

Diego Vicente de Souza Ferreira

**ESTUDO DA VALIDAÇÃO DA PERIODICIDADE DE ANÉIS
ETÁRIOS EM TUBARÕES A PARTIR DE MODELOS
CIRCULARES**

RECIFE-PE - MAR/2012



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

ESTUDO DA VALIDAÇÃO DA PERIODICIDADE DE ANÉIS ETÁRIOS EM TUBARÕES A PARTIR DE MODELOS CIRCULARES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Mestre.

Área de Concentração: Modelagem Estatística e Computacional

Orientador: Prof. Dr. Humber Agreli de Andrade

RECIFE-PE - MAR/2012.

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA

**ESTUDO DA VALIDAÇÃO DA PERIODICIDADE DE ANÉIS ETÁRIOS EM TUBARÕES A
PARTIR DE MODELOS CIRCULARES**

Diego Vicente de Souza Ferreira

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Biometria e Estatística Aplicada, defendida e aprovada por unanimidade em 09/03/2012 pela Comissão Examinadora.

Orientador:

Prof. Dr. Humber Agreli de Andrade
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEPAq-UFRPE

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Francisco Marcante Santana da
Silva
Universidade Federal Rural de Pernambuco
UAST-UFRPE

Prof. Dr. Rosângela Paula Teixeira Lessa
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEPAq-UFRPE

Prof. Dr. Tiago Alessandro Espínola Ferreira
Universidade Federal Rural de Pernambuco
DEINFO-UFRPE

Dedico aos meus pais

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Maria Ferreira e João Vicente, pelo grande apoio que me deram em todas as decisões da minha vida e por sempre terem acreditado em mim. Muito obrigado.

A minha irmã Surama Ferreira, e ao meu sobrinho Artur Vicente, agradeço por todo o carinho, atenção e confiança que me deram até o momento.

Agradeço ao professor Humber Agrelli de Andrade, pela orientação, paciência, incentivo e cobranças para a realização dessa dissertação.

Agradeço ao DIMAR-UFRPE por ceder os dados do tubarão crocodilo que foram utilizados na dissertação.

Agradeço aos professores do programa da pós-graduação da Biometria e Estatística Aplicada, ao secretário Marcos e a Zuleide.

Aos colegas de graduação em Matemática-UFPE: Carlos, Diego dos Anjos, Diógenes, Everton Delfino, Glayce, Hérika, Rafael e Sílvio Fernando, meus agradecimentos pelo companheirismos e pelo estudo em grupo na biblioteca, principalmente em Estruturas Algébricas.

Também aos colegas de graduação em Biologia-UPE: Thiago Cahú, Vinícius Catunda, Manoela Chaves, Jessica Pires e Douglas Bastos, meus agradecimentos por terem me ajudado em assuntos das disciplinas e trabalhos em grupos, além da amizade.

Agradecer aos colegas do programa da pós-graduação da biometria e estatística aplicada pelo incentivo, grupos de estudos e motivação pelo curso. Para Sílvio Fernando pela ajuda nos estudos para as disciplinas e pela amizade. Para Josimar Mendes e Antonio Samuel pela ajuda no Tex e software R. Da mesma forma, agradeço aos demais colegas de turma: Anderson Araújo, Carlos Augusto, Antonio Guilherme, Cintia Ferreira, Dennis Oliveira, Djalma Beltrão, Manoel Rivelino e Milton Perceus.

Aos colegas da pós-graduação que contribuíram de alguma forma para a conclusão deste mestrado: José Rodrigo, Dâmocles Aurélio, David Silva, Lázaro Araújo, Rosilda Benício, Gabriela Alves, Ana Clara, Danila Silva e José Igor.

Agradeço a meu afilhado, Kevin e a irmã dele, Larissa, pelo carinho e grande carisma que sempre tiveram por mim.

Agradeço antecipadamente pelos comentários, sugestões e críticas dos participantes da banca examinadora, professores Francisco Marcante Santana da Silva, Rosângela Paula Teixeira Lessa e Tiago Alessandro Espínola Ferreira.

Agradeço também a CAPES pelo financiamento.

"Cada fracasso ensina ao homem algo que ele precisava aprender."

"Em verdade, o que proporciona o máximo de prazer não é o conhecimento e sim a aprendizagem, não é a posse mas a aquisição, não é a presença mas o ato de atingir a meta."

Carl Friedrich Gauss

Resumo

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre a validação da idade estimada através da periodicidade de deposição de anéis etários em vértebras de tubarões (*método Centrum Edge Analyses-CEA*), a partir da modelagem da proporção dos tipos de bordas encontrados nas vértebras. A periodicidade dos anéis de crescimento é modelada com uma distribuição binomial cujo parâmetro é por sua vez modelado com uma ou com a mistura de duas distribuições circulares. Os Critérios de Informação de Akaike e Bayesiano foram utilizados para selecionar os modelos mais apropriados. O método foi aplicado aos casos do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*), do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*) e do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*). Os modelos competidores avaliados são caracterizados quanto a periodicidade da deposição dos anéis: ausência de ciclo, um ciclo anual, e dois ciclos anuais com e sem restrições quanto ao número de parâmetros a serem estimados. Os resultados indicam que para o tubarão crocodilo o melhor modelo é o sem ciclo, para o tubarão mako e o tubarão leopardo o melhor modelo é o de um ciclo, o que confirmam os resultados encontrados na literatura. Portanto, ao contrário dos resultados referentes as espécies de tubarões amostradas em regiões subtropicais, a julgar pelos dados disponíveis até então, mesmo com o uso de critérios objetivos, não há evidências sobre a existência de periodicidade de deposição de anéis no tubarão crocodilo.

Palavras-chave: Modelo circular, tubarão , Validação de idade.

Abstract

In this work models for the proportion of vertebrae edge type were used to assess the validity of age estimations calculated by counting rings in vertebrae. One or mixture of two circular distributions were used to model the parameter of the binomial distribution used to model the proportion of edge types. The Akaike Information Criterion and Bayesian Information Criterion were used to select the most appropriate models. Crocodile shark (*Pseudocarcharias kamoharai*), mako shark (*Isurus oxyrinchus*) and leopard shark (*Triakis semifasciata*) were the cases studied. The concurrent models evaluated are characterized by the frequency of deposition of the rings: no cycle, an annual cycle, and two annual cycles with and without restrictions on the number of parameters to be estimated. The results suggest that for crocodile shark the best model is the one without cycle, while for mako and leopard sharks the most suitable models are the ones with one cycles, which confirms the previous results published elsewhere. Therefore, if one rely in the data available so far, even when using objective criteria, there is not support for the hypothesis regarding annual cycle for crocodile shark while the opposite pattern arise for subtropical species of sharks.

Key words: Model circular, shark, Validation of age.

Lista de Figuras

- 1 Diagrama que ilustra os locais do foco e do corpo calcareum na vértebra (esquerda) e um corte da vértebra (direita). Setas pretas mostram os locais onde o foco, o corpo calcareum e as bandas formadas (birth band) estão no corte (BISHOP *et al.*, 2006). p. 2
- 2 Ilustração de cortes (esquerda) de vértebras de elasmobrânquios (GOLDMAN, 2005) e imagem de um corte da vértebra do tubarão mako (DIMAR, 2012). p. 7
- 3 *Pseudocarcharias kamoharai* (FAO, 2011b; RANDALL, 1997). p. 10
- 4 Distribuição do *Pseudocarcharias kamoharai* (COMPAGNO; MUSICK, 2010). p. 10
- 5 *Isurus oxyrinchus* (FLMNH, 2011). p. 11
- 6 Distribuição do *Isurus oxyrinchus* (CAILLET *et al.*, 2011). p. 11
- 7 *Triakis semifasciata* (FISH, 2011). p. 12
- 8 Distribuição Geográfica do *Triakis semifasciata* (FLMNH, 2012). p. 13
- 9 Gráfico circular da distribuição von Mises com média π e com diferentes valores para o parâmetro κ p. 20
- 10 Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros. p. 28
- 11 Ajustes dos modelos com distribuição wrapped Cauchy aos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros. p. 28

12	Resíduos de Pearson para o modelo sem ciclo. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 29
13	Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição von Mises. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>). . .	p. 30
14	Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição wrapped Cauchy. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 30
15	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 31
16	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped Cauchy, e com dois ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 31
17	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com 2 ciclos com restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 32
18	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped Cauchy, e com 2 ciclos com restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 32
19	Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 36
20	Ajustes dos modelos com a distribuição wrapped Cauchy aos dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 36
21	Resíduos de Pearson para o modelo sem ciclos. Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 37

22	Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição von Mises. Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 38
23	Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição wrapped Cauchy. Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 38
24	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com 2 ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 38
25	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped Cauchy, e com 2 ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 38
26	Resíduos de Pearson para para o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos com restrições quanto à estimativa dos parâmetros . Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 39
27	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição Wrapped Cauchy, e com dois ciclos com restrições quanto à estimativa dos parâmetros . Dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 39
28	Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 42
29	Ajustes dos modelos com a distribuição wrapped Cauchy aos dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 42
30	Resíduos de Pearson para o modelo sem ciclo. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 43
31	Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição von Mises. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 44
32	Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição wrapped cauchy. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 44

33	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos sem restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 44
34	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped cauchy, e com dois ciclos sem restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 44
35	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos com restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 45
36	Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped cauchy, e com dois ciclos com restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 45
37	Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados da amostra 1 do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 52
38	Ajustes dos modelos com distribuição von Mises aos dados da amostra 2 do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 52
39	Ajustes dos modelos com distribuição von Mises aos dados da amostra 3 do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.	p. 52

Lista de Tabelas

- 1 Resumo com as informações sobre região de ocorrência, classificação científica e IUCN, reprodução e tamanho da ninhada dos tubarões estudados. p. 14
- 2 Dados dos tubarões crocodilo, mako e leopardo analisados neste trabalho, com o número de bordas de vértebras com bandas opacas, número total de observações e a proporção em cada mês entre o número de bandas opacas e o total de observações. p. 17
- 3 Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), para os modelos sem ciclo, com um ciclo e com dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) aos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). p. 27
- 4 Média, variância e soma dos quadrados dos Resíduos de Pearson (X_k) para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). p. 32
- 5 AIC , AIC_c , BIC , os pesos de evidências ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando as Distribuições circulares von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). p. 33
- 6 Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC), aos dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*). p. 34

7	Média, variância e soma dos quadrados dos Resíduos de Pearson (X_k) para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 40
8	AIC , AIC_c , BIC , o peso de evidência ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão mako (<i>Isurus oxyrinchus</i>).	p. 40
9	Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), com o uso dos modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) aos dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 41
10	Média, variância e soma dos quadrados dos Resíduos de Pearson (X_k) para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 46
11	AIC , AIC_c , BIC , o peso de evidência ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC), para os dados do tubarão leopardo (<i>Triakis semifasciata</i>).	p. 46
12	Dados reamostrados (dividido em três partes) do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>), com o número de bordas de vértebras com bandas opacas, número total de observações e a proporção em cada mês entre o número de bandas opacas e o total de observações.	p. 48
13	AIC , AIC_c , BIC , os pesos de evidências ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando a distribuição von Mises (VM) nos dados reamostrados (dividido em três partes) do tubarão crocodilo (<i>Pseudocarcharias kamoharai</i>).	p. 49

- 14 Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), com o uso dos modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com a distribuição von Mises (VM) nos dados reamostrados (dividido em três partes) do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). p. 50

Abreviaturas e Siglas Utilizadas

AIC	Critério de informação de Akaike
AICc	Critério de informação de Akaike corrigido
ANOVA	Análise de variância
BIC	Critério de informação Bayesiano
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEA	Centrum Edge Analysis
D	Deviance
DEINFO	Departamento de Estatística e Informática
DEPAq	Departamento de Pesca e Aquicultura
DIMAR	Laboratório de Dinâmica de Populações Marinhas
Dois ciclos-L	Dois ciclos anuais sem qualquer restrições nos parâmetros
Dois ciclos-R	Dois ciclos anuais com restrições subjetivas nos parâmetros
FAO	Food and Agriculture Organization of the United Nations
FLMNH	Florida Museum of Natural History
IUCN	International Union for the Conservation of Nature
MIA	Marginal Increment Analysis
OTC	Oxitetraciclina
PrBIC	Probabilidade Posterior de Bayes
UFRPE	Universidade Federal Rural de Pernambuco
VM	Distribuição von Mises
WAIC	Peso de evidência favorável a cada modelo, baseado no AIC
WAICc	Peso de evidência favorável a cada modelo, baseado no AICc
WC	Distribuição wrapped Cauchy

Sumário

1	INTRODUÇÃO	p. 1
2	OBJETIVOS	p. 4
2.1	Geral	p. 4
2.2	Específicos	p. 4
3	REVISÃO DA LITERATURA	p. 5
3.1	Validação de idade	p. 5
3.2	Tubarões estudados	p. 8
3.2.1	Tubarão Crocodilo	p. 8
3.2.2	Tubarão mako	p. 10
3.2.3	Tubarão leopardo	p. 12
3.3	Modelagem circular	p. 15
4	METODOLOGIA	p. 17
4.1	Dados	p. 17
4.2	Análise de Dados	p. 18
4.2.1	Modelo	p. 18
4.2.2	Seleção de modelos	p. 22
4.3	Resíduos	p. 24
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	p. 26
5.1	Tubarão Crocodilo	p. 26
5.1.1	Estimativas dos parâmetros e ajustes dos modelos	p. 26

5.1.2	Resíduos	p. 29
5.1.3	Seleção de modelos	p. 32
5.2	Tubarão mako	p. 34
5.2.1	Estimativas dos parâmetros e ajustes dos modelos	p. 34
5.2.2	Resíduos	p. 36
5.2.3	Seleção de modelos	p. 40
5.3	Tubarão leopardo	p. 41
5.3.1	Estimativas dos parâmetros e ajustes dos modelos	p. 41
5.3.2	Resíduos	p. 43
5.3.3	Seleção de modelos	p. 46
6	Validação do método	p. 48
7	Conclusões	p. 53
	Referências	p. 55

1 INTRODUÇÃO

Os peixes mandibulados com esqueletos cartilagosos (Classe *Chondrichthyes*) são vertebrados aquáticos ectotérmicos que respiram primariamente por brânquias durante toda a sua vida, possuem membros pares em forma de nadadeiras peitorais e pélvicas. O corpo pode ser nu coberto de placas ósseas ou de escamas do tipo placóide (ORR, 2000). As espécies da subclasse *Elasmobranchii* (elasmobrânquios), tubarões e raias, são na maioria animais relativamente grandes, com expectativa de vida longa, maturação tardia e baixa fecundidade, o que as tornam vulneráveis as perturbações impostas por fatores externos, que causam mortalidade tais como pesca intensiva (MUSICK *et al.*, 2000). Informações sobre a idade dos peixes são fundamentais para estimar parâmetros biológicos como, taxas de mortalidade, crescimento e produtividade. A maioria dos modelos populacionais utilizados para obter informações para a tomada de decisões administrativas sobre pescarias que incluem elasmobrânquios, é baseada em dados estruturados por idade. Estimativas pouco acuradas das idades resultaram, no passado, em graves erros na compreensão e na gestão de pescarias (CAMPANA, 2001; GOLDMAN, 2005).

Várias técnicas podem ser usadas para obter informações que permitem estimar a idade dos peixes. Entre elas destacam-se as abordagens relacionadas à marcação, à progressão temporal de modas de distribuições de frequência de comprimento e crescimento das estruturas ósseas, tais como vértebras cervicais (Figura 1). A primeira abordagem é dispendiosa e a segunda tem se mostrado, em muitos casos, infrutífera no estudo de espécies que habitam regiões tropicais, cujo ciclo reprodutivo pode não ter uma sazonalidade marcada. A terceira abordagem é a mais frequentemente usada para várias espécies, incluindo elasmobrânquios, ainda que seus esqueletos sejam cartilagosos e não ósseos (CAMPANA, 2001). Esta dissertação versa sobre a terceira abordagem de uso mais comum.

O princípio básico é que à medida que o tempo passa e o organismo cresce, são depositadas camadas nas estruturas de aposição (ou deposição), sejam elas ósseas ou cartilagosas. A composição dessas camadas usualmente muda em função de variações

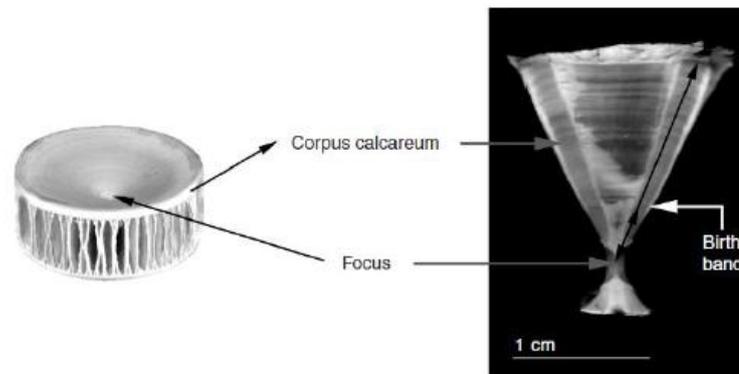


Figura 1: Diagrama que ilustra os locais do foco e do corpo calcareum na vértebra (esquerda) e um corte da vértebra (direita). Setas pretas mostram os locais onde o foco, o corpo calcareum e as bandas formadas (birth band) estão no corte (BISHOP *et al.*, 2006).

no metabolismo afetadas por uma série de fatores ambientais e ecológicos. Os cenários de maior ou menor disponibilidade de alimento, de maior ou menor temperatura, ou mesmo as diferentes etapas do ciclo reprodutivo, implicam em alterações da composição, da coloração, e da velocidade de deposição de determinado material (ósseo ou cartilaginoso). O conjunto de duas faixas ou bandas alternadas de materiais de diferentes composições, que se repetem ciclicamente, são normalmente denominadas de anéis. Por exemplo, uma sequência de faixas depositadas com coloração clara-escura caracterizaria um anel. Já cada uma das faixas (clara ou escura), recebe usualmente a denominação de “banda”. As bandas claras e escuras são com frequência denominadas também de translúcidas e opacas, em virtude de suas propriedades de refração, reflexão e absorção de luz, ou seja, se luz do microscópio passou pela amostra analisada então a banda é translúcida, caso contrário é opaca. A maioria dos autores têm assumido que os incrementos de crescimento que caracterizam os anéis, ocorrem com ciclo anual nas populações de elasmobrânquios. No entanto, poucos têm objetivamente avaliado essa hipótese sendo que na maioria dos casos se tira uma conclusão a partir de uma mera inspeção visual de algum tipo de gráfico descritivo (CAMPANA *et al.*, 2002; PIERCY *et al.*, 2007) ou mesmo a partir de testes de hipóteses que não são voltadas à avaliação da ciclicidade e sim de diferenças mensais ou em outra escala temporal (ex: ANOVA e Kruskal-Wallis). Vale lembrar que essa é uma questão crítica que tem implicações ecológicas, sociais e econômicas grandes, pois a avaliação do potencial de exploração de um recurso pesqueiro e o conjunto de ações

utilizadas na gestão da pescarias, dependem fundamentalmente do entendimento da ciclicidade da deposição (ex: anual ou semestral) das bandas e anéis de crescimento do qual depende da estimativa gerada pela idade dos peixes (CAMPANA, 2001; HILBORN; WALTERS, 1992; QUINN; DERISO, 1999).

Uma abordagem promissora para o estudo da ciclicidade de deposição de anéis foi proposta recentemente por Okamura e Semba (2009). A ideia consiste na construção de um modelo para a alternância de bandas em que a probabilidade (p) de deposição de determinada banda em um dado período do ano é determinada por uma função circular. No artigo de Okamura e Semba (2009) é utilizada uma distribuição circular simétrica para modelar a probabilidade p para a formação de um anel por ano e ou misturas de duas distribuições simétricas com pesos pré-definidos (0,5 no caso) para cada uma delas, e com médias direcionais (μ) com defasagem de 6 meses (π), e com a mesma concentração (κ) em torno delas para a formação de dois anéis por ano. Um alternativa mais flexível seria não fixar os pesos em 0,5, a defasagem entre as médias direcionais e, não restringir as concentrações (κ) a um mesmo valor. Essa abordagem foi também considerada neste trabalho.

