

**EUCYMARA FRANÇA NUNES SANTOS**

**TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE DOS OCEANOS SOB A  
PERSPECTIVA DA TEORIA DAS MATRIZES ALEATÓRIAS**

**RECIFE-PE – FEVEREIRO/2019**



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

**TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE DOS OCEANOS SOB A  
PERSPECTIVA DA TEORIA DAS MATRIZES ALEATÓRIAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada como exigência parcial à obtenção do título de Doutor em Biometria e Estatística Aplicada.

**Área de Concentração: Biometria e  
Estatística Aplicada**

**Orientador: Prof. Dr. Paulo José Duarte Neto**

**Coorientador: Prof. Dr. Anderson Luiz da Rocha e Barbosa**

**RECIFE-PE – FEVEREIRO/2019**

**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM BIOMETRIA E ESTATÍSTICA APLICADA**

TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE DOS OCEANOS SOB A PERSPECTIVA DA  
TEORIA DAS MATRIZES ALEATÓRIAS

EUCYMARA FRANÇA NUNES SANTOS

Tese julgada adequada para obtenção do  
título de doutor em Biometria e Estatística  
Aplicada, defendida e aprovada por  
unanimidade em 26/02/2019 pela  
Comissão Examinadora.

Orientador:

---

---

Prof. Dr. Paulo José Duarte Neto  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Banca Examinadora:

---

---

Prof. Dr. Anderson Luiz da Rocha e Barbosa  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

---

Profa. Dra. Viviane Moraes de Oliveira  
Universidade Federal Rural de Pernambuco

---

---

Prof. Dr. Moacyr Cunha de Araújo Filho  
Universidade Federal de Pernambuco

---

---

Prof. Dr. André Maurício Conceição de Souza  
Universidade Federal de Sergipe

## Dedicatória

Dedico este trabalho ao meu pai, meu melhor professor em educação, respeito e humildade. À Vitor França, meu sobrinho, que aos 6 anos gosta dos números, assim como a Tia, nele está a esperança de um futuro melhor.

## **Agradecimentos**

A DEUS, com minha fé, amizade, respeito e amor sigo com forças para alcançar todos os meus objetivos, graças a ELE.

À Universidade Federal de Sergipe, por me proporcionar a oportunidade de transmitir meus conhecimentos aos alunos.

À Universidade Federal Rural de Pernambuco, pelo acolhimento.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos meus orientadores, professores Paulo Duarte Neto e Anderson Barbosa, pela parceria, sugestões, contribuições, e lições de como ser um professor humano e paciente.

Aos professores Moacyr de Araújo, Viviane de Oliveira e André de Souza, pelas valiosas sugestões para engrandecer esta tese.

Aos professores do PPGBEA, pela transmissão de conhecimentos, em especial o carinho dos professores Tatijana Stosic, Moacyr Cunha e Antonio Samuel.

Aos colegas, que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho.

À minha família, pela segurança, paciência, ensinamentos, orgulho pelas minhas conquistas, pela força de nunca me deixarem que meu medo, fraqueza, angústia e saudade, fossem empecilhos nessa minha jornada.

“Sei que o meu trabalho é uma gota no oceano, mas sem ele, o oceano seria menor.”

Madre Teresa de Calcutá.

## Resumo

As séries temporais dos dados de temperatura da superfície do oceano vêm sendo coletadas desde 1970. Estas observações possibilitam estudar a variabilidade de alguns fenômenos oceanográficos em escalas de tempo e espaço. A camada superficial dos oceanos possui propriedades uniformes, onde ocorrem os processos de interação do oceano com a atmosfera, capazes de regular o clima do planeta, interferir na dinâmica da atmosfera e influenciar o clima. Como os dados de temperatura da superfície do mar (TSM) desempenham um papel importante no sistema climático global, neste trabalho utilizamos a teoria das matrizes aleatórias para descrever corretamente o comportamento de propriedades estatísticas espectrais, baseando-se na aleatoriedade de cada sistema quântico caótico. Foram delimitadas matrizes de TSM obtidas da NOAA, representativas das regiões norte, central, sul e polo dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico, no espaço temporal de 35 anos. Os primeiros resultados mostram que as matrizes das áreas geográficas: norte, central e sul dos três oceanos obtiveram um bom ajuste para a classe universal GOE, descritas pela distribuição de Brody, sendo que as regiões sul apresentaram os melhores ajustes, indicando sistemas dinâmicos mais caóticos. Já as regiões delimitadas no polo Antártico exibiram a distribuição dos espaçamentos ajustados pelo modelo de Poisson, indicando um sistema coeso e determinístico. Em análises mais detalhadas, o parâmetro ( $\beta$ ), que quantifica a correlação entre os espaçamentos dos autovalores das matrizes de temperatura, foi calculado por ano acumulados para todas as regiões. Os resultados da região central foram modificados a partir do ano de 2006, para os três oceanos. O conjunto de dados de TSM da base TropFlux foi então utilizado para comparações, resultando na mesma mudança de comportamento em 2001. As investigações apontaram a inclusão de novos instrumentos de medições, a partir destes anos, os da NOAA foram incluídos sensores de microondas, e os do TropFlux matrizes TPR, que consideram dados obtidos in situ. Um modelo numérico construído também foi capaz de identificar essa perda de autocorrelação entre dois conjuntos de dados simulados que sofrem interferências artificiais. Por fim, foram apontadas algumas direções para novas investigações e continuidade deste trabalho.

