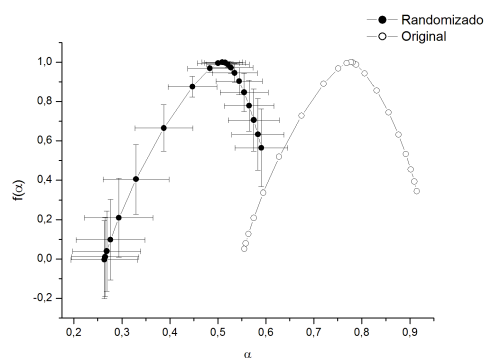


Figura 133: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Ibimirim.

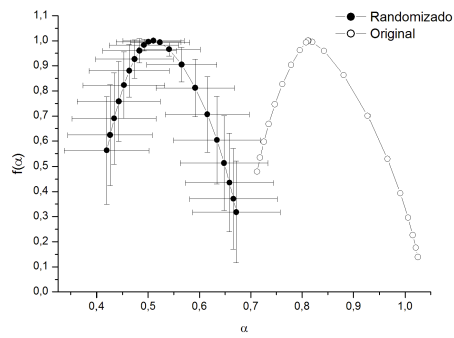


Figura 134: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Ouricuri.

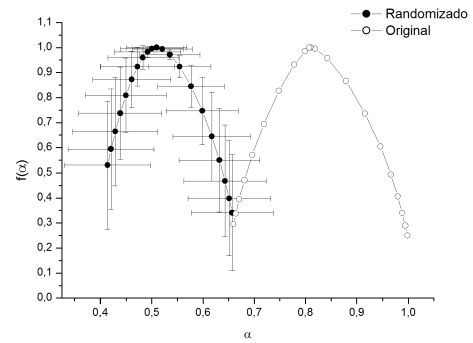


Figura 135: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Ouricuri.

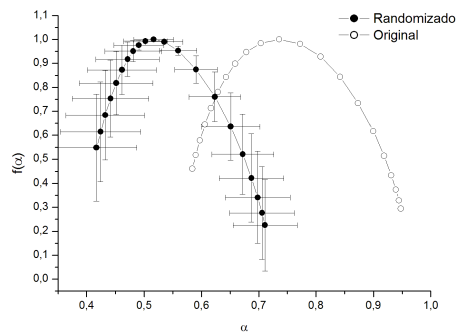


Figura 136: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Palmares.

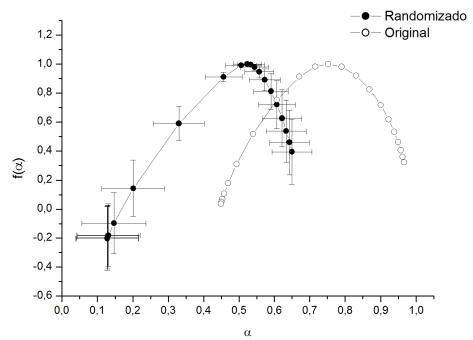


Figura 137: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Palmares.

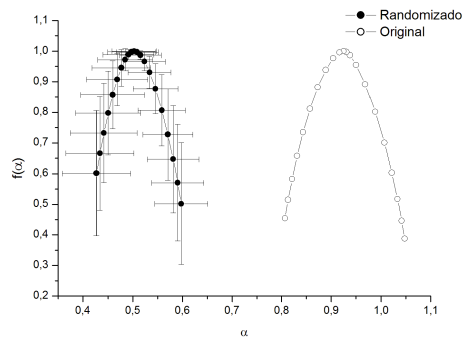


Figura 138: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Petrolina.

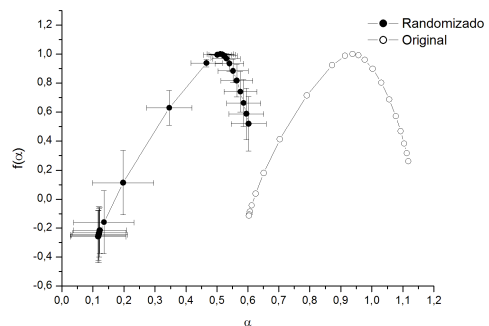


Figura 139: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Petrolina.

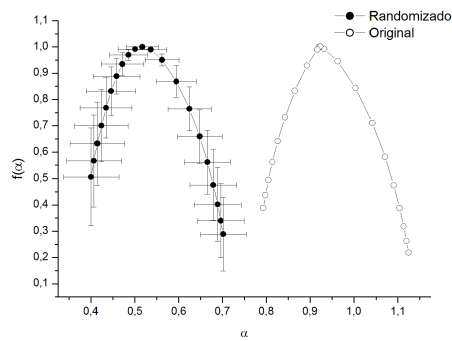


Figura 140: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Recife.