É importante notar que a solução proposta por Okamura e Semba (2009) se mostra funcional para um caso “bem comportado”, já que aqueles autores estudaram grupos de animais de uma espécie que foram amostrada em um cenário subtropical em que a alternância de bandas (opacas e translúcidas) é clara, com evidente ciclicidade sazonal. Não há indicativos de que a abordagem estatística proposta possa elucidar um caso “mal comportado” de uma região tropical, em que a formação de bandas e anéis pode não ser tão evidente e regular. Para avaliar a aplicabilidade do modelo, o mesmo é utilizado para o estudo da periodicidade de formação de bandas em três diferentes casos: tubarões crocodilo capturados em regiões tropicais e subtropicais do oeste do Atlântico, tubarões mako e leopardo capturados em regiões subtropicais do Pacífico Norte. Por fim, para a validação do método utilizado nesta dissertação dividimos os dados amostrados do tubarão-crocodilo, de forma aleatória, em três partes disjuntas, usamos a primeira parte para estimar os parâmetros, a segunda parte para a validação do modelo, e a terceira parte para testar o método.

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

- Avaliação da existência de ciclos sazonais quanto à alternância de bandas nas estruturas de deposição dos tubarões crocodilo, mako e leopardo;

2.2 Específicos

- Construir modelos estatísticos para a alternância de bandas de deposição que possam ser usado para avaliar a periodicidade de deposição;

- Identificar para cada caso estudado os modelos mais apropriados;

- Implementar uma rotina computacional que permita estimar os parâmetros, ajustar e comparar os diferentes modelos utilizando o programa R.

- Pretende-se verificar se a estrutura do modelo de Okamura e Semba (2009) é adequada para casos de espécies tropicais e também construir modelos mais flexíveis que os utilizados até então.

3 REVISÃO DA LITERATURA

3.1 Validação de idade

A determinação direta da idade é extremamente difícil em elasmobrânquios. Em virtude disso a maioria dos estudos concentra-se na validação da periodicidade da formação de anéis (incrementos de crescimento). Um dos métodos de validação, é o de marcar peixes com tetraciclina para testar a hipótese de periodicidade anual dos anéis de crescimento (CAILLIET, 1990; DEVRIES; FRIE, 1996 ; CAMPANA, 2001). A oxitetraciclina (OTC), um antibiótico que pode ser adquirido através de catálogos veterinários, se liga ao cálcio e é posteriormente depositado em locais de calcificação ativa. O antibiótico é injetado por via intramuscular na dose de 25 mg por kg de peso corporal (TANAKA, 1990; GELSLEICHTER *et al.*, 1998) e uma etiqueta de identificação externa é simultaneamente ligada a cada animal injetado. A OTC produz marcas altamente visíveis quando a vértebra central e espinho da barbatana dorsal dos tubarões recapturados, são visualizadas sob luz ultravioleta (HOLDEN; VINCE, 1973; SMITH, 1984; MCFARLANE; BEAMISH, 1987a,b; BROWN; GRUBER, 1988; TANAKA, 1990; KUSHER *et al.*, 1992; GELSLEICHTER *et al.*, 1998; SMITH *et al.*, 2003). Estas marcas discretas permitem a comparação da estrutura calcificada com a deposição da banda de crescimento. Dessa forma, o número de anéis depositados na vértebra ou no espinho, desde a injeção da OTC, pode ser contado e relacionado ao tempo de recaptura.

Este método de validação (os marcadores químicos (principalmente OTC)) são usados em espécimes de idade conhecida (CAILLIET, 1990), que deve ser aplicado para todas as classes de idade, pois a periodicidade da formação da banda pode mudar com a idade (CAILLIET; GOLDMAN, 2004). Como os resultados obtidos por Natanson *et al.* (2002) mostraram que a falta de peixe (injetados com oxitetraciclina) recapturados em toda “gama” de tamanho, não tem permitido uma validação de crescimento, tais como, por *Lamna nasus*, validado em peixes juvenis até uma idade de 11 anos.

Embora possa haver problemas associados a experimentos de crescimento em ani-

mais de cativeiro, como um substituição do crescimento na natureza, o método de marcação tem sido utilizado tanto no campo como no laboratório (CAILLIET *et al.*, 1986; BRANSTETTER, 1987; CAILLIET, 1990). Ainda que o crescimento em animais de cativeiro possa ser influenciado por variáveis ambientais (por exemplo, temperatura da água e fotoperíodo) e de controle de alimentos, estudos de laboratório podem fornecer informações valiosas sobre as taxas de crescimento (TANAKA, 1990) e pode auxiliar na verificação e validação do tempo de deposição dos anéis de crescimento (BRANSTETTER, 1987; GOLDMAN, 2002), visto que, os resultados podem assemelhar-se àqueles observados em experimentos de campo (BRANSTETTER, 1987).

Além da OTC, vários outros marcadores químicos como a fluoresceína e a calceína têm sido usados para validar periodicidade da formação de anéis em otólitos teleósteos, mas muito poucos estudos foram realizados com elasmobrânquios (GELSLEICHTER *et al.*, 1997; OFFICER *et al.*, 1996). Gelslechter *et al.* (1997) descobriu que doses de 25 mg por kg de peso corporal (dose típica para teleósteos) induzem a estresse fisiológico e mortalidade em elasmobrânquios, enquanto que doses de 5 a 10 mg por kg de peso corporal produzem marcas adequada sem causar trauma fisiológico ou morte. Com base nesta avaliação, em quaisquer marcadores químicos alternativos testados devem considerar que as doses para teleósteos podem ser muito elevadas para elasmobrânquios.

Datação por carbono é uma técnica que foi recentemente aplicada na validação de idade, em elasmobrânquios, devido a um rápido aumento do radiocarbono (^{14}C), que ocorreu nos oceanos, resultante dos testes de bombas atômicas nas décadas de 1950 e 1960 (DRUFFEL; LINICK, 1978). Sua captação era virtualmente síncrona em carbonatos marinhos, incluindo corais e peixes otólitos, o que serviu como um marcador datado em estruturas exibindo faixas de crescimento (DRUFFEL; LINICK, 1978; WEIDMAN; JONES, 1993; KALISH, 1995; CAMPANA, 1999). Assim, todos os peixes nascidos antes de 1958 contêm relativamente pouco ^{14}C , os que nasceram depois de 1968 possuem níveis elevados de ^{14}C e os indivíduos nascidos entre esses anos possuem níveis intermediários, permitindo assim uma validação de idade. Enquanto que este método é utilizado para vários peixes teleósteos envelhecidos, Campana *et al.* (2002) desenvolveram o primeiro método de aplicação da bomba de radiocarbono para validar as idades em tubarões de longa vida. A Bomba de datação por carbono requer pelo menos que alguns dos peixes amostrados tenham nascidos (ou chocados) antes de 1965, além de ser caro e requerer o uso de equipamentos de alta tecnologia, como um espectrômetro de massa, o que pode tornar este método inviável para muitos pesquisadores. Pode, no entanto, ser uma técnica fundamental na eliminação de certas discrepâncias em peixes envelhecidos, tais como as

questões relacionadas a formação de anel anual vs semestral em algumas espécies.

Além dos métodos diretos de marcação existem vários outros para estimar as idades de peixes (CAILLIET *et al.*, 1986; CAILLIET, 1990; CAMPANA, 2001). Dentre estes, *Centrum Edge Analyses-CEA* (análise centro-borda) e *Marginal Increment Analysis-MIA* (análise do incremento marginal) estão entre os mais utilizados para elasmobrânquios (GOLDMAN, 2005). Nos métodos CEA e MIA a largura e/ou densidade das regiões periféricas do incremento, são evidenciadas a partir de cortes transversais ou longitudinais (Figura 2), e iram exibir um ciclo anual, se um par de bandas de crescimento é formado a cada ano. No CEA verifica-se a variação temporal da característica opacidade ou translucidez da borda, enquanto no MIA se compara a largura do final de desenvolvimento com a largura do par de banda anterior, já completamente formado (GOLDMAN, 2005; CAILLIET *et al.*, 2006).

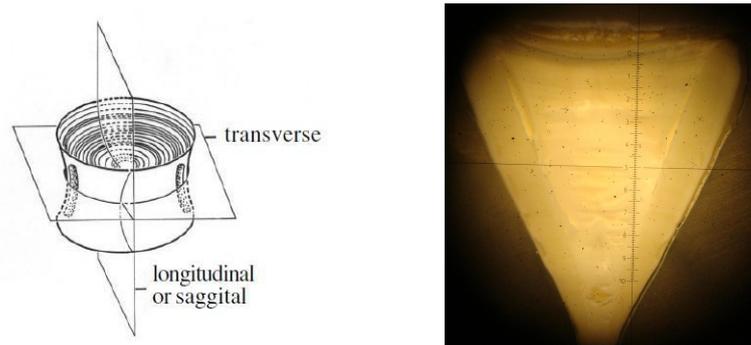


Figura 2: Ilustração de cortes (esquerda) de vértebras de elasmobrânquios (GOLDMAN, 2005) e imagem de um corte da vértebra do tubarão mako (DIMAR, 2012).

Incrementos marginais são mais facilmente visíveis em peixes jovens, e a extrapolação de tais resultados para os peixes mais velhos podem resultar em erros (CAMPANA, 2001). Além disso, a classificação redundante dos tipos de borda, como opaca ou translúcida pode ser imprecisa, e reduz a resolução da técnica e dificultando a interpretação dos resultados. Apesar desses problemas, o CEA e o MIA são frequentemente usados para estudar a idade de elasmobrânquios por causa de seus requisitos modestos, como por exemplo, amostras relativamente pequenas e baixo custo (CAILLIET *et al.*, 1986, 2006; CAILLIET,

1990). Outro método que usa a razão do incremento marginal (MIR) tem sido de pouco utilidade para detectar a periodicidade da deposição de banda entre os tubarões amostrados em região tropical, o que enfatiza a necessidade de fornecer informações sobre a periodicidade temporal da deposição baseada em outros métodos, pois quando as espécies estão submetidas a extensa migrações nas regiões tropicais e temperada do hemisfério sul, os indivíduos de diferentes faixas etárias podem estabelecer formação de bandas em diferentes momentos, fazendo com que a deposição de bandas seja inconsistente entre os indivíduos (LESSA *et al.*, 2006).

Existem casos em que o uso de diferentes técnicas de validação, para uma mesma espécie, resulta em discordância quanto ao período de deposição das bandas e quanto ao seu significado em termos de idade. Por exemplo, Pratt e Casey (1983) com base em 4 métodos (análise temporal do comprimento, análise da frequência do comprimento, resultados de dados de marcação, e contagens de anéis nas vértebras) estimaram que a formação de anéis para o tubarão mako do Atlântico Norte têm um ciclo bianual, mas Campana *et al.* (2002) e Ardizzone *et al.* (2006) sugeriram um ciclo anual, com base em métodos de bomba de radiocarbono. Outro caso é o do tubarão-martelo recortado (*Sphyrna lewini*) do Oceano Pacífico, para Chen *et al.* (1990) e Tolentino e Mendoza (2001) que aplicaram os métodos de regressão entre o raio e o comprimento total da vértebra, e concluíram que existe um ciclo bianual na formação pares de bandas, enquanto Piercy *et al.* (2007), utilizou o MIA, e sugeriu um ciclo anual para a mesma espécie no Oceano Atlântico. Essa incerteza sobre a determinação da idade pode ter graves consequências econômicas para atividade pesqueira, bem como impactos ecológicos nas populações de peixes, devido as estimativas acuradas das idades serem um ponto crítico para calcular o tamanho da população e de seu potencial de produção, e podendo levar a medidas mais eficientes de controle e manejo dos estoques dos recursos pesqueiros (MCFARLANE; BEAMISH, 1983; CAMPANA, 2001).

3.2 Tubarões estudados

3.2.1 Tubarão Crocodilo

O tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharui*- Matsubara, 1936) tem pequeno porte e distribuição circuntropical (Figuras 3 e 4), apresenta a segunda nadadeira dorsal menor que a primeira e pedúnculo caudal com quilhas dérmicas evidentes, sendo a única espécie de tubarão da família Pseudocarchariidae, pertencente à ordem Lamnifor-

mes (FAO, 2011b).

Em 2001, a União Internacional para a Conservação da Natureza (IUCN-*International Union for the Conservation of Nature*) classificou as espécies (excluindo microrganismos) em nove categorias (Extinto, Extinto na Natureza, Criticamente em Perigo, Em Perigo, Vulnerável, Quase ameaçada, Pouco ameaçada, Dados insuficientes e não avaliados) baseada em critérios como tamanho populacional e área ocupada pela espécie. As duas primeiras categorias são relativamente auto-explicativa, Extinto significa que não existe dúvida razoável que o último indivíduo morreu, e Extinto na Natureza é que o táxon está extinto em seu habitat natural. As três categorias seguinte, Criticamente em Perigo, Em Perigo e Vulnerável, são atribuída uma taxa com base em critérios quantitativos que são concebidos de modo a refletir a variação do graus de ameaça de extinção das espécies. A categoria Quase Ameaçada indica uma taxa que não se qualifica como uma espécie ameaçada agora, mas pode estar perto de se qualificar como ameaçada. A categoria pouco ameaçada indica que a taxa que não se qualifica (e não estão perto de qualificação) como ameaçada ou quase ameaçada, e as restantes categorias não refletem a situação de taxa de ameaça (IUCN, 2012).

A IUCN considera o *Pseudocarcharias kamoharai* como uma espécie “quase ameaçada”, devido à atividade pesqueira (COMPAGNO; MUSICK, 2010). No entanto esta espécie apresenta pouco valor comercial, pois sua carne é pouco utilizada e sua captura na maioria das vezes é incidental e descartada. Tem uma boca relativamente grande, dentes fortes e é usualmente capturado com espinheis pelágicos. Os registros de capturas são muito limitados e há um pequeno número de exemplares depositado em alguns museus. Não parece ser abundante em região alguma, com a exceção do Canal de Moçambique no Oceano Índico ocidental (COMPAGNO, 2001). Na reprodução, o tamanho das ninhadas é de cerca de quatro filhotes, que nascem com cerca de 40 cm. Fêmeas e machos maturam com aproximadamente 89 cm e 74 cm, respectivamente. Os comprimentos registrados raramente ultrapassam 120 cm (COMPAGNO, 1984).

Em estudos recentes, Oliveira *et al.* (2010) determinaram que fêmeas adultas tem comprimento entre 75 cm e 122 cm e enquanto que machos tem comprimentos que variam de 66 a 109 cm. A maturidade sexual para machos ocorre entre 76 e 81 cm, e para as fêmeas entre 87 cm e 98 cm. O tamanho ao nascer foi estimado em 41,5 cm. Não há sazonalidade no ciclo reprodutivo, com o acasalamento e parto ocorrendo possivelmente ao longo de um período prolongado no decorrer do ano. A fecundidade média foi estimada em 3,9 filhotes por ciclo reprodutivo. O período de gestação e a longevidade são muito pouco conhecidos. Esta a falta de conhecimento sobre a idade, é evidencia ainda mais a

importância do trabalho realizado nesta dissertação.

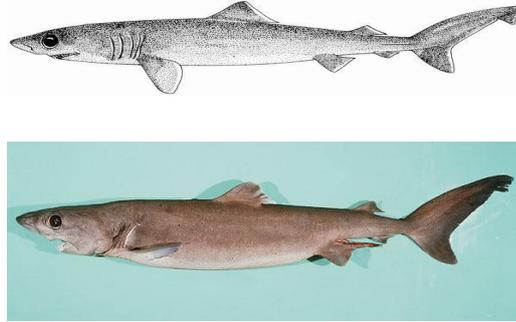


Figura 3: *Pseudocarcharias kamoharai* (FAO, 2011b; RANDALL, 1997).

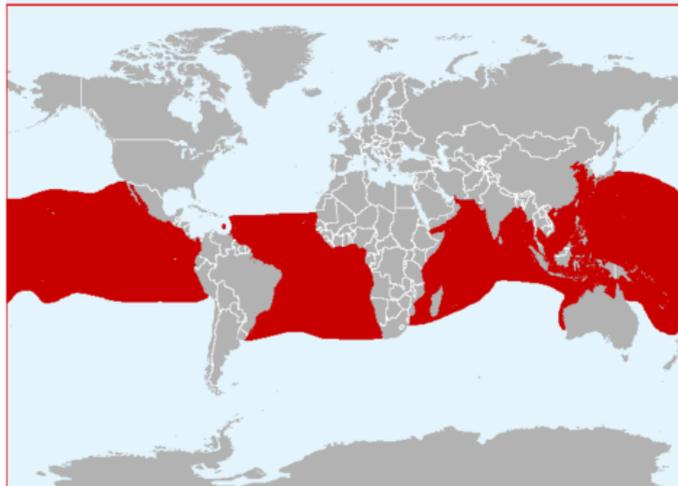


Figura 4: Distribuição do *Pseudocarcharias kamoharai* (COMPAGNO; MUSICK, 2010).

3.2.2 Tubarão mako

O tubarão mako ou anequim (*Isurus oxyrinchus* - Rafinesque, 1809 (Figura 5)) tem distribuição circunglobal nos mares tropicais e temperados (Figura 6). Apresenta a segunda nadadeira dorsal bem menor que a primeira e pedúnculo caudal com quilhas dérmicas em ambos os lados (FAO, 2011a). Em 2009, a União Internacional para a Conservação da Natureza considerou este tubarão como uma espécie “vulnerável” no Pacífico Norte e com tendência de diminuição da população (CAILLET *et al.*, 2011).



Figura 5: *Isurus oxyrinchus* (FLMNH, 2011).

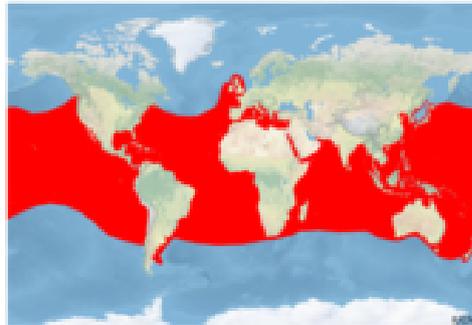


Figura 6: Distribuição do *Isurus oxyrinchus* (CAILLET *et al.*, 2011).

É provavelmente o tubarão mais veloz. É endotérmico e usa um sistema circulatório de troca de calor para manter as temperaturas da massa muscular e visceral acima da temperatura da água do mar circundante, permitindo um maior nível de atividade (CASEY *et al.*, 1981; BERNAL *et al.*, 2001). O tubarão mako atinge um tamanho máximo de cerca de 4 m (COMPAGNO, 2001). Estudos anteriores de crescimento realizados no norte do Atlântico ocidental sugerem que dois pares de bandas de crescimento são depositados a cada ano nas vértebras, pelo menos em espécimes jovens (PRATT; CASEY, 1983). No entanto, evidências recentes obtidas em análises de incremento marginais no México (RIBOT-CARBALLAL *et al.*, 2005) e bomba de radiocarbono (CAMPANA *et al.*, 2002; ARDIZZONE *et al.*, 2006) confirmaram a formação de um par de bandas de crescimento por ano (CAILLIET *et al.*, 1983). Os estudos de Okamura e Semba (2009) indicaram a formação de um anel por ano. A idade de maturação foi determinada recentemente em várias regiões, como no oeste do Atlântico Norte (8 anos para os machos, e 18 anos para fêmeas)

(NATANSON *et al.*, 2006). A longevidade foi estimada em 29-32 anos (NATANSON *et al.*, 2006). Há uma grande diferença no tamanho da maturação sexual entre os machos e fêmeas. Estima-se que no Noroeste do Atlântico, os machos atinjam o tamanho da primeira maturação com cerca de 195 cm e as fêmeas com cerca de 265-280 cm (PRATT; CASEY, 1983; STEVENS, 1983; CLIFF *et al.*, 1990). Na Nova Zelândia, a primeira maturação para machos é avaliada em 198-204 cm e para fêmeas em 301-307 cm (FRANCIS; DUFFY, 2005). Já Compagno (2001) relata que a maturação sexual para os machos ocorre entre 203-215 cm, e para as fêmeas entre 275-293 cm.

O mako é ovovivíparo (animais cujo embrião se desenvolve dentro de um ovo alojado dentro do corpo da fêmea) e o pouco que se sabe sobre seu ciclo reprodutivo, indica que o período de gestação é de cerca 15-18 meses (MOLLET *et al.*, 2000). O tamanho da ninhada é de 4 a 25 filhotes (a maioria de 10 a 18), e eles nascem com cerca de 60-70 cm de comprimento (COMPAGNO, 2001).

3.2.3 Tubarão leopardo

O tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*-Girard, 1855) (Figura 7) é um espécie endêmica do nordeste do Oceano Pacífico (Figura 8), que utiliza extensivamente baías e estuários no centro e norte da Califórnia, e são mais abundantes nestes habitats durante a primavera e o verão . É um dos elasmobrânquios mais comuns encontrados em Elkhorn Slough, um estuário na região central da Califórnia, que é uma importante área de forrageio e berçário para a espécie (CARLISLE; SMITH, 2009).