**Palavras-chave:** oceanos, temperatura da superfície, matrizes aleatórias.

## **Abstract**

The temporal series of ocean surface temperature data have been collected since 1970. These observations make it possible to study the variability of some oceanographic phenomena in time and space scales. The surface layer of the oceans has uniform properties, where the processes of interaction of the ocean with the atmosphere occur, able to regulate the climate of the planet, interfere with the dynamics of the atmosphere and influence the climate. Because sea surface temperature (SST) data play an important role in the global climate system, in this paper we use random matrices theory to correctly describe the behavior of spectral statistical properties based on the randomness of each chaotic quantum system. SST matrices obtained from NOAA, representative of the north, central, south and pole regions of the Pacific, Atlantic and Indian Oceans, were delimited in the temporal space of 35 years. The first results show that the matrices of the geographic areas: north, central and south of the three oceans obtained a good fit for the universal class GOE, described by the Brody distribution, with the southern regions presenting the best adjustments, indicating more chaotic dynamic systems. However, the regions delimited in the Antarctic pole exhibited the distribution of the spacings adjusted by the Poisson model, indicating a cohesive and deterministic system. In more detailed analyzes, the parameter ( $\beta$ ), which quantifies the correlation between the eigenvalue spacings of the temperature matrices, was calculated per year accumulated for all regions. The results of the central region were modified from the year 2006, for the three oceans. The TSM data set from the TropFlux database was then used for comparisons, resulting in the same behavior change in 2001. The investigations pointed to the inclusion of new measurement instruments; from these years NOAA's included microwave sensors, and the TropFlux TPR matrices, which consider data obtained in situ. A constructed numerical model was also able to identify this loss of autocorrelation between two simulated data sets that suffer from artificial interference. Finally, some directions for further investigations and continuity of this work were pointed out.

**Keywords:** oceans, surface temperature, random matrices.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Atual Divisão dos Oceanos. ....	14
<b>Figura 2</b> - Distribuição de Brody com representação do parâmetro $\beta$ entre 0 e 1, com espaçamentos de valores 0,1.....	222
<b>Figura 3</b> - Mapa mundi com as delimitações matriciais dos dados da NOAA dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.....	<b>Erro! Indicador não definido.</b> 25
<b>Figura 4</b> - Distribuição dos espaços dos autovalores vizinhos para o oceano Pacífico. ....	30
<b>Figura 5</b> - Distribuição dos espaços dos autovalores vizinhos para o oceano Atlântico. ....	32
<b>Figura 6</b> - Distribuição dos espaços dos autovalores vizinhos para o oceano Índico. ....	32
<b>Figura 7</b> - Parâmetro $\beta$ médio por ano acumulado da região norte dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.....	35
<b>Figura 8</b> - Parâmetro $\beta$ médio por ano acumulado da região sul dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico. ....	37
<b>Figura 9</b> - Parâmetro $\beta$ médio por ano acumulado da região polo sul dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico. ....	39
<b>Figura 10</b> - Parâmetro $\beta$ médio por ano acumulado da região central dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico. ....	390
<b>Figura 11</b> - Mapa mundi com as delimitações matriciais dos dados do TropFlux dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico. <b>Erro! Indicador não definido</b> .....	42
<b>Figura 12</b> - Parâmetro $\beta$ médio por ano acumulados para o Pacífico central, dados da NOAA e TropFlux. ....	45
<b>Figura 13</b> - Parâmetro $\beta$ médio diário acumulados para o Pacífico central, dados da NOAA e TropFlux. ....	46
<b>Figura 14</b> - Parâmetro $\beta$ médio diário acumulados para o Atlântico central, dados da NOAA e TropFlux.....	465