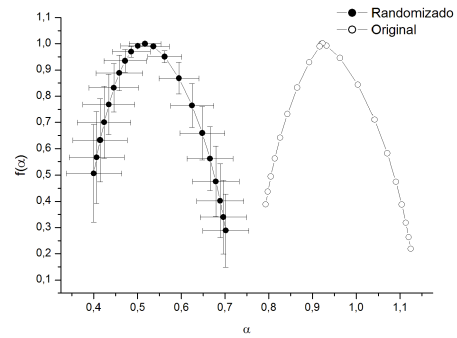


Figura 141: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Recife.

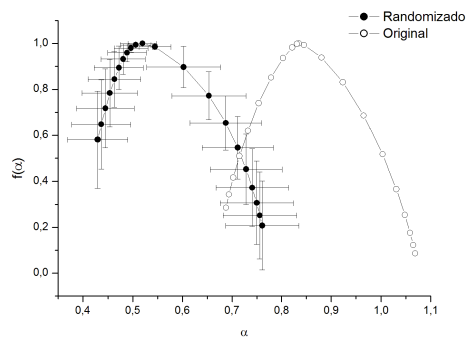


Figura 142: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Serra Talhada.

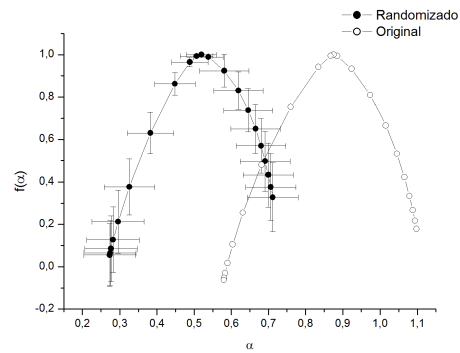


Figura 143: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Serra Talhada.

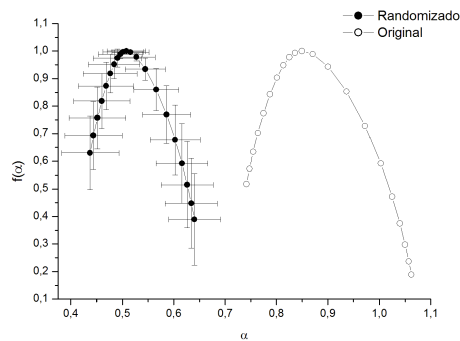


Figura 144: Espectro multifractal da velocidade do vento randomizada em Surubim.

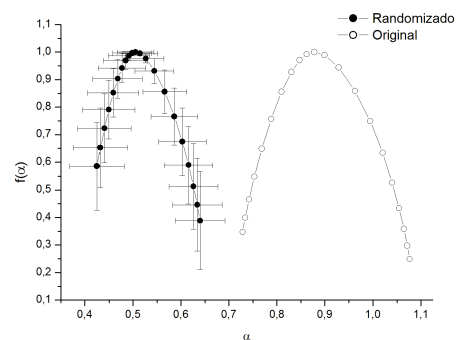


Figura 145: Espectro multifractal da rajada do vento randomizada em Surubim.

A Tabela 6 mostra a largura do espectro multifractal das séries temporais da velocidade e rajada do vento das séries originais e randomizadas. Observou-se que a largura do espectro multifractal diminui depois da randomização das séries indicando que a causa da multifractalidade dos processos são a função densidade de probabilidade dos valores e as correlações temporais, tanto para a velocidade quanto para a rajada, com exceção da estação de Palmares que, para a rajada, o espectro de multifractalidade permaneceu com a mesma largura, indicando que a função de probabilidade dos valores da série é a causa da multifractalidade.

Tabela 6: Largura do espectro multifractal das séries temporais originais e randomizadas da velocidade e rajada do vento em Pernambuco.