Figura 7: *Triakis semifasciata* (FISH, 2011).

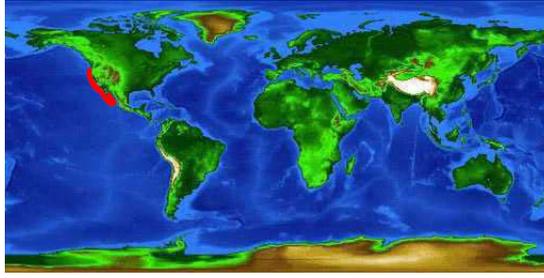


Figura 8: Distribuição Geográfica do *Triakis semifasciata* (FLMNH, 2012).

Em 2009, a União Internacional para a Conservação da Natureza considerou esta espécie como “pouco ameaçada” (CARLISLE; SMITH, 2009). Tubarões leopardo são vivíparos, sem saco vitelínico e placenta. Com um período de gestação de um ciclo e a fêmea produz entre 4 e 36 filhotes, de 17 a 25 cm (ACKERMAN, 1971; COMPAGNO, 1984; KUSHER *et al.*, 1992). A idade da maturação sexual para as fêmeas é de 10 a 15 anos, o que ocorre quando seus tamanhos estão entre 105 e 135 cm. Para machos a idade de maturação é de 7 a 13 anos, quando as espécimes atingem tamanhos entre 100 a 105 cm. A idade máxima é de 24 anos, mas estima-se que possa chegar a 30 anos, e o tamanho máximo relatado é de 213 cm (MILLER; LEA, 1972; KUSHER *et al.*, 1992; SMITH *et al.*, 2003). Tubarões leopardo crescem lentamente, com média de menos de 2,2 cm por ano, e há uma grande variação de tamanhos para peixes da mesma idade (KUSHER *et al.*, 1992). Apresentaremos na Tabela 1 algumas informações sobre os três tubarões estudados.

Tabela 1: Resumo com as informações sobre região de ocorrência, classificação científica e IUCN, reprodução e tamanho da ninhada dos tubarões estudados.

	Tubarão crocodilo	Tubarão mako	Tubarão leopardo
Nome científico	<i>Pseudocarcharias kamoharui</i> (Matsubara, 1936)	<i>Isurus oxyrinchus</i> (Rafinesque, 1809)	<i>Triakis semifasciata</i> (Girard, 1855)
Família	Pseudocarchariidae	Laminidae	Triakidae
Região de ocorrência	distribuição circuntropical (COMPAGNO; MUSICK, 2010)	distribuição circuntropical (CAILLET <i>et al.</i> , 2011)	nordeste do Oceano Pacífico (FLMNH, 2012)
Características	apresenta a segunda nadadeira dorsal menor que a primeira e pedúnculo caudal com quilhas dérmicas evidentes (FAO, 2011b)	apresenta a segunda nadadeira dorsal bem menor que a primeira e pedúnculo caudal com quilhas dérmicas em ambos os lados (FAO, 2011a)	espécie endêmica que utiliza extensivamente baías e estuários no centro e norte da Califórnia, sua coloração é única com grandes manchas pretas (CARLISLE; SMITH, 2009)
Classificação na IUCN	quase ameaçada (COMPAGNO; MUSICK, 2010)	vulnerável (CAILLET <i>et al.</i> , 2011)	pouco ameaçada (CARLISLE; SMITH, 2009)
Reprodução	ovovivíparas	ovovivíparo	vivíparos
Tamanho da ninhada	estimativa de 3,9 filhotes por ciclo (OLIVEIRA <i>et al.</i> , 2010)	4 a 25 (COMPAGNO, 2001)	4 a 36 (ACKERMAN, 1971; COMPAGNO, 1984; KUSHER <i>et al.</i> , 1992)
valor comercial	pouco	pouco e pesca esportiva	pesca esportiva e comercial (aquário)
Idade	não registrada	máx. registrada: 32 anos (NATANSON <i>et al.</i> , 2006)	idade máxima é de 24 anos (MILLER; LEA, 1972; KUSHER <i>et al.</i> , 1992; SMITH <i>et al.</i> , 2003)

3.3 Modelagem circular

Modelos circulares são convencionalmente indicados para estudos temporais e direcionais. Eles têm como principal forma de medição, instrumentos como a bússola e o relógio. No caso da bússola, um exemplo seria a medição de direções de ventos e de aves migratórias e no caso do relógio um exemplo seria o horário de chegada de pacientes em uma hospital. Uma observação circular pode ser considerada como um ponto sobre um círculo ou um vetor unitário (isto é, a direção) no plano. Uma vez que uma direção inicial e uma orientação do círculo foram escolhidos, cada observação circular pode ser especificada pelo ângulo formado por estes, que normalmente é medido em graus. No entanto, às vezes, é útil considerar essas medidas em radianos. Neste caso as medidas angulares são convertidas de graus para radianos multiplicando-as por $2\pi/360$ (MARDIA; JUPP, 2000).

Medidas circulares aparecem naturalmente em muitas áreas do conhecimento, tais como biologia, geografia e meteorologia, em decorrência da natureza periódica dos dados. As técnicas estatísticas desenvolvidas para variáveis reais não são, em geral, muito apropriadas (FISHER, 1995; MARDIA; JUPP, 2000). Estudos de deslocamentos de animais levam a dados circulares e, uma questão de interesse é se as direções dos animais são uniformemente distribuídas no círculo ou se tendem a uma direção específica. A resposta para esta questão é útil para determinar, por exemplo, se os animais usam ou não pistas de navegação, como a direção do sol ou o campo magnético da terra, como é o caso das tartarugas que são influenciadas pela luz ambiente (MARDIA; JUPP, 2000). Outra aplicação de modelagem circular é o método de Okamura e Semba (2009) estudado nesta dissertação, que utiliza uma distribuição circular para modelar o parâmetro da Bernoulli que ajusta os dados da proporção de banda opacas nas vértebras de tubarões.

Existem várias distribuições para dados angulares correspondentes às distribuições usuais para dados lineares. As distribuições circulares são geralmente descritas em termos de uma densidade circular, que é uma função $f(\theta)$ definida para cada ângulo θ e satisfaz as seguintes condições (LEE, 2010):

I- $f(\theta) \geq 0$ para os ângulos;

II- $f(\theta)$ é periódica com período 2π ;

III- $\int_{\theta_0}^{\theta_0+2\pi} f(\theta) d\theta = 1, \forall \theta_0$

Se X é uma variável aleatória qualquer nos Reais, com função de densidade $g(x)$, e função de distribuição $G(x)$, por definição, pode-se obter uma variável aleatória circular Θ

(FISHER,1995)

$$\Theta \equiv X[\text{mod}2\pi] \quad (3.1)$$

A função de densidade $g(x)$ de Θ é obtida por envolver (wrap) $g(x)$ em torno da circunferência de raio unitário,

$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(\theta + 2k\pi) \quad (3.2)$$

com correspondente função de distribuição

$$G(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [G(\theta + 2k\pi) - G(\theta)] \quad (3.3)$$

Inúmeras distribuições circulares de grande utilidade são obtidas por este método, para os interessados em mais informações sobre como envolver uma distribuição recomenda-se os textos de Mardia e Jupp (2000), e o de Jammalamadaka e Sengupta (2001).

4 METODOLOGIA

4.1 Dados

Os dados utilizados sobre o tubarão-crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai* - Matsu- bara, 1934), correspondem as leituras de vértebras de 307 espécimes amostrados durante o período de outubro de 2003 a novembro de 2007, realizadas nas dependências do Laboratório de Dinâmica de Populações Marinhas do Departamento de Pesca e Aquicultura da Universidade Federal Rural de Pernambuco (DIMAR/DEPAq/UFRPE). Todos os espécimes foram capturados em áreas equatoriais e tropicais a leste da América do Sul. Um resumo das leituras quanto à composição das bordas das vértebras é mostrado na Tabela 2.

Quanto ao tubarão mako, os dados analisados são os mesmos que constam no trabalho de Okamura e Semba (2009). Há informações sobre 227 tubarões amostrados entre os anos 1992 e 2005 no Pacífico Norte. As informações disponíveis dizem respeito ao número de espécimes coletados por mês e ao número destes que apresentava as bordas das vértebras opacas (Tabela 2).

Tabela 2: Dados dos tubarões crocodilo, mako e leopardo analisados neste trabalho, com o número de bordas de vértebras com bandas opacas, número total de observações e a proporção em cada mês entre o número de bandas opacas e o total de observações.

	Meses											
	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Aug.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
<i>Tubarão crocodilo (Pseudocarcharias kamoharai)</i>												
Total	27	10	20	29	36	31	51	20	30	26	20	7
Bandas opaca	3	1	4	7	4	2	5	2	2	3	3	1
Proporção	0,11	0,10	0,20	0,24	0,11	0,06	0,09	0,10	0,07	0,11	0,15	0,14
<i>Tubarão mako (Isurus oxyrinchus)</i>												
Total	31	23	4	12	16	16	22	7	8	45	37	6
Bandas opaca	24	10	1	3	3	2	3	1	1	25	21	4
Proporção	0,77	0,43	0,25	0,25	0,19	0,13	0,14	0,14	0,13	0,56	0,57	0,67
<i>Tubarão leopardo (Triakis semifasciata)</i>												
Total	1	1	3	0	4	2	0	0	5	2	3	4
Bandas opaca	1	1	3	0	2	1	0	0	3	2	3	4
Proporção	1	1	1	0	0,5	0,5	0	0	0,6	1	1	1

Por fim, os dados sobre o tubarão leopardo foram extraídos do artigo de Smith (1984). Neste caso há falhas amostrais em alguns meses. As informações disponíveis dizem respeito aos números de espécimes coletados em cada mês e aos números de peixes que apresentavam as bordas das vértebras opacas (Tabela 2).

4.2 Análise de Dados

4.2.1 Modelo

Os dados coletados são binários e, podem mostrar sinais de periodicidade. Portanto para fazer uma modelagem, pode-se optar pela combinação de um modelo estatístico para dados binários com um outro modelo estatístico para dados circulares. Neste trabalho, usamos um modelo de probabilidade proposto por Okamura e Semba (2009) para alternância de bandas baseado na distribuição de Bernoulli. Já a probabilidade de sucesso da Bernoulli é modelada com uma distribuição circular. Definimos, então o vetor $x = (x_1, \dots, x_n)$, onde x_i é igual a 1 para uma banda opaca e 0 para uma banda translúcida. As realizações da variável x são pareadas com a uma covariável $m = (m_1, \dots, m_n)$, em que m_i é o mês em que i -ésima amostra foi coletada. O primeiro dia do mês m_i expresso em radianos é $y(m_i)$. A função de massa de probabilidade das observações x dado o vetor de parâmetros θ é:

$$P(x; \theta) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{\gamma}{y(m_i + 1) - y(m_i)} \int_{y(m_i)}^{y(m_i+1)} f(u; \mu, \kappa) du \right)^{x_i} \left(1 - \frac{\gamma}{y(m_i + 1) - y(m_i)} \int_{y(m_i)}^{y(m_i+1)} f(u; \mu, \kappa) du \right)^{1-x_i} \quad (4.1)$$

onde $\theta = (\gamma, \kappa, \mu)$, $y(1) = 0$, $y(2) = (31/365)2\pi$, ..., $y(13) = 2\pi$. $f(u; \mu, \kappa)$ é uma densidade de probabilidade circular para o tempo (meses mapeados em radianos) com parâmetros μ (média direcional) e κ (concentração) que é proporcional ao inverso da dispersão. γ é um parâmetro de normalização para assegurar que a probabilidade $P(x; \theta)$ seja um valor entre 0 e 1. O parâmetro γ deve satisfazer à restrição:

$$0 \leq \gamma \leq \left[\max \left(\frac{1}{y(m_i + 1) - y(m_i)} \int_{y(m_i)}^{y(m_i+1)} f(u; \mu, \kappa) du \right) \right]^{-1} \quad (4.2)$$

Neste trabalho foram considerados as possibilidades de que a função circular caracterizasse três soluções diferentes:

- a) A ausência de ciclos;

- b) A existência de um ciclo;
- c) A existência de dois ciclos anuais.

Começamos com apresentação da solução para a existência de um ciclo, pois as demais são baseadas nesta primeira. Quando apenas um par de bandas (uma opaca mais uma translúcida) é formada em um ano, podemos utilizar uma função circular, uma alternativa é função de densidade von Mises (VM) $f(u; \mu, \kappa)$, que foi introduzida por von Mises (1918). E foi chamada por Gumbel *et al.* (1953) de distribuição normal circular, pois ela faz um papel similar a distribuição normal para dados circulares. Esta distribuição unimodal e simétrica é a mais usada em análises de dados circulares (FISHER, 1995). A função de densidade de probabilidade é:

$$f(u; \mu, \kappa) = \frac{\exp[\kappa \cos(u - \mu)]}{2\pi I_0(\kappa)} \quad (4.3)$$

onde $0 \leq \mu < 2\pi, 0 \leq \kappa < \infty$, e

$$I_0(\kappa) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\kappa^{2i}}{2^{2i} (i!)^2} \quad (4.4)$$

em que $I_0(\kappa)$ é a função de Bessel modificada de ordem zero. Aproximações para essa função podem ser encontradas em (FISHER, 1995).

A função distribuição é:

$$F(u; \mu, \kappa) = [2\pi I_0(\kappa)]^{-1} \int_0^u \exp[\kappa \cos(u - \mu)] \quad (4.5)$$

A distribuição tem valor máximo quando $u = \mu$ e é simétrica em torno de μ , que é a média direcional (pico). O parâmetro κ é a concentração em torno da média direcional. Quando $\kappa \rightarrow 0$, a distribuição converge para uma distribuição uniforme, e quando $\kappa \rightarrow \infty$ a distribuição concentra-se em μ (Figura 9).

Uma mistura de duas funções de densidades von Mises com pesos ω e $(1 - \omega)$ é uma alternativa para modelar o caso em que se considera a formação de dois pares de bandas por ano que caracterizaria dois ciclos anuais:

$$f(u, \mu, \kappa) = \frac{\omega \exp[\kappa_1 \cos(u - \mu_1)]}{2\pi I_0(\kappa_1)} + \frac{(1 - \omega) \exp[\kappa_2 \cos(u - \mu_2)]}{2\pi I_0(\kappa_2)} \quad (4.6)$$

onde $0 \leq \mu < 2\pi, 0 \leq \kappa < \infty$. Por fim, para o caso em que o modelo não apresenta ciclos, os valores do parâmetros μ e κ são zero.

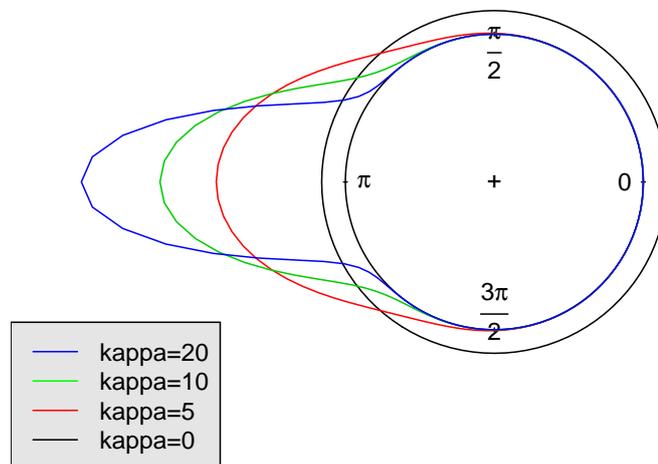


Figura 9: Gráfico circular da distribuição von Mises com média π e com diferentes valores para o parâmetro κ .

Neste trabalho avaliou-se também a função de densidade wrapped Cauchy (WC), que é obtida envolvendo a função de densidade Cauchy

$$f(u; \mu, \sigma) = \left(\frac{1}{\pi}\right) \frac{\sigma}{\sigma^2 + (u - \mu)^2} \quad (4.7)$$

ao redor do círculo, obtendo a função densidade circular WC, que nesse caso é a função densidade circular que modela a formação de um ciclo, definida como:

$$\begin{aligned} f(u; \mu, \kappa) &= \frac{1}{2\pi} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \kappa^k \cos k(u - \mu) \right) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1 - \kappa^2}{1 + \kappa^2 - 2\kappa \cos(u - \mu)} \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

onde $0 \leq \mu < 2\pi$ e κ é um valor positivo. A igualdade das duas expressões acima é verificada com o uso da série geométrica identidade

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^n = \frac{a}{1 - a} \quad (4.9)$$

com $a = \kappa e^{-i(\theta - \mu)}$. A função de distribuição resultante é:

$$F(u; \mu, \kappa) = \frac{1}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{(1 + \kappa^2) \cos(u - \mu) - 2\kappa}{1 + \kappa^2 - 2\kappa \cos(u - \mu)} \right) \quad (4.10)$$

O parâmetro μ é a média direcional e o parâmetro κ é a concentração dos dados na distribuição. Quando $\kappa \rightarrow 0$, a distribuição converge para uma distribuição uniforme, e quando $\kappa \rightarrow \infty$ a distribuição tende a concentra-se em μ . Esta função de distribuição é unimodal e simétrica. Para maiores detalhes sobre essa distribuição recomenda-se Wintner (1933) e Levy (1939).

Para o caso em que se considera a formação de dois pares de bandas por ano (dois ciclos anuais), pode ser utilizada uma mistura de duas densidades wrapped Cauchy com pesos ω e $(1 - \omega)$:

$$f(u; \mu, \kappa) = \frac{\omega}{2\pi} \left(\frac{1 - \kappa_1^2}{1 + \kappa_1^2 - 2\kappa_1 \cos(u - \mu_1)} \right) + \frac{(1 - \omega)}{2\pi} \left(\frac{1 - \kappa_2^2}{1 + \kappa_2^2 - 2\kappa_2 \cos(u - \mu_2)} \right) \quad (4.11)$$

Por fim, para o caso em que não há formação de ciclos, a função de densidade apresenta valores zero para os parâmetros μ e κ .

Ao final há estruturalmente três modelos (A-sem ciclo, B-com um ciclo, C-dois ciclos) e duas funções de densidades $f(u; \mu, \kappa)$ (von Mises e wrapped Cauchy). A distribuição von Mises mostrou-se uma solução adequada para dados de espécies coletadas em região subtropical, e para o caso de dados coletados em região tropical onde as características biológicas não estão muito definida como período de reprodução definido, resolvemos utilizar duas distribuições para analisamos se uma delas apresenta uma melhor modelagem para estes dados.

É importante agora traçar um paralelo com o trabalho previamente realizado por Okamura e Semba (2009). Na proposta deles são feitas três restrições, quanto ao modelo com dois ciclos, ω é tomado como 0,5, $\kappa_1 = \kappa_2$ e $\mu_2 = \mu_1 + \pi$. Essa suposição implica que a mistura é de duas distribuições com peso igual, que as médias direcionais tem uma fase relativa de π (6 meses) e, que as concentrações sobre as médias direcionais são idênticas. Com essas restrições o número de parâmetros do modelo misto (tipo c) diminui de seis $(\gamma, \mu_1, \mu_2, \kappa_1, \kappa_2, \omega)$ para três $(\gamma, \mu_1, \kappa_1)$, sendo que no artigo não temos a justificativas para tais restrições. No entanto, não foi feita uma avaliação sobre se essa simplificação é razoável, mas o fato de que as espécies tropicais, em muitos casos, não apresentarem período reprodutivo definido, não justificaria estas restrições. Esse é uma dos pontos críticos

explorados neste trabalho. Portanto, para fins de comparação as restrições de Okamura e Semba (2009) são também consideradas neste trabalho. As soluções são neste caso associados ao modelo do tipo c, o qual é então utilizado sem restrições (proposição desse trabalho) e com restrições (proposição de Okamura e Semba (2009)). Uma outra possível modificação em relação ao modelo proposto por Okamura e Semba (2009) diz respeito à distribuição de probabilidade circular $f(u, \mu, \kappa)$ utilizada. Outras alternativas, que não a von Mises, poderiam ser avaliadas, e por isso a wrapped Cauchy é também amplamente explorada.