<b>Figura 15</b> - Parâmetro $\beta$ médio diário acumulados para o Índico central, dados da NOAA e TropFlux.....	466
<b>Figura 16</b> – Parâmetro $\beta$ médio diário acumulado do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux e matrizes simuladas para mesmas dimensões matriciais. ....	52
<b>Figura 17</b> – Série temporal e dos autovalores da temperatura da superfície do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux. ....	54
<b>Figura 18</b> – Série temporal da temperatura da superfície do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux, durante o período de 2007. ....	54
<b>Figura 19</b> – Série temporal anual da temperatura da superfície do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux.....	55

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Coordenadas geográficas das matrizes de dados de cada um dos oceanos analisados da National Oceanic and Atmospheric Administration(NOAA).....	24
<b>Tabela 2</b> – Dimensões das matrizes por oceano e região.....	27
<b>Tabela 3</b> - Coordenadas geográficas dos oceanos dos dados do TropFlux.....	41

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AVHRR – Advanced Very High Resolution Radiometer

ERA I – Global Atmospheric Reanalysis

ESSO/INCOIS - Indian National Centre for Ocean Information Service

IPCC – Painel Intergovernamental Sobre Mudanças Climáticas

ISCCP – International Satellite Cloud Climatology Project

NA – Sem Informações

NOAA - National Oceanic and Atmospheric Administration

ODP – Oscilação Decadal do Pacífico

TMA – Teoria da Matriz Aleatória

TSM – Temperatura da Superfície do Mar

ZCAS - Zonas de Convergência Atlântico Sul

ZCIT – Zonas de Convergência Intertropical

NWP – Previsão Numérica do Tempo

ENSO – Oscilação Sul do Pacífico

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\beta$  – Parâmetro da distribuição de Brody

$\lambda$  – Autovalor

$\Gamma$  – Distribuição Gama

$\alpha$  – Amplitude de Ruído

## SUMÁRIO

1. Introdução.....	14
2. Teoria das Matrizes Aleatórias .....	21
3. Base de Dados .....	23
4. Resultados e Discussão .....	26
4.1. Teoria das Matrizes Aleatórias Aplicada à Temperatura da Superfície dos Oceanos.....	26
4.2. Padrão de Correlação na Evolução Temporal da Temperatura da Superfície dos Oceanos.....	34
4.2.1. Região Norte dos Oceanos.....	35
4.2.2. Região Sul dos Oceanos.....	36
4.2.3. Região Polo Sul dos Oceanos.....	37
4.2.4. Região Central dos Oceanos.....	39
4.3. Análise Comparativa entre os dados da NOAA e TropFlux (Região Central) ..	41
4.4. Análise da Série Temporal e Autovalores do Oceano Pacífico.....	52
5. Conclusões.....	56
Referências Bibliográficas .....	58

## 1. Introdução

O clima da Terra é influenciado por diversos fatores, destacando-se os oceanos e sua interação com a atmosfera. De fato, os oceanos exercem uma grande interferência e desempenham uma importante função nas mudanças do cenário climático mundial (HULME, 2016). As interações que ocorrem entre o oceano e a atmosfera fazem com que as diferentes escalas da movimentação das massas de ar envolvidas na transferência de calor, variações nos padrões de transporte da umidade perturbem e interfiram na dinâmica do clima global, regional e local (PEZZI ET AL., 2016).

Segundo Arias (2008), a fragmentação da grande e única massa de água chamada de Phantalassa, que rodeava o continente Pangeia há cerca de 200 milhões de anos, deu origem a cinco oceanos: Ártico, Pacífico, Atlântico, Índico e Antártico, conforme visto na Figura 1. Nos dias atuais, a área oceânica ocupa cerca de 71% da superfície terrestre, com extensão de 361 milhões de km<sup>2</sup> (NOAA, 2017). A variabilidade das temperaturas é controlada, principalmente, pelas respostas dos oceanos às mudanças espaciais e temporais da incidência radiativa e do balanço de calor em suas camadas superficiais. O sistema de circulação das correntes oceânicas desempenha assim um papel importante na determinação do clima terrestre.

Figura 1 - Atual Divisão dos Oceanos.