Estações	Velocidade		Rajada	
	w	w_r	w	w_r
Arcoverde	0,30	0,18	0,32	0,17
Cabrobó	0,32	0,15	0,36	0,17
Caruaru	0,25	0,16	0,31	0,17
Floresta	0,19	0,16	0,55	0,39
Garanhuns	0,31	0,19	0,41	0,18
Ibimirim	0,24	0,18	0,36	0,33
Ouricuri	0,31	0,25	0,35	0,25
Palmares	0,36	0,29	0,52	0,52
Petrolina	0,24	0,17	0,51	0,49
Recife	0,33	0,30	0,45	0,43
Serra Talhada	0,36	0,33	0,52	0,44
Surubim	0,32	0,20	0,35	0,21

5 Conclusão

Durante a última década vários estudos mostraram a presença de correlações de longo alcance em séries temporais climáticas, tanto em dados observacionais, quanto em dados gerados por modelos climáticos globais. Variáveis climáticas como temperatura, vazão de rio e precipitação pluvial são extensivamente analisadas, usando os dados históricos para diferentes lugares do mundo, enquanto existem poucos resultados de análise da correlação do vento, que representa uma variável mais complexa pelo fato de ser representada como um fenômeno natural da turbulência.

Nesta dissertação investigamos se as séries temporais de velocidade e rajada do vento em Pernambuco possuem propriedades multifractais por meio da metodologia MF-DFA, que tem como objetivo quantificar correlações de longo alcance em séries temporais não estacionárias. Verificamos que todas as séries analisadas mostram as propriedades multifractais com valores de expoente generalizado de Hurst acima de 0,5 indicando uma dinâmica persistente para ambas, pequenas e grande flutuações. Nós também calculamos as outras medidas multifractais, o expoente Rényi e o espectro multifractal que reafirmaram a presença de propriedades multifractais nas séries de velocidade e rajada. Não encontramos correlação entre os parâmetros de complexidade e as coordenadas geográficas: longitude, latitude e altitude, exceto a medida de assimetria do espectro multifractal: de rajada com longitude e de velocidade com latitude. Para todas estações a largura do espectro multifractal é maior para a rajada que para a velocidade, indicando a multifractalidade mais forte.

Analisando as séries randomizadas concluímos que a multifractalidade presente nas séries temporais da rajada e velocidade são causadas tanto pelas correlações de longo alcance quanto à função densidade de probabilidade, com exceção da estação de Palmares, com relação a série da rajada, que a multifractalidade é causada pela função densidade de probabilidade.

Estes resultados irão ajudar a compreender melhor a natureza da variabilidade temporal da velocidade e rajada do vento no estado de Pernambuco. Podendo ser

utilizados para o desenvolvimento de modelos teóricos e computacionais de modelagem dos vários fenômenos influenciados pelas condições climáticas. Um trabalho futuro, incluindo todas as estações meteorológicas do Nordeste, poderia fornecer mais informações sobre a influência dos fatores geo-físicos e ambientais na dinâmica do vento nesta região permitindo o desenvolvimento de um modelo multifractal.

Referências

- ARAUJO, A. J. de. **Análise de correlação temporal em séries de velocidade e rajada do vento do Nordeste**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife-PE, 2012.
- AYOADE, J. O. **Introdução a climatologia para os trópicos**. 4th. ed. [S.I.]: Bertrand Brasil, 1996.
- BACRY, E.; DELOUR, J.; MUZY, J. Modelling financial time series using multifractal random walks. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, n. 1, 2001.
- BARRY, R. G.; CHORLEY, R. J. **Atmosphere, weather and climate**. [S.I.]: Psychology Press, 2003.
- BERAN, J. **Statistics for Long-memory Processes**. New York: Chapman & Hall, 1994.
- BLAIR, T. A.; FITE, R. C. **Weather Elements**. Tradução de Farid Cezar Chede. 4th. ed. Rio de Janeiro: Copyright, 1964.
- BORGES, M. G. calves E. **Influência do Ambiente Construído no Microclima Urbano**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.
- BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time series analysis: forecasting and control**. New Jersey: Prentice Hall, 1994.
- CARVALHO, M. M. de. **Clima Urbano e Vegetação: Estudo analítico e prospectivo do Parque das Dunas em Natal**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, 2001.
- CHENG, Q. Multifractality and spatial statistics. **Computers & Geosciences**, Elsevier, v. 25, n. 9, p. 949–961, 1999.
- COSTA, R. L.; VASCONCELOS, G. Long-range correlations and nonstationarity in the brazilian stock market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 329, n. 1, p. 231–248, 2003.
- DUTTA, S. et al. Multifractal parameters as an indication of different physiological and pathological states of the human brain. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 396, p. 155–163, 2014.
- ERRAMILLI, A. et al. Self-similar traffic and network dynamics. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 90, n. 5, p. 800–819, 2002.
- FEDER, J. **Fractals**, 1988. [S.I.]: Plenum Press, New York, 1988.