Os parâmetros dos modelos foram estimados pela minimização de menos o logaritmo da verossimilhança, com a função *optim* do programa R versão 2.11.1 (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2010) que está disponível gratuitamente no endereço <http://www.r-project.org>. e com o algoritmo disponibilizado por Okamura e Semba (2011), que foram copilado em um computador portátil (notebook) ACER -ASPIRE 4540 (AMD Turion II com 2.2GHz, 3GB de Memória, 320GB de HD e plataforma Windows 7 Home Premium), com o método BFGS, que é um método quasi-Newton, também conhecido como um algoritmo de variáveis métricas, que foi publicado simultaneamente em 1970 por Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno. Esta função usa valores e gradientes para construir uma imagem da superfície a ser otimizada. O pacote "CircStats", construído para o programa R foi utilizado para o cálculo das funções circulares. Para o cálculo de intervalos de confiança dos parâmetros foi usada a matriz hessiana obtida na otimização.

4.2.2 Seleção de modelos

Para auxiliar na seleção entre os modelos aninhados concorrentes, foram calculados dois critérios de informação, o de Akaike e o Bayesiano. O Critério de Informação de Akaike (*Akaike Information Criterion*) (AKAIKE, 1974), é definido por:

$$AIC_i = -2 \ln L(\theta|g_i, dados) + 2k \quad (4.12)$$

em que $\ln L(\theta|g_i, dados)$ é o logaritmo natural da verossimilhança de θ avaliada em $\hat{\theta}$ condicionada aos dados e à estrutura do modelo i -ésimo modelo g e, k é o número de parâmetros. No AIC é avaliado o balanço entre o viés e a variância em função de uma maior ou menor quantidade de parâmetros. A verossimilhança do modelo g_i , ou seja $L(g_i|dados)$, e um peso das evidências a seu favor $WAIC$ (AKAIKE, 1983) podem ser calculados res-

pectivamente por:

$$L(g_i|dados) \propto \exp[-0.5(AIC_i - \min(AIC))] \quad (4.13)$$

$$WAIC_i = \frac{L(g_i|dados)}{\sum_{r=1}^R L(g_r|dados)} \quad (4.14)$$

O uso do AIC como critério para seleção entre modelos concorrentes já é amplamente difundido mas, os “ pesos de evidência ” baseados no AIC não o são. Cabe portanto uma explicação mais detalhada sobre o significado desses pesos. Para tanto considere o caso em que temos dados (x) coletados em uma amostra de tamanho n e R modelos concorrentes. Suponha que B bases de dados são construídas a partir de x com amostragem com reposição. Para cada uma das amostras geradas podem ser estimadas os parâmetros e calculados os valores de AIC para cada um dos R modelos. Baseados nos valores de AIC , pode-se verificar para cada uma das B amostras de *bootstrap*, qual foi o modelo vencedor . A proporção de vezes que um determinado modelo i foi o vencedor resulta em um valor similar ao peso de evidência calculado para o modelo a partir das equações 4.13 e 4.14 (BURNHAM; ANDERSON, 2002). Um estudo de simulação com $B = 1000$ e $R = 6$ realizado por Burnham e Anderson (2002) confirma a aproximação dos resultados obtidos via *bootstrap* e via cálculo dos pesos de evidências. A vantagem do uso dos pesos é a simplificação já que o tempo computacional necessário para o *bootstrap* pode ser dispensado.

Uma adaptação do critério de informação de Akaike, denominado de AIC de segunda ordem criado por Sugiura em 1978, é usualmente recomendada se o tamanho da amostra não é muito maior que o número de parâmetros. Essa modificação do AIC é dada por:

$$AICc_i = -2 \ln L(\theta|g_i, dados) + 2k + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (4.15)$$

Burnham e Anderson (2002) sugerem o uso do $AICc$ ao invés do AIC quando relação entre tamanho da amostra (n) e o número de parâmetros (k) é menor que aproximadamente 40.

O cálculo do peso de evidência favorável a cada modelo, baseado no AIC ($WAICc$) é feito como descrito nas equações 4.13 e 4.14.

O outro critério para selecionar modelos foi o Bayesiano (SCHWARZ, 1978), definido como:

$$BIC_i = -2 \ln L(\theta|g_i, dados) + k \cdot \ln(n) \quad (4.16)$$

Onde (n) é o tamanho da amostra. Neste caso pode ser calculado uma probabilidade

posterior ($PrBIC$) para modelos concorrentes como sendo:

$$PrBIC_i = \frac{\exp(-0,5\Delta_i)}{\sum_{r=1}^R \exp(-0,5\Delta_r)} \quad (4.17)$$

onde $\Delta_i = BIC_i - (\min BIC)$.

A aplicação do $PrBIC$ é similar ao do $WAIC$ e do $WAICc$ no sentido de que eles servem como índices de evidência favorável a um ou outro modelo. No entanto, é importante mencionar que há algumas diferenças decorrentes das bases teóricas sobre as quais os índices foram construídos. Não é o objetivo neste trabalho estudar estas diferenças teóricas ou mesmo avaliar comparativamente *performance* dos dois critérios, os quais são meramente utilizados como indicadores. No entanto cabe mencionar que Umbach e Wilcox (1996) utilizaram simulações de Monte Carlo, e concluíram que para amostras de tamanho não muito grande (<100000) a performance do AIC foi melhor que o BIC em termos da proporção de vezes que o modelo correto é selecionado, oposto é observado no caso de amostras de tamanho grandes.

4.3 Resíduos

Uma alternativa para o cálculo de resíduos de modelos ajustados a dados binários é o resíduos de Pearson. Se existem m padrões de covariáveis então m resíduos podem ser calculados. No nosso caso temos somente a covariável mês que tem 12 níveis 2 (ex: 1 e 0), conseqüentemente temos 12 “padrões”. Se Y_k denota o número de sucessos, n_k o número de tentativas e $\hat{\pi}_k$ a probabilidade estimada de sucesso para o k -ésimo padrão de covariável, temos então o resíduo de Pearson é dado por (DOBSON, 2002):

$$X_k = \frac{y_k - n_k \hat{\pi}_k}{\sqrt{n_k \hat{\pi}_k (1 - \hat{\pi}_k)}}, k = 1, \dots, m \quad (4.18)$$

Análises gráficas dos valores X_k podem ser feitas para um diagnóstico quanto aos vies e possíveis correlações. Os resíduos padronizados também poderiam ser usados para checar aproximações com a normal mas se os valores de n_k são pequenas é necessário basear a análise em estatísticas agregadas como χ^2 (qui-quadrado de Pearson) ou mesmo Deviance (D).

Pode-se mostrar facilmente que $\sum_{i=1}^N X_k^2 = \chi^2$ que é a estatística de qui-quadrado de Pearson.

A Deviance (D) para a binomial pode ser calculada por (DOBSON, 2002):

$$D = 2 \sum_{i=1}^N \left\{ 2 \left[y_k \ln \left(\frac{Y_k}{\hat{y}_k} \right) + (n_k - y_k) \ln \left(\frac{n_k - y_k}{n_k - \hat{y}_k} \right) \right] \right\}, k = 1, \dots, m \quad (4.19)$$

A distribuição assintótica de D , sob a hipótese de que o modelo é correto, é $D \sim X^2(N-p)$ em que p é o número de parâmetro. Com o uso de dois primeiros termos da Série de Taylor pode-se mostrar que χ^2 é assintoticamente equivalente a D (DOBSON, 2002), e portanto a aproximação $\chi^2 \sim X^2(N-p)$ é válida.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados são apresentados separadamente para cada uma das três espécies de tubarão estudadas, com o uso das duas funções de densidade circular $f(u; \kappa, \mu)$ (von Mises e wrapped Cauchy) utilizadas nos modelos caracterizados por:

- Não apresentarem ciclicidade temporal na formação de bandas;
- Apresentarem um ciclo anual;
- Apresentarem dois ciclos anuais sem qualquer restrições nos parâmetros a serem estimados; e
- Apresentarem dois ciclos anuais com restrições subjetivas nos parâmetros a serem estimados.

Essa última versão, apesar da subjetividade, foi incluída para fins de comparação já que ela é parte da proposta de Okamura e Semba (2009).

Para cada um dos cenários são apresentados os ajustes dos modelos, as estimativas dos parâmetros com seus respectivos intervalos de confiança, os resíduos, os critérios de informação e os pesos de evidência favoráveis a cada um dos modelos.

5.1 Tubarão Crocodilo

5.1.1 Estimativas dos parâmetros e ajustes dos modelos

As estimativas dos parâmetros e os respectivos intervalos de confiança são mostrados na Tabela 3. De maneira geral muitas estimativas se mostraram imprecisas como indicado pelos intervalos de confiança relativamente amplos. Como podemos observar as estimativas para o parâmetro γ apresentaram valores próximos de 0,77, com intervalos de confiança que indicam imprecisão no caso dos modelos de dois ciclos sem restrições, especialmente quando usada a distribuição von Mises (VM). As médias direcionais (μ_1 e μ_2)

Tabela 3: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), para os modelos sem ciclo, com um ciclo e com dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) aos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Modelos	γ	μ_1	κ_1	μ_2	ω	κ_2
Sem ciclo VM	0,7571±0,1428					
um ciclo VM	0,7919±0,2968	1,0310±1,3122	0,3887±1,1389			
Dois ciclos VM-L	0,7831±157,8635	1,6510±0,3573	11,7861±2,7652	6,2819±0,4453	0,1740±1,3720	0,2101±2,4565
Dois ciclos VM-R	0,7604±0,2318	1,7244±1,1169	1,1846±0,8745	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1
Sem ciclo WC	0,7571±0,1428					
um ciclo WC	0,7847±0,2882	1,2029±1,0091	0,2039±1,1963			
Dois ciclos WC-L	0,7858±1,3752	1,6227±0,4577	0,7560±2,4174	5,6961±0,2420	0,2779±4,2396	0,1503±3,8911
Dois ciclos WC-R	0,7565±0,2753	1,7726±0,8800	0,4016±1,1362	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1

são melhor interpretadas biologicamente em termos de meses, portanto, no texto abaixo, os resultados são apresentados já convertidos de radianos para meses. Por exemplo, uma estimativa de 1,5 radianos corresponde ao $1,5 \times 365 / 2\pi \cong 87^{\text{o}}$ dia do ano. O parâmetro μ_1 para o modelo com um ciclo, estimado com a distribuição VM, sugere um pico de probabilidade de formação de bandas opacas, na transição dos meses de fevereiro e março (no 60^{o} dia do ano), com intervalo de confiança de cerca de 5 meses (152 dias), e o ajuste da distribuição WC sugere um pico no mês de março (no 69^{o} dia do ano), com intervalo de confiança próximo de 4 meses (117 dias). As estimativas de μ_1 nos modelos com 2 ciclos, ajustados com as distribuições VM e WC, sugerem um pico no mês de abril (entre o 94^{o} a 103^{o} dia do ano), com intervalo de confiança de 41 e 53 dias para os modelos sem restrições nos parâmetros, e intervalos de confiança mais amplo (102 e 129 dias) para o modelo com restrições nos parâmetros.

As estimativas de μ_2 obtidas com os modelos sem restrições ajustado com a distribuição VM sugere um pico no mês de dezembro no último dia do ano com intervalo de confiança de 52 dias, enquanto que o ajuste com distribuição WC sugere um pico no final do mês de novembro (330^{o} dia do ano) com intervalo de confiança de 28 dias. E para o μ_2 , com o modelo com restrições nos parâmetros, sugere um pico no mês de outubro (no 282^{o} dia do ano) para o ajuste da distribuição VM, e sugere um pico no final do mês de outubro (285^{o} dia do ano) para o ajuste da distribuição WC.

Em relação aos valores de κ nota-se que os mesmos são relativamente baixos, o que significa baixa concentração em torno das médias, com exceção dos resultados do modelo com 2 ciclos VM sem restrições para as estimativas dos parâmetros. As margens de erro dos intervalos de confiança são próximos de 1, para os modelos com 1 ciclo e 2 ciclos com restrições. No caso dos modelos com 2 ciclos sem restrições, as margens de erro são mais elevadas e chegam a atingir 3,89. Para o parâmetro ω as estimativas foram muito baixas, e isso é indício de que a primeira distribuições estaria influenciando pouco

no modelo com 2 ciclos, mas é importante notar que os intervalos de confiança para ω foram amplos indicando que as estimativas são imprecisas (Tabela 3).

Podemos observar, nas Figuras 10 e 11, que os modelos com um ciclo apresentam picos entre fevereiro e março, independente da distribuição utilizada. O modelo com 2 ciclos sem restrição, apresenta no caso da von Mises, um 1º pico em abril com um peso baixo de 0,174 (Tabela 3), mas com alta concentração em torno da média direcional, e um 2º pico em dezembro com peso elevado de 0,826 (Tabela 3), mas com baixa concentração em torno da média direcional. Agora para o modelo com 2 ciclos com restrição, temos o 1º pico em abril e o 2º pico em outubro, com baixa concentração em torno da média, para ambas as distribuições. O modelo sem ciclo apresenta uma proporção fixa de 0,12 para qualquer mês. Os modelos com ciclos parecem ajustar-se melhor que o modelo

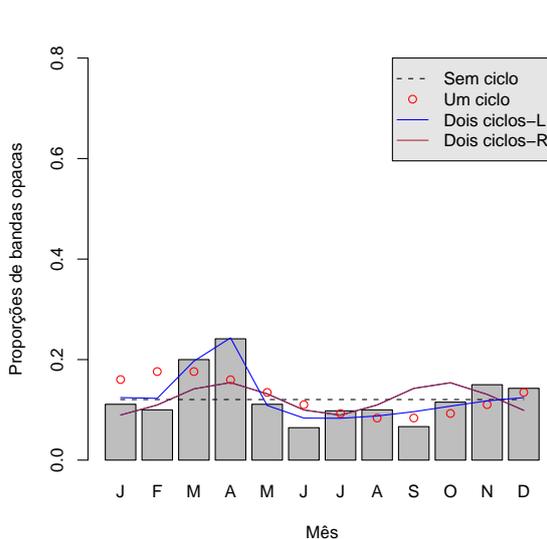


Figura 10: Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

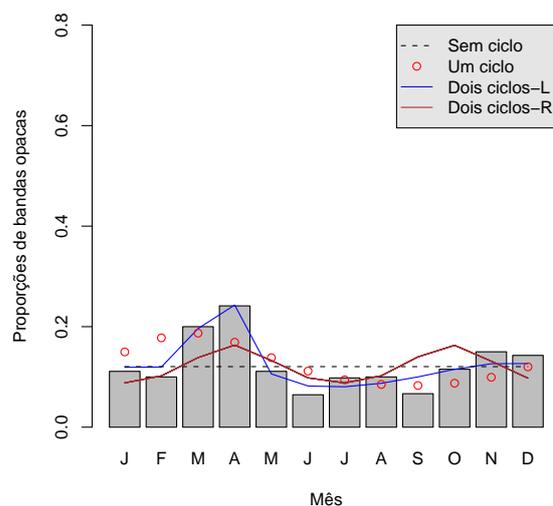


Figura 11: Ajustes dos modelos com distribuição wrapped Cauchy aos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

sem ciclo, mas ainda assim, há uma série de falhas, especialmente para os modelos com um ciclo. Para este modelo as previsões são superestimadas em janeiro e fevereiro, e subestimadas em abril. Em relação aos modelos com dois ciclos aqueles sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros são os que se ajustaram melhor, e parecem ser mais adequados para a modelagem dos dados no que de refere ao ajuste. Em relação

as distribuições observamos que tanto a von Mises como a wrapped Cauchy mostraram adequadas para modelar os dados de proporção de bandas opacas do tubarão crocodilo.

É importante ressaltar que as proporções de bandas opacas apresentam variação de 0,2, e estão sempre entre 0,05 e 0,25. Não há uma situação em que a proporção de bandas opacas seja maior ou mesmo igual à proporção de bandas translúcida. O que seria o esperado caso o processo de alternância de tipos de borda fosse bem marcado com ciclos evidentes.

5.1.2 Resíduos

Os resíduos de Pearson para os modelos sem ciclos (Figura 12) temos os valores altos nos meses de março e abril, o que indica que as observações são subestimadas. Superestimativas aparecem em junho e setembro.

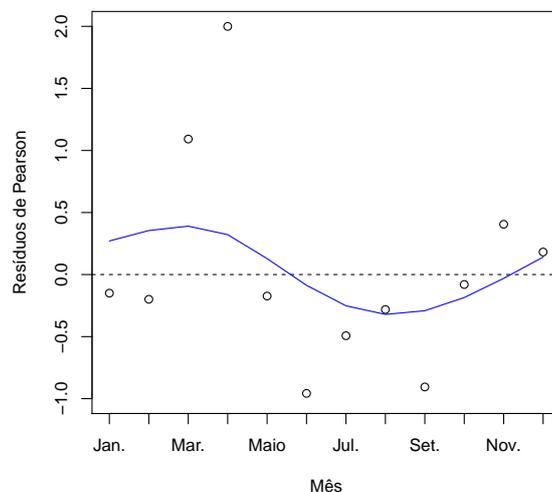


Figura 12: Resíduos de Pearson para o modelo sem ciclo. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

No caso dos modelos com um ciclo (Figuras 13 e 14), há uma tendência de menores resíduos se comparados ao caso do modelo sem ciclo, mas ainda assim os resíduos de abril e junho mostram valores elevados. É importante mencionar que a linha suavizada, ajustada nos resíduos, mostra uma leve tendência monótona de crescimento no decorrer dos meses no caso do modelo com um ciclo, o que é um indicativo de viés.

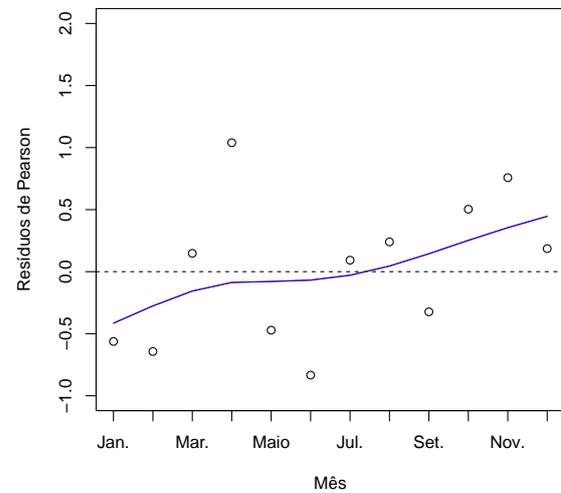
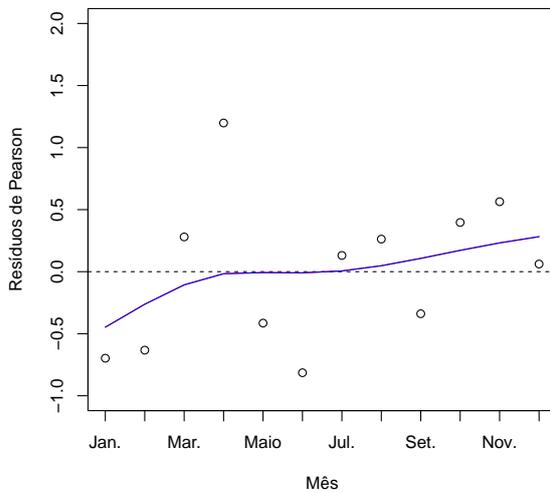


Figura 13: Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição von Mises. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Figura 14: Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição wrapped Cauchy. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Os resíduos de Pearson para o modelo com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros estimados (Figuras 15 e 16) são baixos, independente da distribuição de probabilidade utilizada. Neste caso, a tendência crescente no ajuste da linha suavizada, sendo assim negligenciável e, portanto, há pouca evidência de viés.

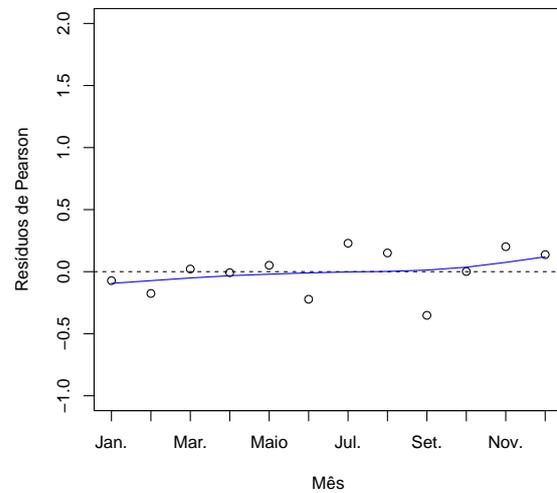
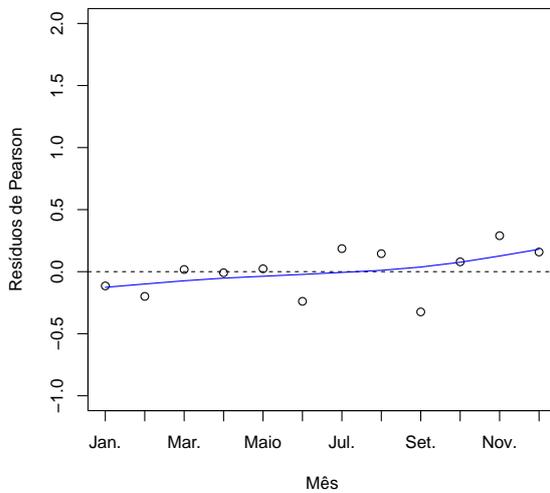


Figura 15: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Figura 16: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped Cauchy, e com dois ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Os resíduos de Pearson para os modelos de dois ciclos com restrições nos parâmetros estimados (Figuras 17 e 18), independente da distribuição de probabilidade utilizada, apresentam valores maiores do que para o caso do ajuste sem restrições. Não há uma tendência clara quanto de crescimento ou decréscimo, como indicado pelo ajuste da linha suavizada dos resíduos positivos nos meses janeiro, março, abril, julho, novembro e dezembro, de negativos nos demais meses.