Fonte: < <http://www.historiaegeografia.com/os-oceanos/mapa-mundi-com-oceanos/> >

O oceano Ártico é o menor do mundo. Com cerca de 15,5 milhões de km<sup>2</sup>, localizado no hemisfério norte é quase completamente coberto de gelo na maior parte do ano. (NOAA, 2017). Os diversos fatores que interferem individualmente no clima do Ártico, tais como latitude, temperatura, degelo, mistura de terra e água, são também importantes para os efeitos climáticos. Johannessen et al. (2004) prevêem redução da cobertura de gelo no final deste século, sendo um agente indicador da mudança do clima em altas latitudes.

Já o oceano Pacífico é o maior do planeta, com extensão de 161 milhões de km<sup>2</sup>, e recebe menor influência de massas de ar continentais devido a sua extensão (NOAA, 2017). As temperaturas oceânicas no Pacífico norte tendem a ser maiores que as do sul, porque a proporção de terra em relação as áreas marítimas é maior no hemisfério norte, além da Antártida também influenciar a temperatura das águas no sul.

Quase periodicamente, no intervalo de três a cinco anos, ocorre uma anomalia no acoplamento dos sistemas oceano e atmosfera, fenômeno chamado de El Niño oscilação sul. Este evento é associado ao aquecimento anormal das águas superficiais, devido ao enfraquecimento dos ventos alísios na região e a um maior acúmulo de águas superficiais mais quentes na porção oeste da bacia, as quais liberam uma massa de ar mais aquecida e, conseqüentemente, modificam a circulação da atmosfera e as variações nos padrões de transporte da umidade. O La Niña também é um fenômeno atmosférico oceânico que ocorre a partir do resfriamento anômalo das águas, inversa aos efeitos do El Niño e de ocorrência menos frequente (CPTEC/INPE, 2017).

O oceano Atlântico possui área de 85 milhões de km<sup>2</sup>, ocupando cerca de 23,5% da superfície terrestre (NOAA, 2017). O desmembramento da Pangea coincidiu com a abertura do oceano Atlântico, mais especificamente na área central (SELTON ET AL., 2012). O clima é influenciado pelas temperaturas das águas superficiais, correntes de águas e ventos. As temperaturas variam de acordo com a latitude, as zonas mais quentes estendem-se pelo Atlântico ao norte do equador, e as zonas mais frias estão em altas latitudes, nas regiões polares.

Geologicamente mais jovem e fisicamente mais complexo e quente, o oceano Índico se estende por mais de 10.000 km, com área de cerca de 77,5 milhões de km<sup>2</sup> (NOAA, 2017). A variabilidade climática é diferente em todas as regiões do Índico. Essa variação é devido ao sistema de vento de monções conhecido como Dipolo

Índico, que tem como principal característica temperatura fria no oeste e quente no leste. A relação entre a temperatura da superfície do mar e as monções é frequentemente caracterizado por aquecimento ou resfriamento uniforme, com máxima variação no hemisfério sul. Essas flutuações climáticas interanuais influenciam no desenvolvimento do El Niño e La Niña no oceano Pacífico (IZUMO ET AL., 2010).

O segundo menor oceano do mundo é o oceano Antártico, possuindo cerca de 22 milhões de km<sup>2</sup> (NOAA, 2017). Compreende as águas mais meridionais, geralmente tomadas as sul da latitude 60°S, circundando completamente ao redor do globo. A corrente Circumpolar Antártica é a mais longa do mundo, se move continuamente de oeste para leste, sendo o principal meio de troca de águas entre os oceanos (BARKER ET AL., 2007). Associada a esta corrente, a Convergência Antártica é a melhor definição natural da extensão norte do oceano, onde as águas frias encontram as águas mais quentes do subantártico, e as zonas associadas de mistura e ressurgência criam uma zona muito rica em nutrientes.

As análises dos fenômenos meteorológicos e suas influências na circulação atmosférica podem ser úteis para revelar a presença de padrões ao longo do tempo, além de compreender e identificar a ocorrência e frequência de eventos atípicos ao redor do planeta. A presença de um padrão em sistemas meteorológicos permite entendê-los mais claramente, sendo a temperatura da superfície do mar (TSM) um dos fatores relevantes para o estudo dessas variações climáticas.