FENG, T. et al. A brief description to different multi-fractal behaviors of daily wind speed records over china. **Physics Letters A**, Elsevier, v. 373, n. 45, p. 4134–4141, 2009.

FERREIRA, A. G. **Meteorologia Prática**. São Paulo: Oficina de textos, 2006.

FERREIRA, E. T. **Estudo comparativo entre a velocidade básica do vento estabelecida na NBR.6163 e a obtida de estações meteorológicas na Paraíba - Impactos nos âmbitos do projeto estrutural, do meio ambiente e dos custos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2005.

GAO, L.; FU, Z. Multi-fractal behaviors of relative humidity over china. **Atmos. Oceanic Sci. Lett**, v. 6, p. 74–78, 2013.

GARCÍA-MARÍN, A. et al. Multifractal analysis of validated wind speed time series. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, American Institute of Physics, v. 23, n. 1, p. 013133–013133, 2013.

GIBBONS, J. D.; CHAKRABORTI, S. **Nonparametric Statistical Inference**. 4. ed. [S.l.]: Statistics, 2003.

GOLDBERGER, A. L.; KOBALTER, K.; BHARGAVA, V. 1/f-like scaling in normal neutrophil dynamics: implications for hematologic monitoring. **Biomedical Engineering, IEEE Transactions on**, IEEE, n. 9, p. 874–876, 1986.

GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrending moving average algorithm for multifractals. **Physical Review E**, APS, v. 82, n. 1, p. 011136, 2010.

HAUSDORFF, J. M. et al. Is walking a random walk? evidence for long-range correlations in stride interval of human gait. **Journal of Applied Physiology**, Am Physiological Soc, v. 78, n. 1, p. 349–358, 1995.

HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American Society of Civil Engineers**, v. 116, p. 770–779, 1951.

IVANOV, P. C. et al. Levels of complexity in scale-invariant neural signals. **Physical Review E**, APS, v. 79, n. 4, p. 041920, 2009.

KANTELHARDT, J. W. Fractal and multifractal time series. Springer, p. 463–487, 2011.

KANTELHARDT, J. W. et al. Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records. **Journal of geophysical research**, American Geophysical Union, v. 111, n. D1, p. D01106, 2006.

KANTELHARDT, J. W. et al. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 316, n. 1, p. 87–114, 2002.

KAVASSERI, R. G.; NAGARAJAN, R. A multifractal description of wind speed records. **Chaos, Solitons & Fractals**, Elsevier, v. 24, n. 1, p. 165–173, 2005.

KIRÁLY, A.; JÁNOSI, I. M. Detrended fluctuation analysis of daily temperature records: Geographic dependence over australia. **Meteorology and Atmospheric Physics**, Springer, v. 88, n. 3-4, p. 119–128, 2005.

KOBAYASHI, M.; MUSHI, T. 1/f fluctuation of heartbeat period. **Biomedical Engineering, IEEE Transactions on**, IEEE, n. 6, p. 456–457, 1982.

KUMAR, S.; DEO, N. Multifractal properties of the indian financial market. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 388, n. 8, p. 1593–1602, 2009.

LAM, L. **Introduction to nonlinear physics**. [S.l.]: Springer, 2003.

LEE, K.; KIM, J.; VIDAKOVIC, B. Regularity of irregularity: Testing for monofractality by multifractal tools. **International Journal of Mathematics and Computer Science: Special Issue on Computational Biology and Data Mining**, v. 5, n. 2, p. 65–85, 2010.

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman, 1983.

MANSO, V. A. V. et al. **Erosão e progradação do litoral brasileiro**. [S.l.], Janeiro 2014. Disponível em: <http://www.mma.gov.br/estruturas/sqa_sigercom/_arquivos/pe_erosao.pdf>.

MATSOUKAS, C.; ISLAM, S.; RODRIGUEZ-ITURBE, I. Detrended fluctuation analysis of rainfall and streamflow time series. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres (1984–2012)**, Wiley Online Library, v. 105, n. D23, p. 29165–29172, 2000.

MENDONÇA, F.; DANNI-OLIVEIRA, I. M. **Climatologia noções básicas e clima no Brasil**. São Paulo: Oficina de textos, 2007.

MUSA, S. D. **Introduction to Agro-Climatology**. a. Nigeria: National Open University of Nigeria, 2008. Disponível em: <http://www.nou.edu.ng/noun/NOUN_OCL/pdf/sos%20203.pdf>.

MUZY, J.-F.; BACRY, E.; ARNEODO, A. Multifractal formalism for fractal signals: The structure-function approach versus the wavelet-transform modulus-maxima method. **Physical review E**, APS, v. 47, n. 2, p. 875, 1993.