As médias dos resíduos são, no geral, todas próximas de zero, especialmente nos casos dos modelos com um e dois ciclos sem restrições em que se faz uso da distribuição von Mises (Tabela 4). As variâncias dos resíduos são menores para os modelos com 2 ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros, independente da distribuição de probabilidade utilizada. A estatística χ^2 equivalente à soma dos resíduos de Pearson é maior para o modelo sem ciclo (7,96), mas ainda assim, não chama a atenção se comparada à distribuição $\chi^2(N - p) = \chi^2(11)$, onde $N=12$ meses e p =número de parâmetros do modelo. Portanto, a julgar por esse critério, nenhum modelo se mostra claramente inadequado.

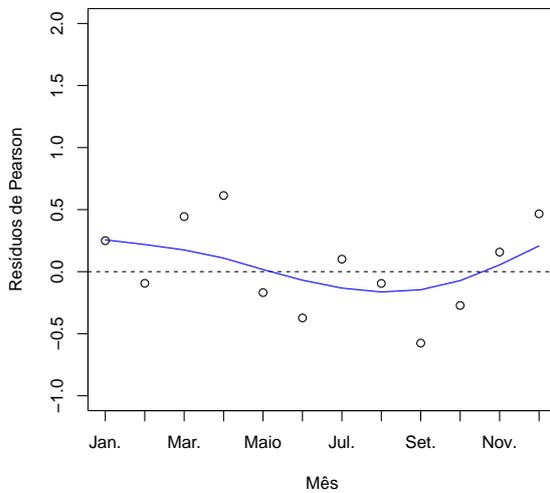


Figura 17: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com 2 ciclos com restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

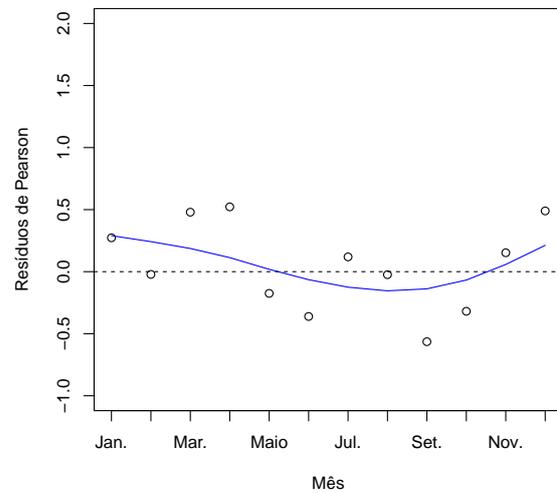


Figura 18: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped Cauchy, e com 2 ciclos com restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Tabela 4: Média, variância e soma dos quadrados dos Resíduos de Pearson (X_k) para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

	sem ciclo VM e WC	1 ciclo VM	2 ciclos VM-L	2 ciclos VM-R	1 ciclo WC	2 ciclos WC-L	2 ciclos WC-R
$\sum X_k^2$	7,9649	3,1945	0,9704	4,9659	3,7817	0,9374	4,7049
Média	0,0366	-0,0002	-0,0006	0,0249	0,011	-0,004	0,0317
Variância	0,7921	0,5711	0,2844	0,6428	0,5613	0,2795	0,6254

5.1.3 Seleção de modelos

Podemos observar na Tabela 5 que os valores do AIC_c são maiores que os do AIC e menores que os do BIC , para modelos da mesma estrutura. Para os dados do tubarão crocodilo usando AIC , AIC_c ou BIC o melhor modelo seria o sem ciclo, mas há diferenças importantes quanto aos pesos de evidências atribuídos a ele. Se levarmos em conta o BIC , a evidência favorável ao modelo sem ciclo é bastante elevada, não restando dúvida de que ele é melhor opção entre os avaliados. Porém, se levarmos em conta os pesos de evidências calculados com base no AIC e no AIC_c , a preponderância do modelo sem ciclo não é tão ressaltada e os modelos com um ciclo e com dois ciclos, nessa ordem hierárquica, são concorrentes importantes.

A julgar pelo BIC não há compensação suficiente no balanço viés-variância para jus-

Tabela 5: AIC , AIC_c , BIC , os pesos de evidências ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando as Distribuições circulares von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Modelo	AIC	$WAIC$	AIC_c	$WAIC_c$	BIC	$PrBIC$
Sem ciclo VM	227,9287	0,4837	227,9418	0,4949	231,6556	0,9779
Um ciclo VM	228,9598	0,2888	229,0390	0,2859	240,1404	0,0141
Dois ciclos VM-L	232,0150	0,0627	232,2950	0,0561	254,3761	$\approx 10^{-5}$
Dois ciclos VM-R	230,0828	0,1648	230,1620	0,1631	241,2633	0,0080
Sem ciclo WC	227,9287	0,4649	227,9418	0,4759	231,6556	0,9770
Um ciclo WC	228,8239	0,2971	228,9031	0,2943	240,1404	0,0140
Dois ciclos WC-L	231,9920	0,0610	232,2720	0,0546	254,3531	$\approx 10^{-5}$
Dois ciclos WC-R	229,8608	0,1770	229,9401	0,1752	241,0414	0,0090

tificar o aumento da complexidade. O modelo eleito indica claramente que se levarmos em conta o dado avaliado, o tubarão crocodilo não apresenta ciclo quanto à formação de bandas. Portanto, não haveria motivos para crer que a contagem de anéis é um mecanismo válido para estimar a idade deste tubarão. Já quando consideramos o AIC e AIC_c o modelo que aponta para a existência de um ciclo anual não pode ser descartado ainda que não seja o vencedor. Portanto, neste caso, haveria ainda uma certa dúvida quanto a existência ou não de ciclos temporais no sistema de deposição de bandas opacas e translúcidas.

Assim não há como discernir se a técnica de avaliação do tipo de borda valida a contagem de anéis como indicadores de idade. Independente disso fica evidente que no caso do tubarão crocodilo há maiores evidências, utilizando os critérios de informações, a favor da ideia de que não há ciclo temporal para a formação de anéis, pelo menos no caso da amostra analisada. Isto leva a algumas conjecturas, como por exemplo:

a) Há alternância geral na população mas as amostras provém de um cenário (ex: área de pesca) em que predominam bordas translúcidas;

b) Há alternância mas a amostra é insuficientemente pequena e o padrão não pôde ser discernido;

c) Há alternância mas a técnica ótica usada na leitura não permite a identificação clara de bordas opacas e, que ocorrem em indivíduos velhos, pois nos mais jovem os anéis são bem marcados, logo a proporção desse tipo de borda nas leituras é reduzida;

d) Não há, de fato, alternância evidente no tipo de borda e, portanto, não é válida a ideia de que os anéis são indicadores de idade para espécies amostrada em um regiões tropicais.

e) Variações bruscas não são bem modeladas.

5.2 Tubarão mako

5.2.1 Estimativas dos parâmetros e ajustes dos modelos

As estimativas dos parâmetros e os respectivos intervalos de confiança para o caso do tubarão mako são mostrados na Tabela 6. Muitas das estimativas dos parâmetros se mos-

Tabela 6: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC), aos dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

Modelos	γ	μ_1	κ_1	μ_2	ω	κ_2
Sem ciclo VM	2,7126±0,1777					
um ciclo VM	2,3811±0,5649	6,1010±1,3547	0,8795±0,3532			
Dois ciclos VM-L	2,3809±199,9437	6,1003±1,4825	0,8822±0,4661	0,7923±0,5701	0,9967±121,4244	0,2520±155,2800
Dois ciclos VM-R	2,6938±0,2911	2,5618±3,9089	0,4867±2,3520	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1
Sem ciclo WC	2,7126±0,1777					
um ciclo WC	2,4525±0,8889	6,1114±1,2419	0,3609±0,4254			
Dois ciclos WC-L	2,2675±56,9490	5,1913±0,1104	0,9526±11,1398	6,2824±0,6543	0,0944±0,9580	0,4381±0,4930
Dois ciclos WC-R	2,6962±0,2885	2,4770±4,5611	0,1533±2,8128	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1

traram imprecisas como evidenciada pela grande amplitude dos intervalos de confiança. A imprecisão é especificamente evidente nas estimativas obtidas nos modelos de misturas de duas distribuições circulares. As estimativas para o parâmetro γ , em geral, apresentaram valores próximos de 2,5 independente do modelo e da distribuição de probabilidade utilizada. Os intervalos de confiança se destacaram para os modelos com 2 ciclos, por serem extremamente amplos para γ .

As estimativas do parâmetro μ_1 , no caso do modelo com um ciclo ajustado com as duas distribuições VM e WC, sugerem um pico de probabilidade de formação de bandas opacas no mês de dezembro (no 354^o dia do ano), com intervalo de confiança de pouco mais de 5 meses (157 dias) para o ajuste com a distribuição VM e intervalo de confiança de 144 dias para o ajuste com a distribuição WC. Para os modelos com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros, ajustado pela distribuição VM, a estimativa de μ_1 sugere um pico no mês de dezembro (no 354^o dia do ano), com intervalo de confiança de 172 dias, e no caso do ajuste realizado com a distribuição WC, o pico seria no mês de outubro (no 301^o dia do ano), com intervalo de confiança de 13 dias. Para o modelo com 2 ciclos com restrições nos parâmetros, ajustado pela distribuição VM, a estimativa de μ_1 sugere um pico no mês de maio (no 145^o dia do ano), com intervalo de confiança amplo de 454 dias, e ajustado pela WC sugere um pico no mês de maio (no 143^o dia do ano), com intervalo de confiança amplo de 529 dias.

A estimativa do parâmetro μ_2 sugere um pico no mês de novembro, para os modelos com 2 ciclos com restrições, independentemente da distribuição utilizada. O modelo com

2 ciclos sem restrições nos parâmetros, ajustado pela distribuição VM, sugere um pico no mês de fevereiro (no 46^o dia do ano) com intervalo de confiança de 66 dias, enquanto que o ajustado com a distribuição WC, sugere um pico no mês de dezembro no último dia do ano, com intervalo de confiança de 76 dias.

As estimativas de κ , apresentaram no geral valores reduzidos, indicando uma baixa concentração em torno das médias. Os intervalos de confiança para as estimativas de κ_1 obtida com os modelos de um ciclo e de dois ciclos, ajustados com a distribuição VM são estreitas estimativa de κ_1 obtida com o modelo de dois ciclos com restrições. A exceção é a estimativa de κ_1 obtida com o modelo de dois ciclos com restrições. No caso do ajuste realizado com a distribuição WC as estimativas de κ_1 são menos imprecisas, especialmente no caso do modelo com dois ciclos sem restrições. Quanto ao κ_2 , as estimativas são no geral bastante imprecisas, especialmente no caso do modelo de dois sem restrições ajustado com a distribuição VM.

O peso (ω) da primeira distribuição (caracterizado por μ_1 e κ_1) é alto no ajuste feito com a VM e, baixo no caso do ajuste feito WC. Ressalta-se no entanto que todas as estimativas de ω são imprecisas (pois este parâmetro só pode variar de 0 a 1), com destaque para a obtida com a distribuição VM.

Podemos observar, nas Figuras 19 e 20, que a amplitude de variação das proporções de bandas opacas é elevada atingindo um mínimo de 0,13 (junho e setembro) e um máximo de 0,77 (janeiro). As maiores proporções de bandas opacas estão nos meses de janeiro, outubro, novembro e dezembro e, como consequência, os modelos com um ciclo, apresentam picos entre os meses de dezembro e janeiro, para ambas distribuições utilizadas.

O modelo com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros, apresenta, para a distribuição VM, um 1^o pico em dezembro, com um alto peso na modelagem e um 2^o pico em janeiro com um baixo peso na modelagem (indícios de que a mistura de distribuição é dominada pela 1^a distribuição). Já o modelo de dois ciclos sem restrições ajustados com a distribuição WC mostra um 1^o pico entre outubro e novembro com um baixo peso na modelagem e um 2^o pico em dezembro com um alto peso na modelagem (indícios de que a mistura das distribuições é dominada 2^a distribuição). Uma consequência destes resultados é que o modelo com mistura de duas distribuições (2 ciclos sem restrições) apresenta um ajuste bastante similar ao modelo com um ciclo.

O modelo com 2 ciclos com restrições nos parâmetros, apresenta um 1^o pico em maio e um 2^o pico em novembro, com baixa concentração em torno da média, para ambas as

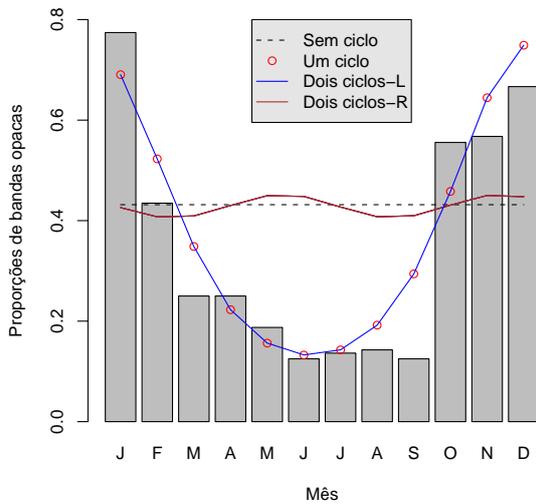


Figura 19: Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

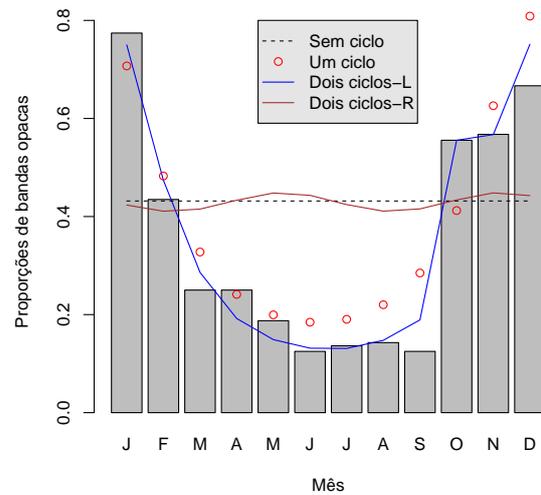


Figura 20: Ajustes dos modelos com a distribuição wrapped Cauchy aos dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

distribuições sendo, portanto, bastante similar ao modelo sem ciclo que apresenta uma proporção de 0,43 para qualquer mês.

Os modelos com um ciclo e dois ciclos sem restrições parecem se ajustar melhor mas, no caso desse último o ajuste é sobreposto indicando, novamente, uma evidência favorável à existência de somente um ciclo. Para o modelo com um ciclo as previsões são um pouco superestimadas em fevereiro, março, setembro, novembro e dezembro, e subestimadas em janeiro e outubro. Apesar disso fica claro que esse modelo é o que reflete mais adequadamente o processo de alternância de tipos de borda indicado na base de dados analisada. Em relação as distribuições observamos que tanto a von Mises como a wrapped Cauchy mostraram adequadas para modelar os dados de proporção de bandas opacas do tubarão mako.

5.2.2 Resíduos

Os resíduos de Pearson para os modelos sem ciclos (Figura 21) indica que as observações são superestimadas nos meses de abril até setembro, e subestimadas nos meses

de janeiro e nos últimos três meses do ano, com viés bastante evidente.

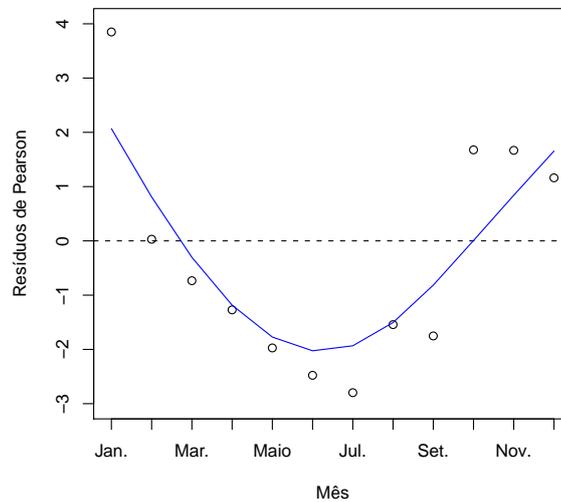


Figura 21: Resíduos de Pearson para o modelo sem ciclos. Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

No caso dos modelos com um ciclo (Figuras 22 e 23), como esperado, os resíduos menores são no geral menores se comparados ao caso do modelo sem ciclo, mas ainda assim, destaca-se o valor elevado do resíduos de outubro. É importante também mencionar que a linha suavizada ajustada aos resíduos mostra uma leve tendência monótona de decréscimo no decorrer dos meses.

Os resíduos de Pearson para o modelo com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros estimados (Figuras 24 e 25), independente da distribuição de probabilidade utilizada, são baixos, com tendência negligenciável no decorrer dos meses.

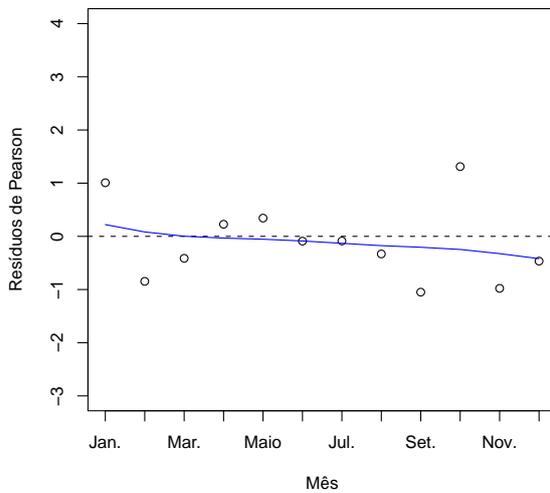


Figura 22: Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição von Mises. Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

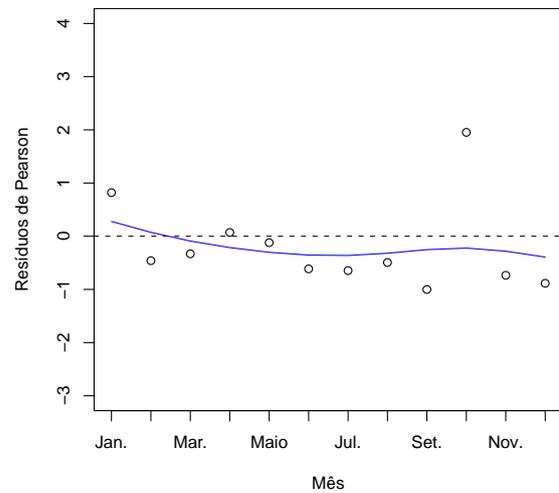


Figura 23: Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição wrapped Cauchy. Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

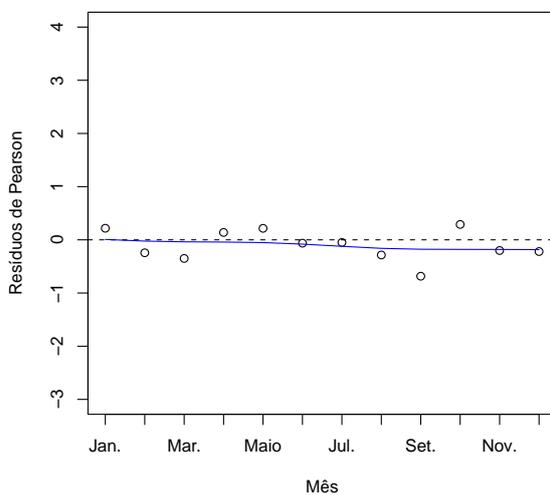


Figura 24: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição von Mises, e com 2 ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

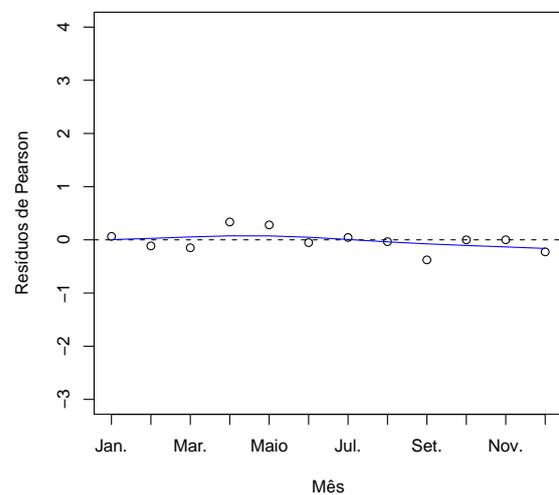


Figura 25: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped Cauchy, e com 2 ciclos sem restrições quanto às estimativas dos parâmetros. Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

Assim como ocorreu no caso do ajuste do modelo sem ciclo, também apareceram subestimativas e superestimativas importantes no ajuste do modelo com dois ciclos com restrições (Figuras 26 e 27), indicando que o viés é também ressaltado neste último caso.