A TSM foi historicamente uma das primeiras variáveis oceanográficas a serem medidas, sendo as importantes e rotineiras coletas a bordo dos navios Cook (1772-1775), os primeiros exemplos de dados de perfil oceanográfico registrados e preservados (AUGHTON, 2002). O estudo da temperatura dos oceanos é importante para determinar o movimento de grandes volumes de água, distribuição de organismos marinhos e climas de terras costeiras, além de desempenhar um papel significativo na variabilidade da precipitação. A TSM é de fundamental importância para o entendimento do fluxo de energia à superfície e da interação oceano-atmosfera, principal controlador e indicador da variabilidade climática (PEZZI E SOUZA, 2001). Seu detalhamento em alta resolução espacial e temporal é de grande interesse para várias áreas do conhecimento científico, como Meteorologia, Oceanografia, Ecologia e áreas afins.

A temperatura média das águas superficiais dos oceanos nos trópicos está acima de 20°C, reduzindo para 15°C nas regiões temperadas, e chegando nos limites dos polos a 3°C (TOMCZAC E GODFREY, 2000). A temperatura diminui gradativamente da linha do equador para os polos, variando até 2°C em altas latitudes, e altera-se em média 0,5° C para cada grau de latitude percorrida. Os valores apresentam variabilidade tanto na escala vertical quanto na escala horizontal. Nesta última apresentam, em geral, uma zonação latitudinal, ou seja, formam-se linhas da mesma temperatura, chamadas de isotermas.

Os fenômenos meteorológicos fazem parte de um sistema complexo e dinâmico que apresentam um fenômeno fundamental de instabilidade, ou seja, sensibilidade a ocorrência de ações e interações de forma praticamente aleatória. Diversos fatores como vento, clima, evaporação da água, temperatura, entre outros fatores podem influenciar os resultados determinísticos, e apresentarem-se instáveis mesmo que em pequenas proporções (JARDIM, 2017). A instabilidade dessas flutuações pode ocorrer ao acaso, e proporcionar resultados na prática imprevisíveis ou aleatórios. A observação contínua de um fenômeno natural pode ser utilizada para entender e descrever a dinâmica de processos meteorológicos específicos.

As pesquisas científicas têm demonstrado interesse em monitoramento, observação, análise e interpretação de eventos na natureza ao longo do tempo e no espaço geográfico, pois os atuais efeitos das mudanças climáticas globais são preocupantes. Um grande conjunto de observações oceanográficas e meteorológicas vem sendo coletados por muitos projetos e órgãos de pesquisas nacionais e internacionais, e podem ser adquiridas diretamente nos sites, tais como INMET, EMBRAPA, CPTEC/INPE, IPMET/UNESP, Agridempo, NOAA, CFSR/NCEP, INCOIS/ESSO, Weather.Org e CLIWOC.

Os trabalhos realizados por Nobre e Shukla (1996) e Venegas et al. (1997), para investigar padrões no oceano Atlântico, confirmam que as anomalias da TSM estão correlacionadas com a variabilidade da precipitação em certas regiões, ocasionando secas, aquecimentos anômalos, e chuvas demasiadas. Em outro exemplo, as mudanças de temperatura do mar no oeste da Antártica ocasionam aquecimento nas águas do Pacífico (DING ET AL.,2011). Ou ainda, pesquisas confirmam que o nível do mar no Oceano Índico Tropical Sul diminuiu, enquanto em outros lugares aumentou (HAN et al. 2010).

A análise de correlações entre variáveis climáticas em escalas temporais é importante para caracterizar os efeitos diretos e indiretos no clima de uma região, como estabilidade, influência e associações aos aspectos dinâmicos e termodinâmicos da atmosfera, que podem ajudar a compreender os mecanismos causadores de determinado evento. Trabalhos mostram que as variáveis atmosféricas exibem correlações em escala temporal e espacial, e essas correlações podem ajudar a compreender tendências climáticas a longo e curto prazo. Por exemplo, Chen e Hellstrom (1999) descrevem as características da variabilidade da temperatura, mostrando que a associação desta variável, com os efeitos climáticos, varia com o tempo e a região.

Falcão (2012) desenvolveu uma metodologia para determinar relações de causalidade entre variáveis. As medições de fluxos de elétrons provenientes do sol foram medidas por dois satélites (GOES11 e GOES12) ao longo do tempo. Foram observados parâmetros correlacionados e desvio temporal, que podem estar relacionados a influência de um parâmetro sobre o outro ao longo do tempo, ou porque se trata do mesmo fenômeno medido em locais diferentes. A métrica foi desenvolvida para detectar correlação proveniente de picos significativos em séries temporais, aparentemente não correlacionadas. A interface gráfica permitiu encontrar relações de causa e efeito a partir de vários pares de séries temporais, mostrou-se robusta para não detectar falsas correlações da mesma métrica, através do conceito de autocorreção.