NOGUEIRA, R.; VARANDA, W.; LIEBOVITCH, L. Hurst analysis in the study of ion channel kinetics. **Brazilian journal of medical and biological research= Revista brasileira de pesquisas medicas e biologicas/Sociedade Brasileira de Biofisica...**[et al.], v. 28, n. 4, p. 491–496, 1995.

OŚWIECIMKA, P.; KWAPIEŃ, J.; DROŻDŻ, S. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. **Physical Review E**, APS, v. 74, n. 1, p. 016103, 2006.

PEEL, M. C.; FINLAYSON, B. L.; MCMAHON, T. A. Updated world map of the köppen-geiger climate classification. **Hydrology and Earth System Sciences Discussions**, v. 4, p. 439–473, 2007.

PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. **Physical Review E**, APS, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994.

PENG, C.-K. et al. Long-range anticorrelations and non-gaussian behavior of the heartbeat. **Physical Review Letters**, APS, v. 70, n. 9, p. 1343, 1993.

R, D. C. T. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2013. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <<http://www.R-project.org>>.

RANGARAJAN, G.; DING, M. Integrated approach to the assessment of long range correlation in time series data. **Physical Review E**, APS, v. 61, n. 5, p. 4991, 2000.

ROLIM, G. de S. et al. Classificação climática de köppen e de thornthwaite e sua aplicabilidade na determinação de zonas agroclimáticas para o estado de são paulo. **Bragantia**, v. 66, n. 4, p. 711–720, 2007.

SANTOS, M. de O.; STOŠIĆ, T.; STOŠIĆ, B. D. Long-term correlations in hourly wind speed records in pernambuco, brazil. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 391, n. 4, p. 1546–1552, 2012.

SCHMITT, F.; SCHERTZER, D.; LOVEJOY, S. Multifractal fluctuations in finance. **International Journal of Theoretical and Applied Finance**, World Scientific, v. 3, n. 03, p. 361–364, 2000.

SEURONT, L. **Fractals and multifractals in ecology and aquatic science**. [S.l.]: CRC Press, 2009.

SHIMIZU, Y.; THURNER, S.; EHRENBERGER, K. Multifractal spectra as a measure of complexity in human posture. **Fractals**, World Scientific, v. 10, n. 01, p. 103–116, 2002.

SZETO, H. H. et al. Fractal properties in fetal breathing dynamics. **American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology**, Am Physiological Soc, v. 263, n. 1, p. R141–R147, 1992.

TALKNER, P.; WEBER, R. O. Power spectrum and detrended fluctuation analysis: Application to daily temperatures. **Physical Review E**, APS, v. 62, n. 1, p. 150, 2000.

TELESCA, L.; LAPENNA, V. Measuring multifractality in seismic sequences. **Tectonophysics**, Elsevier, v. 423, n. 1, p. 115–123, 2006.

TELESCA, L.; LOVALLO, M. Analysis of the time dynamics in wind records by means of multifractal detrended fluctuation analysis and the fisher–shannon information plane. **Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment**, IOP Publishing, v. 2011, n. 07, p. P07001, 2011.

THEILER, J. Estimating fractal dimension. **JOSA A**, Optical Society of America, v. 7, n. 6, p. 1055–1073, 1990.

TORRES, F.; MACHADO, P. **Introdução a climatologia**. São Paulo: Geográfica, 2008.

VIANELLO, R. L.; ALVES, A. R. **Meteorologia Básica e Aplicações**. Viçosa: UFV, 2006.

VIČZEK, T. **Fractal growth phenomena**. 2. ed. [S.l.]: World scientific, 1992.

WERON, R.; PRZYBYŁOWICZ, B. Hurst analysis of electricity price dynamics. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 283, n. 3, p. 462–468, 2000.

WMO. **Guide to Climatological Practices**. 3rd. ed. USA: [s.n.], 2010. Disponível em: <<http://www.wmo.int/pages/prog/wcp/documents/Guidefulltext.pdf>>.

YU, C. et al. Structure function analysis of long-range correlations in plasma turbulence. **Physics of Plasmas**, v. 10, p. 2772, 2003.

YUAN, Y.; ZHUANG, X.-t.; JIN, X. Measuring multifractality of stock price fluctuation using multifractal detrended fluctuation analysis. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 388, n. 11, p. 2189–2197, 2009.

ZHANG, Q. et al. Multifractal analysis of streamflow records of the east river basin (pearl river), china. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 388, n. 6, p. 927–934, 2009.