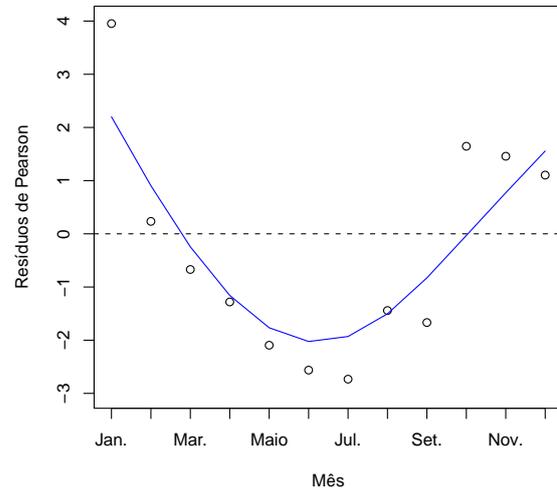
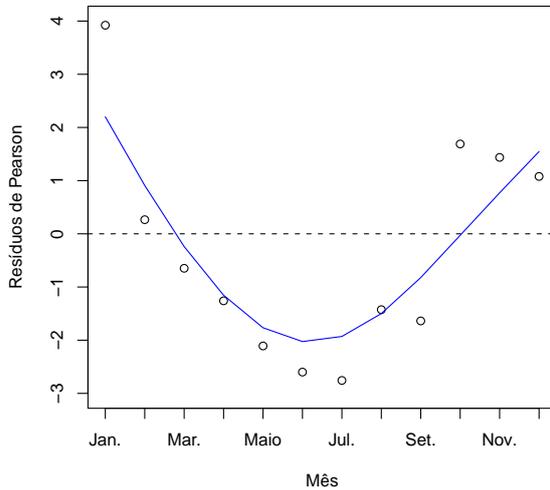


Figura 26: Resíduos de Pearson para para o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos com restrições quanto à estimativa dos parâmetros . Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

Figura 27: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição Wrapped Cauchy, e com dois ciclos com restrições quanto à estimativa dos parâmetros . Dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

Na Tabela 7 observamos que as médias dos resíduos são todas negativas, mas, muito próximas de zero no caso do ajuste do modelo com um ciclo e distribuição VM e , do ajuste do modelo com dois ciclos sem restrições e com distribuição WC mas muito próximas. A variância dos resíduos foi menor para o modelo com 2 ciclos WC sem restrições nos parâmetros estimados e maior para os modelos sem ciclo e com 2 ciclos com restrições nos parâmetros estimados. Os valores calculados para a estatística χ^2 com os modelos sem ciclo e com 2 ciclos com restrições nos parâmetros, foram elevados e são incompatíveis com os esperados para os modelos adequados se compararmos com as distribuições $\chi^2(N - p) = \chi^2(11)$ (sem ciclo) e $\chi^2(N - p) = \chi^2(9)$ (2 ciclos). Para os modelos com 1 ciclo a estatística χ^2 foi calculada em 6,19 (VM) e 8,19 (WC), bem próximo da esperança da distribuição $\chi^2(N - p) = \chi^2(9)$, indicado que o ajuste é adequado para os dados. Por fim, os modelos com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros, obtiveram valores de 6,19 (VM) e 1,16 (WC), quais também não chamam atenção se comparados à distribuição valores bem próximo de $\chi^2(N - p) = \chi^2(6)$, indicando que o ajuste do modelo é adequado se considerado

esse critério.

Tabela 7: Média, variância e soma dos quadrados dos Resíduos de Pearson (X_k) para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

	sem ciclo VM e WC	1 ciclo VM	2 ciclos VM-L	2 ciclos VM-R	1 ciclo WC	2 ciclos WC-L	2 ciclos WC-R
$\sum X_k^2$	47,2169	6,1929	6,1944	47,0572	8,1919	1,1697	47,1081
Média	-0,3465	-0,0142	-0,1141	-0,3368	-0,2037	-0,0216	-0,3378
Variância	1,9531	0,7092	0,7094	1,9514	0,8007	0,3114	1,9523

5.2.3 Seleção de modelos

Na Tabela 8 podemos observar que os valores do AIC_c são maiores que os do AIC e menores que os do BIC . Quando utilizada a distribuição VM temos o modelo com um ciclo como melhor modelo que os demais para o tubarão mako, independente do critério de informação utilizado. Neste caso o peso de evidência favorável a esse modelo de um ciclo sempre maior que 0,95 se a VM é usada. Curiosamente se é utilizada a distribuição WC, o modelo com mistura de distribuição sem restrições aparece como o melhor se utilizados os critérios AIC e AIC_c . Já o cálculo do critério BIC continua gerando valores que apontam para o modelo de um ciclo como o melhor.

Tabela 8: AIC , AIC_c , BIC , o peso de evidência ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão mako (*Isurus oxyrinchus*).

Modelos	AIC	$WAIC$	AIC_c	$WAIC_c$	BIC	$PrBIC$
Sem ciclo VM	312,4421	$\approx 10^{-6}$	312,4599	$\approx 10^{-5}$	315,8670	$\approx 10^{-5}$
Um ciclo VM	271,8912	0,9526	271,9988	0,9584	282,1660	0,9997
Dois ciclos VM-L	277,8918	0,0474	278,2736	0,0416	298,4415	0,0003
Dois ciclos VM-R	316,2430	$\approx 10^{-10}$	316,3506	$\approx 10^{-10}$	326,5106	$\approx 10^{-10}$
Sem ciclo WC	312,4421	$\approx 10^{-9}$	312,4599	$\approx 10^{-9}$	315,8670	$\approx 10^{-7}$
Um ciclo WC	273,7929	0,3588	273,9005	0,3909	284,0677	0,9896
Dois ciclos WC-L	272,5234	0,6412	273,0138	0,6091	293,1817	0,0104
Dois ciclos WC-R	316,2717	$\approx 10^{-10}$	316,3794	$\approx 10^{-10}$	326,5466	$\approx 10^{-10}$

No entanto é importante notar que mesmo que o modelo com mistura de duas distribuições apareça como melhor se utilizada a distribuição WC, isto não quer dizer que é sugerido a existência de dois ciclos anuais já que há uma sobreposição entre as duas distribuições usadas na mistura (Figura 20), o que implica que esse modelo aponta para a existência de um único ciclo anual. Fica portanto evidente que no caso do tubarão mako a contagem de anéis é de fato válida para estimar a idade, confirmando os resultados de alguns autores, dentre eles, Campana *et al.* (2002) e Ardizzone *et al.* (2006).

5.3 Tubarão leopardo

5.3.1 Estimativas dos parâmetros e ajustes dos modelos

As estimativas dos parâmetros e os respectivos intervalos de confiança para o caso do tubarão leopardo são mostrados na Tabela 9. Muitas estimativas se mostraram imprecisas

Tabela 9: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), com o uso dos modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) aos dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

Modelos	γ	μ_1	κ_1	μ_2	ω	κ_2
Sem ciclo VM	5,0265±0,8784					
um ciclo VM	4,8315±196,0726	6,2829±144,6609	0,2987±0,8863			
Dois ciclos VM-L	4,8316	6,2831	0,0003	$\approx 10^{-5}$	$\approx 10^{-6}$	0,2988
Dois ciclos VM-R	5,2915±913,8647	0,4199±1,4441	0,9680±1,1357	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1
Sem ciclo WC	5,0265±0,8784					
um ciclo WC	4,8877±140,8238	6,2827±118,8612	0,1328± 0,9413			
Dois ciclos WC-L	4,8315	6,2831	0,002	6,2831	$\approx 10^{-4}$	0,1387
Dois ciclos WC-R	5,2864±113,5134	0,4297±1,5873	0,3115±0,6624	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1

como indicados pelos intervalos de confiança relativamente elevado. A matriz hessiana obtida para o modelo com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros foi singular e, portanto, neste caso são apresentadas somente as estimativas pontuais. De qualquer forma, mesmo para os casos em que foi possível calcular os intervalos de confiança, os mesmos foram bastante amplos indicando uma grande imprecisão. As estimativas para o parâmetro γ apresentaram valores próximo de 5 e são bastante imprecisas no caso dos modelos com um e dois ciclos independente da distribuição (VM ou WC).

As estimativas de μ_1 obtidas no ajuste do modelo com um ciclo e com dois ciclos sem restrições sugerem um pico no mês de dezembro (no 365^o dia do ano), mas com intervalos de confiança impreciso no caso em que seu cálculo foi possível. No caso do modelo com dois ciclos com restrições nos parâmetros, a estimativa de μ_1 sugere um pico no mês de janeiro (no 24^o dia do ano), com intervalo de confiança próximo de 167 dias, quando a VM é utilizada no ajuste, e com intervalo de confiança próximo de 184 dias, quando a WC é utilizada no ajuste.

O parâmetro μ_2 apresentou um pico no mês de janeiro (no 1^o dia do ano) com a distribuição VM e um pico em dezembro com a distribuição WC, para o modelo sem restrições nos parâmetros. Para o modelo com restrições nos parâmetros, apresentou um pico no mês de junho. O parâmetro ω apresentou valores baixos, mostrando que a primeira distribuição não influencia muito no resultado, que é um indício de que apesar de se tratar de uma mistura de duas distribuições, uma delas predomina de tal forma que o modelo acaba

indicando a existência de um só pico. As estimativas de κ indicam baixas concentrações em torno das médias direcionais mas há que se considerar que elas são extremamente imprecisas.

Nas Figuras 28 e 29, podemos observar que a modelagem para um ciclo, usando ambas as distribuições VM e WC, apresenta um pico entre o mês de dezembro e janeiro, com baixa concentração em torno dele. A modelagem para 2 ciclos sem restrições, usando a distribuição VM ou WC, tem também um pico entre dezembro e janeiro, sem um 2^o pico aparente, pois as médias direcionais (μ_1 e μ_2) são similares e que o peso (ω) da primeira distribuição no modelo é pequeno, o que implica que há a dominância da 2^a distribuição. Para o modelo com 2 ciclos com restrições nos parâmetros, há dois picos, um em janeiro e outro em junho. Este último é incoerente com o histograma e indica que é um equívoco restringir em π a distância entre as médias direcionais. Por fim, modelo sem ciclo apresenta uma proporção fixa de 0,8, mostrando-se no geral inadequado.

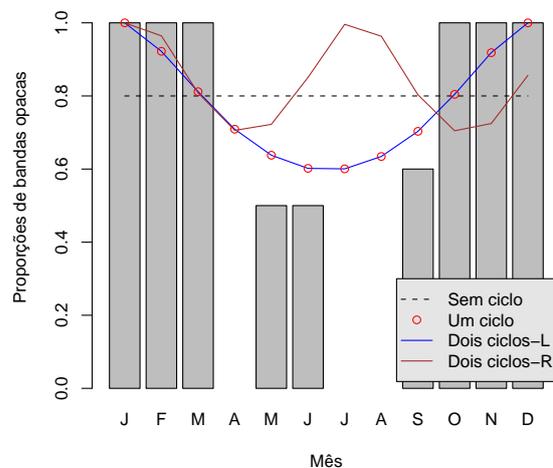
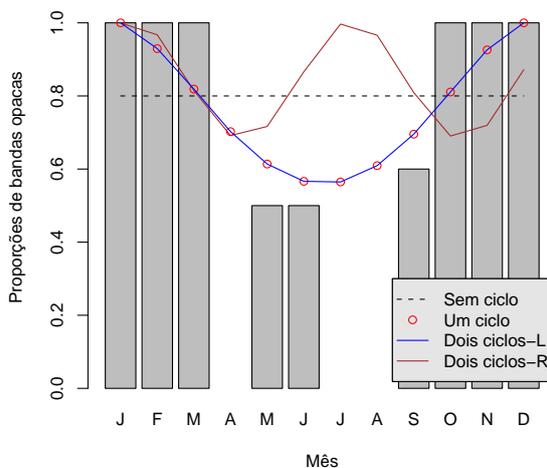


Figura 28: Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

Figura 29: Ajustes dos modelos com a distribuição wrapped Cauchy aos dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

A proporção de bandas opacas varia muito ao longo dos meses, atingindo um mínimo de 0,5 e um máximo de 1. As maiores proporções de bandas opacas estão nos três meses iniciais e nos três meses finais. De maneira geral os modelos que melhor se ajustam a

esse cenário são os que sugerem a existência de um ciclo e, por consequência uma taxa anual de deposição de anéis nas vértebras. Em relação as distribuições observamos que tanto a von Mises como a wrapped Cauchy mostraram adequadas para modelar os dados de proporção de bandas opacas do tubarão leopardo.

5.3.2 Resíduos

Os resíduos de Pearson para o modelo sem ciclo (Figura 30), em módulo, são altos, indicando que as observações são superestimadas nos meses de maio, junho e setembro, e subestimadas nos meses de março e nos últimos três meses do ano.

Os resíduos dos modelos com um ciclo (Figuras 31 e 32) e dois ciclos sem restrições nos parâmetros (Figuras 33 e 34), estão entre -1 e 1, indicando superestimativas nos meses de maio e setembro, e subestimativas nos meses de março e outubro.

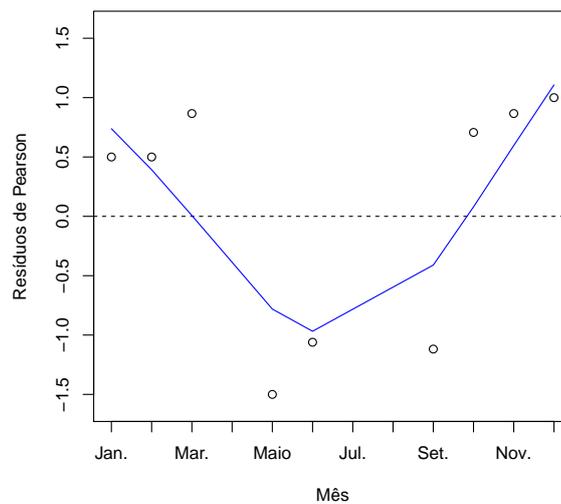


Figura 30: Resíduos de Pearson para o modelo sem ciclo. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

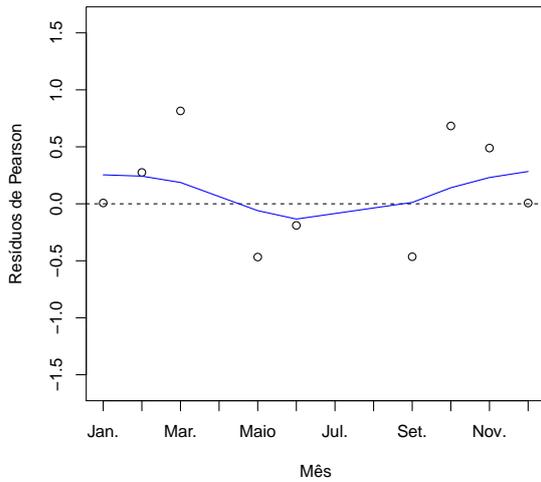


Figura 31: Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição von Mises. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

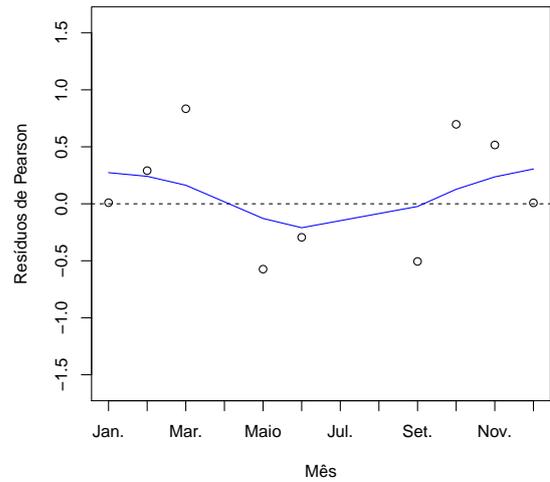


Figura 32: Resíduos de Pearson para o modelo com um ciclo e com a distribuição wrapped cauchy. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

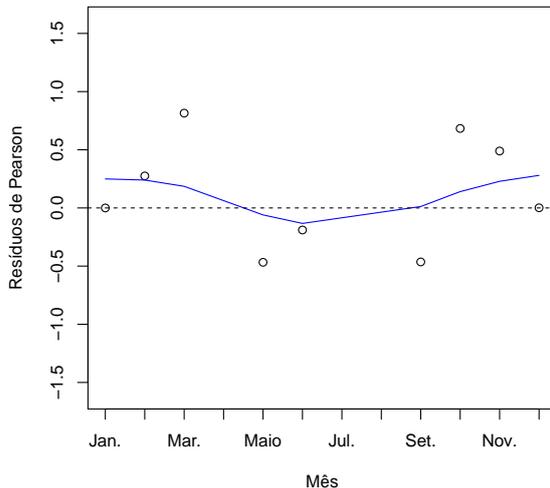


Figura 33: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped cauchy, e com o modelo com a distribuição von Mises, e com dois ciclos sem restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

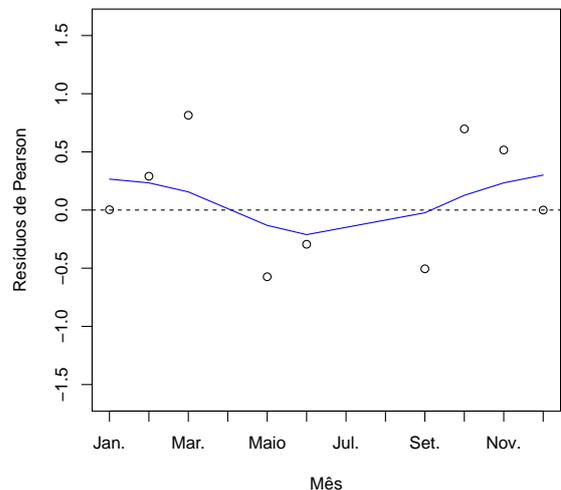


Figura 34: Resíduos de Pearson para o modelo com dois ciclos sem restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

Já os resíduos do modelo com dois ciclos com restrições quanto as estimativas dos parâmetros (Figuras 35 e 36) apresentarem uma configuração similar àquela mostrada pelo modelo sem ciclo, ou seja, há subestimativas no final e no início do ano, superestimativas importante no meio do ano.