O artigo de Santhanam e Patra (2001) foi uma bibliografia importante e incentivadora para este trabalho. Eles mostraram que a teoria das matrizes aleatórias (TMA) para a predição da distribuição dos autovalores tem potencial aplicação para matrizes de correlação atmosféricas. As médias mensais de variáveis de estado, de tempo e clima, como pressão, temperatura e velocidade do vento ao nível do mar apresentaram pequenas ou grandes variações de comportamentos, apropriados às classes universais para os ensembles da TMA. Os resultados apresentados mostram claramente que a distribuição dos espaços dos autovalores da pressão atmosférica do nível do oceano Atlântico, da velocidade do vento e temperatura da superfície no oceano Pacífico apresentam boa concordância com os apropriados ensembles de matrizes aleatórias. Estes resultados nos levaram à perspectiva de utilizar a TMA para investigar a variável climatológica nos demais oceanos, e se algum deles pode exibir a distribuição de espaçamentos de Poisson.

A teoria das matrizes aleatórias (TMA) trata-se de uma técnica de investigação científica, que busca verificar a universalidade entre os espectros dos autovalores e autovetores da matriz de correlação, com o objetivo de determinar o comportamento e a importância dos mesmos. Os espectros são desdobramentos dos níveis quantizados que verificam o espaçamento médio entre eles. Os espaçamentos desses espectros do sistema podem ser comparados e classificados sob o comportamento de duas distribuições, sejam elas: (i) Poisson que descreve sistemas regulares e (ii) Wigner que descreve sistemas caóticos. A distribuição de Brody propôs uma abordagem puramente fenomenológica, ela possui como parâmetro um expoente que varia gradualmente buscando algum comportamento crítico, e algum quantificador para se obter uma suave mudança entre a ordem e o caos (WIGNER, 1967).

A técnica de TMA tem sido aplicada com sucesso em diversas áreas do conhecimento. Plerou et al. (2001, 2002) identificaram a parte aleatória e não aleatória da matriz de correlação das flutuações de preços de ações, concluindo que a distribuição dos espaços dos autovalores concorda com o resultado descrito por um ensemble Gaussiano de matrizes aleatórias simétricas, do tipo ortogonal (GOE-Gaussian Orthogonal Ensemble), e também encontraram autovalores de matriz de correlação cruzada dos preços das ações que concordam com as previsões universais da TMA. Bandyopadhyay e Jalan (2007) analisaram a distribuição dos espaços dos vizinhos mais próximos em várias matrizes de conexões de redes, para estudar e quantificar a aleatoriedade através dos parâmetros de Brody.

Em outros trabalhos, Potestio et al. (2010) aplicaram as ferramentas da TMA para os conjuntos de matrizes de covariâncias obtidas no contexto biofísico. Concluíram que os modelos de dinâmica de proteínas têm um amplo alcance com a previsão universal, através da distribuição dos espaçamentos de Brody. González et al. (2017) estudaram o comportamento estatístico da dinâmica temporal da infecção pelo HIV, a fim de avaliar o comportamento das células infectadas durante a evolução da infecção, usando um conjunto de 3.620 matrizes de correlação cruzada. Um dos resultados apresenta máxima correlação na fase final da infecção, descrita pela distribuição de Brody, seguindo a distribuição dos espaços vizinhos da classe GOE. Chatterjee et al. (2018) procuraram entender a dinâmica dos processos de vibrações sísmicas através das propriedades universais da TMA.

O objetivo geral deste trabalho foi analisar a estrutura de correlação das séries da temperatura da superfície do mar, nas várias delimitações espaciais dos oceanos

Pacífico, Atlântico e Índico, no período de tempo de 35 anos, através da técnica teoria das matrizes aleatórias. Buscou-se compreender o padrão de aleatoriedade das matrizes de temperatura entre os anos de 1982 a 2016, determinar o parâmetro da distribuição de probabilidade de Brody que melhor descreve a intensidade da aleatoriedade dos dados para várias delimitações dos oceanos. Mais especificamente, analisar o comportamento da distribuição por ano acumulado nas regiões norte, central, sul e polo delimitados nos oceanos citados.