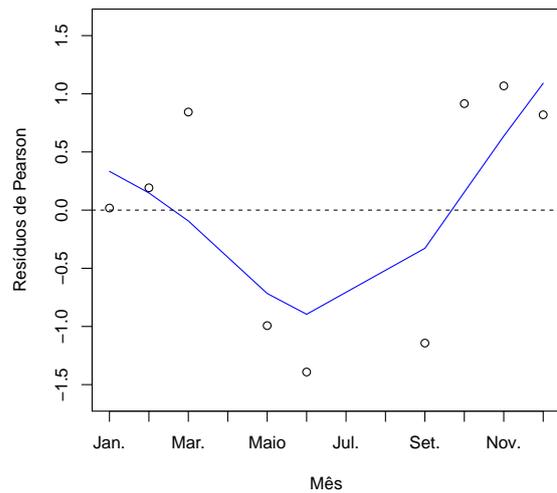
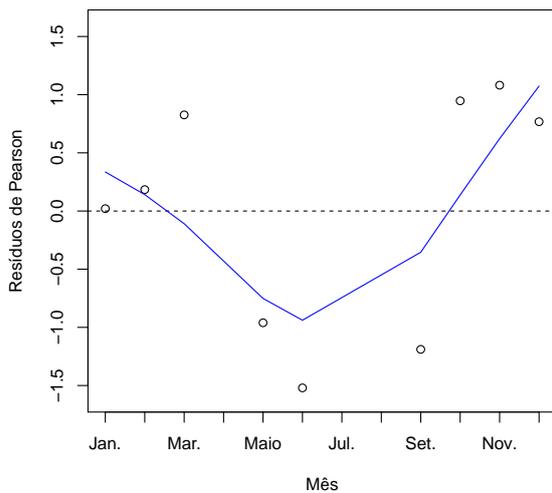


Figura 35: Resíduos de Pearson para o modelo com a distribuição wrapped cauchy, e com dois ciclos com restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

Figura 36: Resíduos de Pearson para o modelo com dois ciclos com restrições nos parâmetros quanto à estimativas de parâmetros. Dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

Na Tabela 10 temos que as médias dos resíduos estão próximas de zero mas são todas positivas. As variâncias dos resíduos ficaram entre 0,22 e 1,01. A estatística χ^2 é maior para, o modelo sem ciclo (8,13), que quando comparada à distribuição $\chi^2(N - p) = \chi^2(8)$ e os modelos com 2 ciclos com restrições também resultaram em estatísticas elevadas (≈ 8) mas que comparadas à distribuição $\chi^2(N - p) = \chi^2(6)$, a julgar por esse critério, nenhum modelo se mostra claramente inadequado.

Tabela 10: Média, variância e soma dos quadrados dos Resíduos de Pearson (X_k) para os modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC) nos dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

	sem ciclo	1 ciclo	2 ciclos	2 ciclos	1 ciclo	2 ciclos	2 ciclos
	VM e WC	VM	VM-L	VM-R	WC	WC-L	WC-R
$\chi^2 = \sum X_k^2$	8,1250	1,9161	1,9157	8,0206	2,2047	2,1717	7,6259
Média	0,0845	0,1285	0,1270	0,0174	0,1094	0,1055	0,0366
Variância	1,0076	0,2209	0,2213	1,0022	0,2621	0,2589	0,9517

5.3.3 Seleção de modelos

Na Tabela 11 podemos observar que os valores do AIC_c são novamente maiores que os do AIC e menores que os do BIC . Como o tamanho da amostra é pequena ($n = 25$), os valores dos AIC s são menores que os outros casos anteriores. Independente da distribuição considerada (VM ou WC) se levarmos em conta o AIC e o AIC_c o modelo com um ciclo é superior aos demais. Para esses critérios que indicaram o modelo com um ciclo como vencedor, o ganho na redução do viés, compensaria o aumento da variância das estimativas resultante do aumento no número de parâmetros em comparação ao modelo sem ciclo. No entanto, essa superioridade do modelo com um ciclo não é tão evidente quando comparada ao modelo sem ciclo, se o BIC é levado em conta. Portanto, novamente o BIC mostra uma tendência parcimoniosa se compara aos outros dois critérios. Enquanto que os pesos de evidência calculados com AIC e AIC_c apontam para a provável existência de um ciclo anual, a probabilidade posterior calculada com BIC indica que há uma dúvida sobre se há ou não um ciclo.

Tabela 11: AIC , AIC_c , BIC , o peso de evidência ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando as distribuições von Mises (VM) e wrapped Cauchy (WC), para os dados do tubarão leopardo (*Triakis semifasciata*).

Modelos	AIC	WAIC	AIC _c	WAIC _c	BIC	PrBIC
Sem ciclo VM	27,0201	0,1798	27,1940	0,2685	28,2390	0,4335
Um ciclo VM	24,1474	0,7499	25,2903	0,6955	27,8040	0,5389
Dois ciclos VM-L	30,1467	0,0377	34,8135	0,0060	37,4600	0,0043
Dois ciclos VM-R	30,4325	0,0326	31,5753	0,0300	34,0891	0,0233
Sem ciclo WC	27,0201	0,2032	27,1940	0,3007	28,2390	0,4727
Um ciclo WC	24,4859	0,7214	25,6288	0,6577	28,1425	0,4961
Dois ciclos WC-L	30,4851	0,0359	35,1518	0,0056	37,7983	0,0040
Dois ciclos WC-R	30,2938	0,0395	31,4367	0,0360	33,9505	0,0272

A escolha do modelo a partir do critério de Akaike confirmaria os resultados obtidos por Smith (1984), que utilizou a técnica de marcação por injeção do reagente oxitetraciclina (OTC) em 948 tubarões leopardo capturados no Pacífico Norte em 1979. Vinte cinco

desses animais foram recapturados em 1982 e indicaram que, de fato, a deposição de anéis segue um ciclo anual, com uma formação de bandas opacas provavelmente ocorrendo em algum momento entre maio e setembro. E os resultados dos modelos com 2 ciclos com restrições quanto ao número de parâmetros a serem estimados (proposta de Okamura e Semba (2009)) mostraram-se inadequados, mostrando que as restrições dos parâmetros $\mu_2 = \mu_1 + \pi$, $\kappa_1 = \kappa_2$ e $\omega = 0,5$, nem sempre são válidas.

6 Validação do método

Para validação do método utilizado nesta dissertação dividimos os dados amostrados do tubarão-crocodilo, de forma aleatória, em três partes disjuntas, usamos a primeira parte para a estimação dos parâmetros, a segunda parte para a validação do modelo, e a terceira parte para testamos o método (Tabela 12), ou seja, verificaremos se os parâmetros da amostra 2 e 3 estão dentro da margem de confiança calculada para amostra 1. Resolvemos utilizar apenas a distribuição von Mises nesta validação, pois tanto esta como a wrapped Cauchy mostraram adequadas para modelar os dados de proporção de bandas opacas dos tubarões estudados.

Tabela 12: Dados reamostrados (dividido em três partes) do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*), com o número de bordas de vértebras com bandas opacas, número total de observações e a proporção em cada mês entre o número de bandas opacas e o total de observações.

	Meses											
	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Maió	Jun.	Jul.	Aug.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
AMOSTRA 1												
Total	12	7	7	13	9	5	20	6	10	8	4	1
Bandas opaca	2	1	1	2	1	0	2	0	1	1	1	0
Proporção	0,17	0,14	0,14	0,15	0,11	0,00	0,10	0,00	0,10	0,13	0,25	0,00
AMOSTRA 2												
Total	9	3	7	7	14	13	14	4	10	9	9	3
Bandas opaca	1	0	2	3	1	0	2	1	1	1	1	1
Proporção	0,11	0,00	0,29	0,43	0,07	0,00	0,14	0,25	0,10	0,11	0,11	0,33
AMOSTRA 3												
Total	6	0	6	9	13	13	17	10	10	9	7	3
Bandas opaca	0	0	1	2	2	2	1	1	0	1	1	0
Proporção	0,00	0,00	0,17	0,22	0,15	0,15	0,06	0,10	0,00	0,11	0,14	0,00

Podemos observar na Tabela 13 que os valores do AIC_c são maiores que os do AIC e menores que os do BIC , para modelos da mesma estrutura. Para os dados das três amostras do tubarão crocodilo usando AIC , AIC_c ou BIC o melhor modelo foi o de sem ciclo, confirmado pelos pesos de evidências e pela probabilidade posterior que indicou o modelo sem ciclo com um valor bastante elevado. Mas para o 2º melhor modelo temos divergências entre as amostras, pois para amostra 1 temos o modelo com um ciclo, para amostra 2 temos o modelo dois ciclos-R, e para a amostra 3 temos um empate entre os

modelos com um ciclo e dois ciclos-R. Concluímos que os resultados das três amostras confirmaram que o modelo sem ciclo ajusta-se melhor para os dados do tubarão crocodilo.

Tabela 13: AIC , AIC_c , BIC , os pesos de evidências ($WAIC$ e $WAIC_c$) a favor de cada modelo e Probabilidade posterior ($PrBIC$), usando a distribuição von Mises (VM) nos dados reamostrados (dividido em três partes) do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Modelo	$AIC1$	$AIC2$	$AIC3$	AIC_c1	AIC_c2	AIC_c3	$BIC1$	$BIC2$	$BIC3$
Sem ciclo VM	75,8910	83,5896	71,9913	75,9309	83,6296	72,0309	78,5159	86,2146	74,6261
Um ciclo VM	78,6711	86,4558	74,0373	78,9160	86,7006	74,2797	86,5460	94,3307	81,9415
Dois ciclos VM-L	84,1890	86,9032	77,4699	85,0732	87,7874	78,3449	99,9388	102,6530	93,2783
Dois ciclos VM-R	79,7024	85,4854	74,1518	79,9473	85,7304	74,3942	87,5774	93,3604	82,0560
Modelo	$WAIC1$	$WAIC2$	$WAIC3$	$WAIC_c1$	$WAIC_c2$	$WAIC_c3$	$PrBIC1$	$PrBIC2$	$PrBIC3$
Sem ciclo VM	0,7074	0,5504	0,5670	0,7303	0,5916	0,5973	0,9720	0,9564	0,9522
Um ciclo VM	0,1762	0,1313	0,2039	0,1642	0,1274	0,1940	0,0175	0,0165	0,0246
Dois ciclos VM-L	0,0112	0,1050	0,0366	0,0075	0,0740	0,0254	$\approx 10^{-5}$	0,0003	$\approx 10^{-5}$
Dois ciclos VM-R	0,1052	0,2133	0,1925	0,0980	0,2070	0,1833	0,0105	0,0268	0,0232

Analisando a Tabela 14, observamos que as estimativas para o parâmetro γ das amostras apresentaram valores próximos para o modelo sem ciclo, pois amostra 1 que é utilizada para a estimação dos parâmetros, apresentou o valor de 0,7392 com intervalo de confiança de [0,4909 ; 0,9875], para a amostra 2, que é utilizada para validação, apresentou o valor de 0,8624, e amostra 3, que é utilizada para testa o método, apresentou o valor de 0,671, ambas dentro da margem de confiança calculada para a amostra 1. Para o modelo com um ciclo, para a amostra 1, obtivemos o valor do parâmetro γ de 0,7785 com intervalo de confiança de [0,2843 ; 1,2727], para a amostra 2, apresentou o valor de 0,9096, e amostra 3, apresentou o valor de 0,6665, ambas dentro do margem de confiança calculada para a amostra 1. Para o modelo com dois ciclo-L, para a amostra 1, obtivemos o valor do parâmetro γ de 0,7963 com intervalo de confiança de [0 ; 4,4427], para a amostra 2, que é utilizada para validação, apresentou o valor de 0,9298, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 0,6035, ambas dentro do margem de confiança calculada para amostra 1. Por fim, o modelo com dois ciclo-R, para a amostra 1, obtivemos o valor do parâmetro γ de 0,7477 com intervalo de confiança de [0,3467 ; 1,1487], para a amostra 2, que é utilizada para validação, apresentou o valor de 0,9064, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 0,6526, ambas dentro do margem de confiança calculada para amostra 1.

As estimativas do parâmetro μ_1 , para o modelo com um ciclo, para amostra 1, sugerem um pico de probabilidade de formação de bandas opacas no mês de janeiro (no 17^o dia do ano), com margem de confiança imprecisa de um ano, para amostra 2, a estimativa de μ_1 sugere um pico no mês de fevereiro (no 49^o dia do ano), e para amostra 3, pico seria no mês de abril (no 104^o dia do ano), ambas dentro do margem de confiança calculada

Tabela 14: Estimativas dos parâmetros e respectivos intervalos de confiança (95%), com o uso dos modelos sem ciclo, um ciclo e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros, ajustados com a distribuição von Mises (VM) nos dados reamostrados (dividido em três partes) do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*).

Modelos	γ	μ_1	κ_1	μ_2	ω	κ_2
AMOSTRA 1						
Sem ciclo VM1	0,7392±0,2483					
um ciclo VM1	0,7785±0,4942	0,3005±6,2829	0,4141±0,9149			
Dois ciclos VM1-L	0,7963±3,6464	0,7900±1,2350	0,4192±0,9810	5,3176±3,9255	0,8814±3,4070	90,8840±92,2002
Dois ciclos VM1-R	0,7477±0,4010	1,9781±4,3237	0,8231±1,2895	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1
AMOSTRA 2						
Sem ciclo VM2	0,8624					
um ciclo VM2	0,9096	0,8492	0,4043			
Dois ciclos VM2-L	0,9298	1,6215	20,4004	5,0436	0,3503	0,5929
Dois ciclos VM2-R	0,9064	1,2994	1,7878	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1
AMOSTRA 3						
Sem ciclo VM3	0,6710					
um ciclo VM3	0,6665	1,8024	0,5949			
Dois ciclos VM3-L	0,6035	2,0466	1,4404	5,2517	0,8010	71,6458
Dois ciclos VM3-R	0,6526	2,1414	1,9029	$\mu_1 + \pi$	0,5000	κ_1

para amostra 1. Para o modelo com 2 ciclos com restrições nos parâmetros, na amostra 1, a estimativa de μ_1 sugere um pico no mês de abril (no 114^o dia do ano), com margem de confiança de 250 dias, para amostra 2, sugere um pico no mês de março (no 75^o dia do ano), e para amostra 3, sugere um pico no mês de maio (no 124^o dia do ano), ambas dentro da margem de confiança calculada para amostra 1. Por fim, o modelo com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros, na amostra 1, a estimativa de μ_1 sugere um pico no mês de fevereiro (no 46^o dia do ano), com margem de confiança de 72 dias, para amostra 2, sugere um pico no mês de abril (no 94^o dia do ano), e para amostra 3, sugere um pico no mês de maio (no 118^o dia do ano), ambas dentro da margem de confiança calculada para amostra 1.

As estimativas do parâmetro μ_2 , para o modelo com 2 ciclos sem restrições nos parâmetros, na amostra 1, sugere um pico no mês de novembro (no 309^o dia do ano), com margem de confiança de 228 dias, para amostra 2, sugere um pico no mês de outubro (no 293^o dia do ano), e para amostra 3, sugere um pico no mês de novembro (no 305^o dia do ano), ambas dentro da margem de confiança calculada para amostra 1.

Em relação aos valores estimados para κ_1 , no modelo com um ciclo, nota-se que os mesmos são relativamente baixos, o que significa baixa concentração em torno das médias, na amostra 1, o valor do parâmetro κ_1 foi de 0,4141 com intervalo de confiança de [0 ; 2,1965], para a amostra 2, que é utilizada para validação, apresentou o valor de 0,4043, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 0,5950, ambas dentro da margem de confiança calculada para a amostra 1. Para o modelo com dois ciclo-L, para a amostra 1, obtivemos o valor do parâmetro κ_1 de 0,4192 com intervalo de confiança de [0 ; 2,3421], para a amostra 2, que é utilizada para validar, apresentou o valor

de 20,4004, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 1,440, apenas a amostra 3, dentro da margem de confiança calculada para amostra 1. O parâmetro da amostra 2 ficou fora da margem devido as ausências e baixas proporções de bandas opacas ao redor da média direcional, indicado pela alta concentração da modelagem em torno média, no modelo 2 ciclos-L. E por fim, o modelo com dois ciclo-R, para a amostra 1, obtivemos o valor do parâmetro κ_1 de 0,8231 com intervalo de confiança de [0 ; 3,3506], para a amostra 2, que é utilizada para validação, apresentou o valor de 0,5630, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 1,4404, ambas dentro da margem de confiança calculada para amostra 1.

Para as estimativas do parâmetro κ_2 , para o modelo com dois ciclo-L, para a amostra 1, obtivemos o valor de 90,8840 com intervalo de confiança de [0 ; 183,0842], para a amostra 2, que é utilizada para validar, apresentou o valor de 0,5929, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 71,6457, ambas dentro da margem de confiança calculada para amostra 1.

Para o parâmetro ω , amostra 1, obtivemos o valor 0,8814 com intervalo de confiança amplos indicando que a estimativa é imprecisa, para a amostra 2, que é utilizada para validar, apresentou o valor de 0,3502, e amostra 3, que é utilizada para testar o método, apresentou o valor de 0,8010, ambas dentro do margem imprecisa de confiança calculada para amostra 1.

Podemos observar, na Figura 37, que apresenta variação das proporções de bandas opacas de 0 a 0,25. Sendo a maior proporção de bandas opacas no mês de novembro e, as menores nos meses de junho, agosto e dezembro. Na Figura 38, observamos que a variação das proporções de bandas opacas é de 0 a 0,43. Sendo a maior proporção de bandas opacas no mês de abril e, as menores nos meses de fevereiro e junho, ambas sem proporções. E na Figura 39, a variação das proporções de bandas opacas é de 0 a 0,22, sendo a maior proporção de bandas opacas no mês de abril e, as menores nos meses de janeiro, fevereiro, setembro e novembro, ambas sem proporções.

Como foi observado as estimativas das amostras 2 e 3, ficaram dentro da margem de confiança calculada para amostra 1, com exceção de um parâmetro κ_1 da amostra 2, no modelo 2 ciclos-L, que ficou fora da margem devido as ausências e as baixas proporções de bandas opacas ao redor da média direcional, que resulta em uma alta concentração em torno de μ_1 , mas ressaltamos que está média direcional (pico) ficou na margem confiança, por isso, concluímos que o método foi validado.

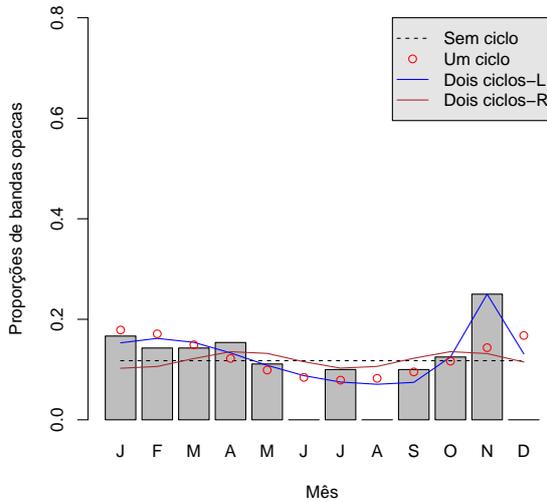


Figura 37: Ajustes dos modelos com a distribuição von Mises aos dados da amostra 1 do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

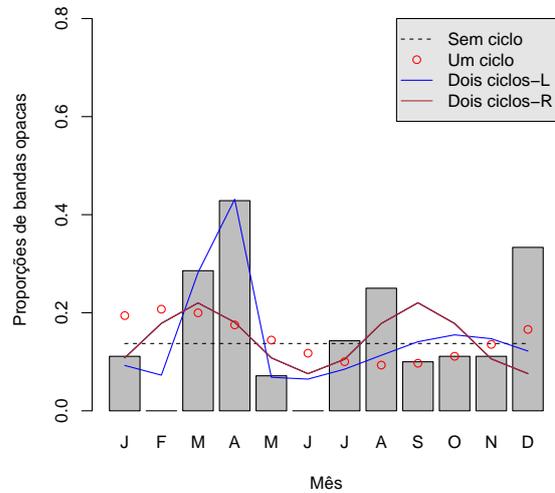


Figura 38: Ajustes dos modelos com distribuição von Mises aos dados da amostra 2 do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

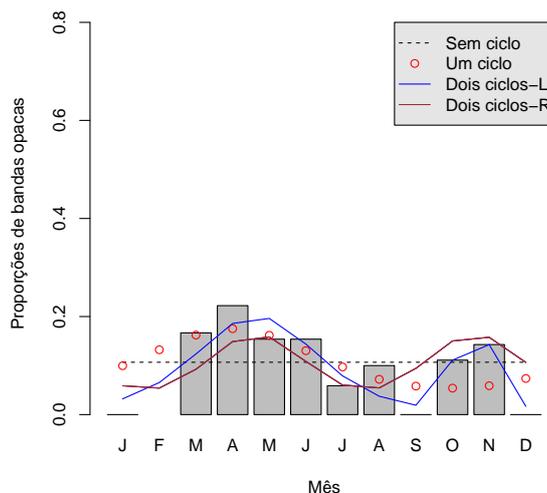


Figura 39: Ajustes dos modelos com distribuição von Mises aos dados da amostra 3 do tubarão crocodilo (*Pseudocarcharias kamoharai*). Os cenários são caracterizados pela inexistência de ciclos (“Sem ciclo”), existência de único ciclo (“Um ciclo”) e de dois ciclos sem (“Dois ciclos-L”) e com (“Dois ciclos-R”) restrições quanto às estimativas de parâmetros.

7 Conclusões

No estudo dos tubarões leopardo e mako os resultados obtidos corroboram as sugestões prévias de que há um padrão anual na deposição dos anéis. Já no caso do tubarão crocodilo, os resultados mostraram que o modelo sem ciclo é o melhor, para a base de dados disponível atualmente, ou seja, não haveriam indícios contundentes de que a taxa de deposição de anéis apresenta ciclicidade semestral ou anual.

Então analisaremos as hipóteses propostas sobre a ausência de ciclicidade no tubarão crocodilo, temos que: a) a existência de alternância anual dos tipos de bordas na população do tubarão crocodilo, mas as amostras provêm de um cenário particular em que predominam bordas translúcidas, através da análise de outras amostras poderemos concluirmos algo; b) o tamanho amostral que quando pequeno, o padrão de deposição de bandas não pode ser discernido, entretanto, os outros dois casos estudados apresentam tamanhos amostrais menores e obtiveram resultados de um ciclo, então esta hipótese é descartada; c) a técnica ótica utilizada na leitura não permite a identificação clara de bordas opacas, mas isto ocorreria em indivíduos mais velhos, pois os mais jovens apresentam bordas mais bem marcadas, nesse caso não temos estimativas sobre a idade do tubarão crocodilo; d) o tubarão realmente não apresenta ciclicidade quanto a formação de anéis, para concluirmos a respeito precisamos analisar outras amostras, pois nos outros 2 tubarões estudados os resultados mostraram ciclicidade; e e) no caso de variações bruscas que não são bem modeladas, também precisamos utilizar outras amostras para concluirmos a respeito.

Em relação as distribuições observamos que tanto a von Mises como a wrapped Cauchy mostraram adequadas para modelar os dados de proporção de bandas opacas dos tubarões estudados. Sobre os critérios de informações, tanto o AIC como AIC_c apresentaram resultados similares, e BIC mostrou que o tamanho amostral (n) tem influência em seu desempenho, pois sua avaliação para o tubarão leopardo ($n=25$) deixou dúvidas sobre qual é o melhor ajuste, indicando dois modelos (sem ciclo e um ciclo). No caso do tubarão mako todos os critérios indicaram que o modelo com um ciclo é o melhor, e como para os outros dois foram necessários utilizar os três critérios para chegarmos a uma conclusão,

por isso, recomendamos utilizar o *AIC* e o *BIC* como critérios de seleção de modelos nos estudos de proporções de bandas.

Para validação, dividimos os dados do tubarão crocodilo em três amostras disjuntas, e observamos que as estimativas das amostras 2 e 3, ficaram dentro da margem de confiança calculada para amostra 1, com exceção de um parâmetro κ_1 da amostra 2, no modelo 2 ciclos-L, que ficou fora da margem devido as ausências e as baixas proporções de bandas opacas ao redor da média direcional, mas ressaltamos que está média direcional ficou na margem confiança, por isso, concluímos que o método foi validado.

O modelo proposto por Okamura e Semba (2009) nem sempre gera resultados conclusivos, pelo menos no caso de espécies amostradas em regiões tropicais, a validade do uso de restrições subjetivas quanto aos parâmetros do modelo com dois ciclos é discutível. Apesar de que o resultado do tubarão crocodilo não indica ciclicidade, o método CEA é indicado para estudar a idade de tubarões, pois seus requisitos são modestos, como o baixo custo.

Pesquisas futuras, com a utilização de outras amostras e ou outros métodos de validação de idade, deverão ser aplicadas para esclarecer se há ou não alguma ciclicidade no caso do tubarão crocodilo.

Referências

- ACKERMAN, L.T. 1971. **Contributions to the biology of the leopard shark, *Triakis semifasciata* (Girard) in Elkhorn Slough, Monterey Bay, California**. M.A. thesis. Sacramento State College.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, v. 19, n. 6, p. 716–732, 1974.
- AKAIKE, H. Information measures and model selection. **Bulletin of the International Statistical Institute**, 50, 277–291, 1983.
- ARDIZZONE *et al.* Application of bomb radiocarbon chronologies to shortfin mako (*Isurus oxyrinchus*) age validation. **Environ. Biol. Fishes**, v. 77, n.3–4, p.355–366, 2006.
- BERNAL, D.; DICKSON, K.D.; SHADWICK, R.E. and Graham, J.B. 2001. Analysis of the evolutionary convergence for high performance swimming in lamnid sharks and tunas. **comparative Biochemical Physiology**,v.129, p. 695–726, 2001.
- BISHOP, S.D.H; FRANCIS, M. P.; DUFFY, C.; MONTGOMERY, J. C. Age, growth, maturity, longevity and natural mortality of the shortfin mako shark (*Isurus oxyrinchus*) in New Zealand waters. **Marine and Freshwater Research**, 57, p.143-154, 2006.
- BRANSTETTER, S. Age and growth validation of newborn sharks held in laboratory aquaria, with comments on the life history of the Atlantic sharpnose shark, *Rhizoprionodon terraenovae*. **Copeia**, 291–300, 1987.
- BROWN, C. A.; GRUBER, S. H. Age assessment of the lemon shark, *Negaprion brevirostris*, using tetracycline validated centra. **Copeia**, p.747–753, 1988.
- BURNHAM, K.; ANDERSON, D. **Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach**. New York: Springer–Verlag, 2002. 514 p.
- CAILLIET, G. M. Elasmobranch age determination and verification; an updated review, In: Elasmobranchs as living resources: advances in the biology, ecology, systematics and the status of the fisheries. H. L. Pratt Jr., S. H. Gruber and T. Taniuchi (eds.). **NOAA Tech. Rep. NMFS.**, p. 157–165, 1990.
- CAILLET, G. M. *et al.* *Isurus oxyrinchus*. In: IUCN 2011. IUCN Red List of Threatened Species. Version 2011.2. Disponível em: <<http://www.iucnredlist.org>>. Acessado em: 21/06/2011.
- CAILLIET, G. M. *et al.* Preliminary studies on the age and growth of blue (*Prionace glauca*), common thresher (*Alopias vulpinus*), and shortfin mako (*Isurus oxyrinchus*) sharks from California waters. In: E.D. Prince and M. Pulos (eds), Proceedings, international workshop on age determination of oceanic pelagic fishes-tunas, billfishes, sharks, p. 179–188, 1983.

CAILLIET, G. M.; GOLDMAN, K. J. Age determination and validation in chondrichthyan fishes. In: Carrier J, Musick JA, Heithaus MR (eds) *Biology of sharks and their relatives*, chapter 14. CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, p. 339–447, 2004.

CAILLIET, G. M.; RADTKE, R. L.; WELDON, B. A. Elasmobranch age determination and verification: a review. In: *Indo-Pacific Fish Biology: proceedings of the second international conference on Indo-Pacific Fishes*. T. Uyeno, R. Arai, T. Taniuchi and K. Matsura (eds.). Ichthyol. Soc. Jpn, Tokyo, p. 345–360, 1986.

CAILLIET, G.M. *et al.* Age and growth studies of chondrichthyan fishes: the need for consistency in terminology, verification, validation, and growth function fitting. **Environ. Biol. Fishes**, v. 77, p. 211–228, 2006.

CAMPANA, S. Accuracy, precision and quality control in age determination, including a review of the use and abuse of age validation methods. **J. Fish Biol.**, v. 59, p. 197–242, 2001.

_____. Chemistry and composition of fish otoliths: pathways, mechanisms and applications. **Mar. Ecol. Prog. Ser.**, v. 188, p. 263–297, 1999.

CAMPANA, S. E.; NATANSON, L. J.; MYKLEVOLL, S. Bomb dating and age determination of large pelagic sharks. **Can. J. Fish. Aquat. Sci.**, v. 59, p. 450–455, March 2002.

CARLISLE, A.; SMITH, S.E. *Triakis semifasciata*. In: IUCN 2011. IUCN Red List of Threatened Species. Version 2011.2. 2009. Disponível <<http://www.iucnredlist.org>>. Acessado em: 21/10/2011.

CASEY, J.G.; TEAL, J.M.; KANWISHER, J.W. The visceral temperature of mackerel sharks (Lamnidae). **Physiological Zoology**, v. 54, p. 334–344, 1981.

CHEN, C.T. *et al.* Age and growth of the scalloped hammerhead, *Sphyrna lewini*, in northeastern Taiwan waters. **Pac. Sci.**, v.44, p. 156–170, 1990.

CLIFF, G.; DUDLEY, S.F.J.; DAVIS, B. Sharks caught in the protective gillnets of Natal, South Africa. 3. The shortfin mako shark *Isurus oxyrinchus* (Rafinesque). **South African Journal of Marine Science**, v.9, p.115–126, 1990.

COMPAGNO, L. **Sharks of the World. An annotated and illustrated catalogue of shark species to date. Part I (Hexanchiformes to Lamniformes)**. Rome: [s.n.], 1984. FAO. Fisheries Synopsis.

_____. **Sharks of the World. An annotated and illustrated catalogue of the shark species known to date. Volume 2. Bullhead, mackerel and carpet sharks (Heterodontiformes, Lamniformes and Orectolobiformes)**. Rome: [s.n.], 2001. FAO.

COMPAGNO, L.; MUSICK, J. ***Pseudocarcharias kamoharai***. In: IUCN 2010. IUCN Red List of Threatened Species. Version 2010.4. Acessado em : 02/02/2011. Disponível em: <<http://www.iucnredlist.org>>.

DEVRIES, D. R.; FRIE, R. V. Determination of age and growth, In: *Fisheries Techniques*, second edition. B.R. Murphy and D.W. Willis (eds.). **American Fisheries Society, Bethesda, MD**. p. 483-512. 1996.

DIMAR. Laboratório de Dinâmica de Populações Marinhas do Departamento de Pesca e Aquicultura da Universidade Federal Rural de Pernambuco (DIMAR/DEPAq/UFRPE). Fotos de cortes de vértebras. Não publicado. 2012.

DOBSON, A. J. **An introduction to generalized linear models - 2nd ed.** New York: Chapman & Hall, 2002. 221p.

DRUFFEL, E. M.; LINICK, T. W. Radiocarbon in annual coral rings of Florida. *Geophys. Res. Lett.*, v.5, p.913–916. 1978.

FAO. Food and Agriculture Organization of the United Nations. **Fisheries and Aquaculture Fact Sheets. Species Fact Sheets: *Isurus oxyrinchus* (Rafinesque, 1809).** 2011a. Disponível em: < <http://www.fao.org/fishery/species/2011> >. Acessado em: 01/02/2011

_____. Food and Agriculture Organization of the United Nations. **Fisheries and Aquaculture Fact Sheets. Species Fact Sheets: *Pseudocarcharias kamoharai* (Matsubara, 1936).** 2011b. Disponível em: < <http://www.fao.org/fishery/species/14647> >. Acessado em: 01/02/2011.

FISH. *Triakis semifasciata* Girard (1855). Disponível em: < <http://www.fishbase.org/Summary/SpeciesSummary.php?ID=2543> >. Acessado em: 21/10/2011

FISHER, N. I. **Statistical Analysis of Circular Data.** Australia: Cambridge University Press, 1995. 514 p.

FLMNH. LeopardShark. Disponível em:< <http://www.flmnh.ufl.edu/fish/Gallery/Descript/LeopardShark/LeopardShark.html>>. Acessado em: 03/04/2012.

FLMNH. shortfinmako. Disponível em: <<http://www.flmnh.ufl.edu/fish/gallery/descript/shortfinmako/shortfinmako.html>>. Acessado em: 03/04/2012.

FRANCIS, M.P.; DUFFY, C. Length at maturity in three pelagic sharks (*Lamna nasus*, *Isurus oxyrinchus*, and *Prionace glauca*) from New Zealand. **Fishery Bulletin**, v.103, p. 489–500, 2005.

GELSLEICHTER, J. *et al.* Evaluation of toxicity of oxytetracycline on growth of captive nurse sharks, *Ginglymostoma cirratum*. **Fish. Bull.**, v. 96, p. 624–627, 1998.

_____, *et al.* Use of calcein as a fluorescent marker for elasmobranch vertebral cartilage. **Trans. Am. Fish. Soc.**, v. 126, p. 862–865, 1997.

GOLDMAN, K.J. Age and growth of elasmobranch fishes. in management techniques for elasmobranch fisheries. edited by j.a. musick and r. bonfil. food and agriculture organization of the united nations (fao). **FAO Fish. Tech. Pap.**, Rome, Italy., n. 474, p. 76–102, 2005.

_____. **Aspects of age, growth, demographics and thermal biology of two Lamniform shark species.** 2002. Ph.D. dissertation. College of William and Mary, School of Marine Science, Virginia Institute of Marine Science. 220 p.

GUMBEL, E. J.; GREENWOOD, J. A.; DURAND, D. The circular normal distribution: theory and tables. **Journal of the American Statistical Association**, v. 48, n. 261, p. 131–152, march 1953.

HILBORN, R.; WALTERS, C. **Quantitative fisheries stock assessment: choice, dynamics and uncertainty**. New York: Chapman and Hall, 1992.

HOLDEN, M. J.; VINCE, M. R. Age validation studies on the centra of *Raja clavata* using tetracycline. **J. Cons. Int. Explor. Mer.**, n.35, p. 13-17, 1973.

IUCN. Categories and Criteria version 3.1. Disponível em: < <http://www.iucnredlist.org/technical-documents/categories-and-criteria> >. Acessado em: 21/03/2012.

JAMMALAMADAKA, S.R.; SENGUPTA, A. **Topics in circular statistics**. New Jersey: World Scientific, 2001. 335p.

KALISH, J. M. Radiocarbon and fish biology, In: Recent developments in fish otolith research. D.H. Secor, J.M. Dean and S.E. Campana (eds.). University of South Carolina Press, Columbia, SC. p. 637-653, 1995.

KUSHER, D. K.; SMITH, S. E.; CAILLIET, G. M. Validated age and growth of the leopard shark, *Triakis semifasciata*, with comments on reproduction. **Environ. Biol. Fish.**, v. 35, p.187–203, 1992.

LEE, A. Circular data. **Inc. WIREs Comp Stat**, John Wiley & Sons, v. 2, p. 477–486, July/August 2010.

LESSA, R. ; SANTANA, F. M.; DUARTE-NETO, P. A critical appraisal of marginal increment analysis for assessing temporal periodicity in band formation among tropical sharks. **Environmental Biology of Fishes** 77, 309–315, 2006.

LEVY, P. L'addition des variables aleatoires definies sur une circonference. **Bull. Soc. Math. Prance.**, v.67, p. 1–41, 1939.

MARDIA, K.; JUPP, P. **Directional Statistics**. Chichester: Wiley, 2000. 429 p.

MATSUBARA, K. A New Carcharoid Shark Found In Japan - Contributions from the Zoological Laboratory, Imperial Fisheries Institute, Tokyo, No. 56. **Zool. Mag.** (Japan). v. 48, n.7, 380–382, 1936.

MCFARLANE, G. A.; BEAMISH, R. J.. Selection of dosages of oxytetracycline for age validation studies. **Can. J. Fish. Aquat. Sci.** v. 44, p. 905–909, 1987b.

_____. The forgotten requirement for age validation in fisheries biology. **Trans. Am. Fish. Soc.**, v. 112, p. 735–743, 1983.

_____. Validation of the dorsal spine method of age determination for spiny dogfish, In: The age and growth of fish. R.C. Summerfelt and G.E. Hall (eds.). Iowa State Univ. Press. p. 287–300, 1987a.

MILLER, D.J.; LEA, R.N. Guide to the coastal marine fishes of California. California Department of Fish and Game, California.1972.

MOLLET, H.F. *et al.* Reproductive biology of the female shortfin mako *Isurus oxyrinchus* Rafinesque (1810), with comments on the embryonic development of lamnoids. **Fishery Bulletin**, v. 98, p. 299–318, 2000. CLIFF, G., Pratt, H.L., Jr. and Stevens, J.D.

MUSICK, J. A. *et al.* Management of sharks and their relatives (elasmobranchii). **Fisheries (Bethesda)**, Taylor and Francis, v. 25, n. 3, p. 9–13, 2000.

NATANSON, L.J.; MELLO, J.J.; CAMPANA, S.E. Validated age and growth of the porbeagle shark (*Lamna nasus*) in the western North Atlantic Ocean. **Fishery Bulletin**, v. 100, p. 266–278, 2002.

NATANSON, L.J. *et al.* Validated age and growth estimates for the shortfin mako, *Isurus oxyrinchus*, in the North Atlantic Ocean. **Environmental Biology of Fishes**, v.77, p. 367–383, 2006.

OFFICER, R. A. *et al.* Sources of variation in counts of growth increments in vertebrae from gummy shark, *Mustelus antarcticus*, and school shark, *Galeorhinus galeus*: implications for age determination. **Can. J. Fish. Aquat. Sci.**, v.53, p. 1765–1777, 1996.

OKAMURA, H.; SEMBA, Y. A novel statistical method for validating the periodicity of vertebral growth band formation in elasmobranch fishes. **Can. J. Fish. Aquat. Sci.**, v.66, p. 771–780, 2009.

OKAMURA, H.; SEMBA, Y. Agevalid.r. Disponível em: <<http://cse.fra.affrc.go.jp/okamura/program/agevalid/agevalid.r>> Acessado em: 25/04/2011.

OLIVEIRA, *et al.* Reproductive biology of the crocodile shark *Pseudocarcharias kamoharai*. **Journal of Fish Biology**, v.76, p. 1655–1670, 2010.

ORR, R. T. **Biologia dos vertebrados**. São Paulo: Roca, 2000.

PIERCY, A. *et al.* Age and growth of the scalloped hammerhead shark, *Sphyrna lewini*, in the north-west atlantic ocean and gulf of mexico. **Mar. Freshw. Res.**, v. 58, n. 1, p. 34–40, January 2007.

PRATT, H.L.J.; CASEY, J.G. Age and growth of the shortfin mako, *Isurus oxyrinchus*, using four methods. **Can. J. Fish. Aquat. Sci.** v.40, p. 1944–1957, 1983.

QUINN, T.; DERISO, R. B. **Quantitative fish dynamics**. New York: Oxford University Press, 1999. 542 p.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: a language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. 2010. Acessado em: 26/08/2010. Disponível em: < <http://www.r-project.org> >.

RANDALL, J. E. Randall's tank photos. Collection of 10.000 large-format photos(slides) of dead fishes. Unpublished. 1997.

RIBOT-CARBALLAL, M.C.; MAGAÑA, F.G.; VELAZQUEZ, Q. Age and growth of the shortfin mako shark *Isurus oxyrinchus* from the western coast of Baja California Sur, Mexico. **Fisheries Research**, v.76, p. 14–21, 2005.

SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v. 6, p. 461–464, 1978.

SMITH, S. E. Timing of vertebral band deposition in tetracycline injected leopard sharks. **Trans. Am. Fish. Soc.**, v. 113, p. 308–313, 1984.

SMITH, S.E.; MITCHELL, R. A.; FULLER, D. Age validation of a leopard shark (*Triakis semifasciata*) recaptured after 20 years. **Fish. Bull.**, v. 101, p. 194–198, 2003.

STEVENS, J.D. Observations on reproduction in the shortfin mako *Isurus oxyrinchus*. **Copeia**, p. 126–130, 1983.

SUGIURA, N. Further analysis of the data by Akaike's information criterion and the finite corrections. **Communications in statistics, theory and methods.**, p. 13–26, 1978.

TANAKA, S. Age and growth studies on the calcified structures of newborn sharks in laboratory aquaria using tetracycline, . In: Elasmobranchs as living resources: advances in the biology, ecology, systematics, and the status of the fisheries. H. L. Pratt Jr., S. H. Gruber and T. Taniuchi (eds.). **NOAA Tech. Rep. NMFS 90**, p. 189–202, 1990.

TOLENTINO, V.A.; MENDOZA, C.R. Age and growth for the scalloped hammerhead shark, *Sphyrna lewini* (Griffith and Smith, 1834), along the central Pacific coast of Mexico. **Cienc. Mar.**, v.27, p. 501–520. 2001.

UMBACH, D.M.; WILCOX, A.J. A technique for measuring epidemiologically useful features of birthweight distributions. **Statistics in medicine**, v. 15, n. 13, p. 1333–1348, 1996.

VON MISES, R. Über die "Ganzzahligkeit" der Atomgewichte und verwandte Fragen. **Physikal Z.**, v.19, p. 490–500, 1918.

WEIDMAN, C. R.; JONES, G. A. A shell-derived time history of bomb C-14 on Georges Bank and its Labrador Sea implications. **J. Geophys. Res.**, v. 98, n. C8, p. 14577–14588. 1993.

WINTNER, A. On the stable distribution laws. **Amer. J. Math.**, v. 55, p. 335–339, 1933.