Os próximos capítulos estão estruturados da seguinte forma: no capítulo 2 será introduzido o conceito e propriedades associadas a técnica de teoria das matrizes aleatórias que será a ferramenta utilizada para analisar a temperatura da superfície dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico. No capítulo 3 será apresentado o banco de dados utilizado, bem como a estrutura das delimitações matriciais nas regiões norte, central, sul e polo dos oceanos pesquisados. Os resultados e discussão sobre a análise geral de adequação dos sistemas ao melhor ajuste das distribuições, o estudo exploratório para descrever o comportamento aleatório espacial e temporal de cada sistema oceanográfico, e investigações dos resultados serão apresentados no capítulo 4, divididos em subseções. Finalizando com as conclusões, onde serão apresentadas as considerações finais com ponderações relevantes e sugestões.

## 2. Teoria das Matrizes Aleatórias

A teoria das matrizes aleatórias (TMA) foi inicialmente utilizada por Wigner (1950) e Metha (1960) em estudos de física nuclear. O principal objetivo é proporcionar uma compreensão das diversas propriedades de matrizes com elementos definidos aleatoriamente a partir de distribuições de probabilidade.

A investigação das matrizes analisa a distribuição de espaçamentos entre autovalores consecutivos, que apresentam pontos aleatórios em um plano possivelmente correlacionados, e para inferir correlações entre os níveis deve-se considerar um ensemble de matrizes aleatórias.

A distribuição dos espaçamentos dos autovalores, obtidos a partir das diagonalizações das matrizes, cujos elementos foram gerados aleatoriamente e sujeitos a uma distribuição gaussiana. Uma das medidas estatísticas mais importantes é a distribuição dos espaçamentos entre os níveis vizinhos, pois cada sistema possui um caráter universal, descrito pela distribuição de Wigner:

$$P(s) = C s^{\beta} e^{-\alpha^2 s^2} \quad (1)$$

onde  $\alpha$  é o parâmetro fixado assumindo que o espaçamento médio seja unitário,  $C$  é a constante de normalização de  $\int_0^{\infty} ds P(s) = 1$ , e  $\beta$  caracteriza um ensemble gaussiano.

A realização é feita através da estatística das flutuações, das densidades dos autovalores, a partir da diagonalização das matrizes, cujos elementos são distribuídos aleatoriamente (BERTUOLA, 2006).

Então, seja a matriz real  $A_{ij}$  uma série temporal com  $i = 1, \dots, M$  e  $j = 1, \dots, T$ , sendo  $M$  o número de linhas ou as latitudes, e  $T$  o número de colunas ou longitudes. A matriz de correlação  $R$  é dada por:

$$R = \frac{A x A^t}{T}, \quad (2)$$

onde  $t$  é o índice que representa a transposta da matriz.

Da equação (2), calcula-se os autovalores  $\lambda_i$ , os quais são ordenados  $\lambda_1 < \dots < \lambda_n$  por tamanho, então o espaçamento entre os vizinhos mais próximos é encontrado por:

$$S_i = \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_i}{\langle \lambda_{i+1} - \lambda_i \rangle}, \quad (3)$$

sendo  $\langle \lambda_{i+1} - \lambda_i \rangle$ , média do espaçamento de todo o conjunto de autovalores.

A distribuição de Brody tem sido utilizada para descrever a estatística do nível de energia do vizinho mais próximo, possibilitando classificar a correlação do sistema em relação a sua distribuição, também descreve uma direta transição de Poisson para Wigner, representada pelo parâmetro  $\beta$  (SAKHR e NIEMINEN, 2005). Assim tem-se a descrição da distribuição:

$$P(S) = (1 + \beta) \cdot \left[ \Gamma\left(\frac{\beta+2}{\beta+1}\right) \right]^{\beta+1} \cdot s^\beta \cdot e^{-\left[ \Gamma\left(\frac{\beta+2}{\beta+1}\right) \right]^{\beta+1} \cdot s^{1+\beta}}, \quad (4)$$

onde  $\Gamma$  é a função Gama.

O parâmetro  $\beta$  é uma medida que reflete a intensidade de repulsão entre os níveis vizinhos, de valor entre 0 e 1. Quando esses espaçamentos são pequenos, não existe repulsão entre esses níveis, não havendo correlação entre eles, ou seja,  $\beta \rightarrow 0$ . E quando os espaçamentos são grandes, existe repulsão, e seus autovalores são correlacionados, e  $\beta \rightarrow 1$  (Figura 2).

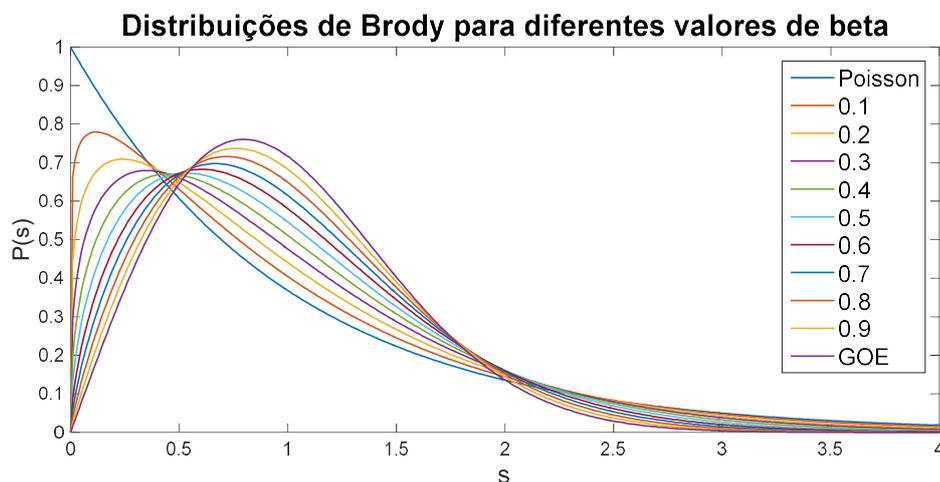
Assim quando  $\beta = 0$ , segue-se o modelo de Poisson:

$$P(s) = e^{-s}, \quad (5)$$

e se  $\beta = 1$ , tem-se o modelo de distribuição de probabilidade Gaussiana, conhecida como ensemble ortogonal Gaussiano (GOE - Gaussian Orthogonal Ensemble), que representa uma classe universal descrita por Wigner para matrizes cujos elementos tem entradas reais. Isto significa existir a máxima de correlação na estrutura do conjunto de séries temporais.

$$P(s) = \frac{\pi}{2} \cdot s \cdot e^{-\frac{\pi}{4}s^2}, \quad (6)$$

Figura 2 - Distribuição de Brody com representação do parâmetro  $\beta$  entre 0 e 1, com espaçamentos de valores 0,1.



### 3. Base de Dados

A variável de estado de interesse, temperatura da superfície do mar (TSM), foi obtida no site da NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration), que vem desde 1981 disponibilizando várias medidas oceanográficas de forma sistemática (NOAA, 2017).

A temperatura do oceano é medida considerando uma fina camada de água de aproximadamente 10 a 12 micrômetros, e capturados pelo sensor orbital Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR), instalado a bordo dos satélites da série NOAA, que calculam a TSM com os dados radiométricos na faixa do infravermelho termal do espectro eletromagnético. O produto operacional da análise da temperatura também utiliza relatórios de navios e boias para reconstruir séries históricas de TSM desde meados do século XIX.

Um mapa espacialmente de cobertura global e contínua é construído com resolução temporal diária e espacial. Os dados são obtidos pela combinação de observações de diferentes plataformas (satélites, navios e boias), corrigidos através do algoritmo de interpolação ótima para ajuste de grande escala do viés do satélite com relação aos dados in situ atracados e à deriva, e também para preencher lacunas espaciais (REYNOLDS ET AL., 2007).

A matriz completa de dados de TSM da NOAA possui espaçamento de  $0,25^\circ$  entre as coordenadas geográficas, com dimensões de 720 latitudes ou linhas com grades de  $89,875^\circ\text{N}$  a  $89,875^\circ\text{S}$ , e 1440 longitudes ou colunas matriciais com grades de  $0,125^\circ\text{E}$  a  $379,5^\circ\text{O}$ . As dimensões das matrizes foram convenientemente selecionadas como pode ser visto na Tabela 1, de modo que evitasse o menor número de lacunas, ou seja, caselas sem informações, agregando a maior representatividade dos dados nas áreas delimitadas.

As zonas térmicas foram utilizadas como guias para delimitar as matrizes espaciais da TSM nos oceanos. As regiões norte e sul em relação as zonas temperadas, entre os círculos polares Ártico e Antártico e os trópicos de Câncer e Capricórnio. Já as zonas entre os trópicos que definem a região tropical do planeta foram delimitadas a área oceanográfica central. E as regiões do polo sul geográfico são limitadas pelo círculo polar Antártico. A Figura 2 mostra as delimitações das matrizes trabalhadas nesta pesquisa, no espaço geográfico. As lacunas nas matrizes

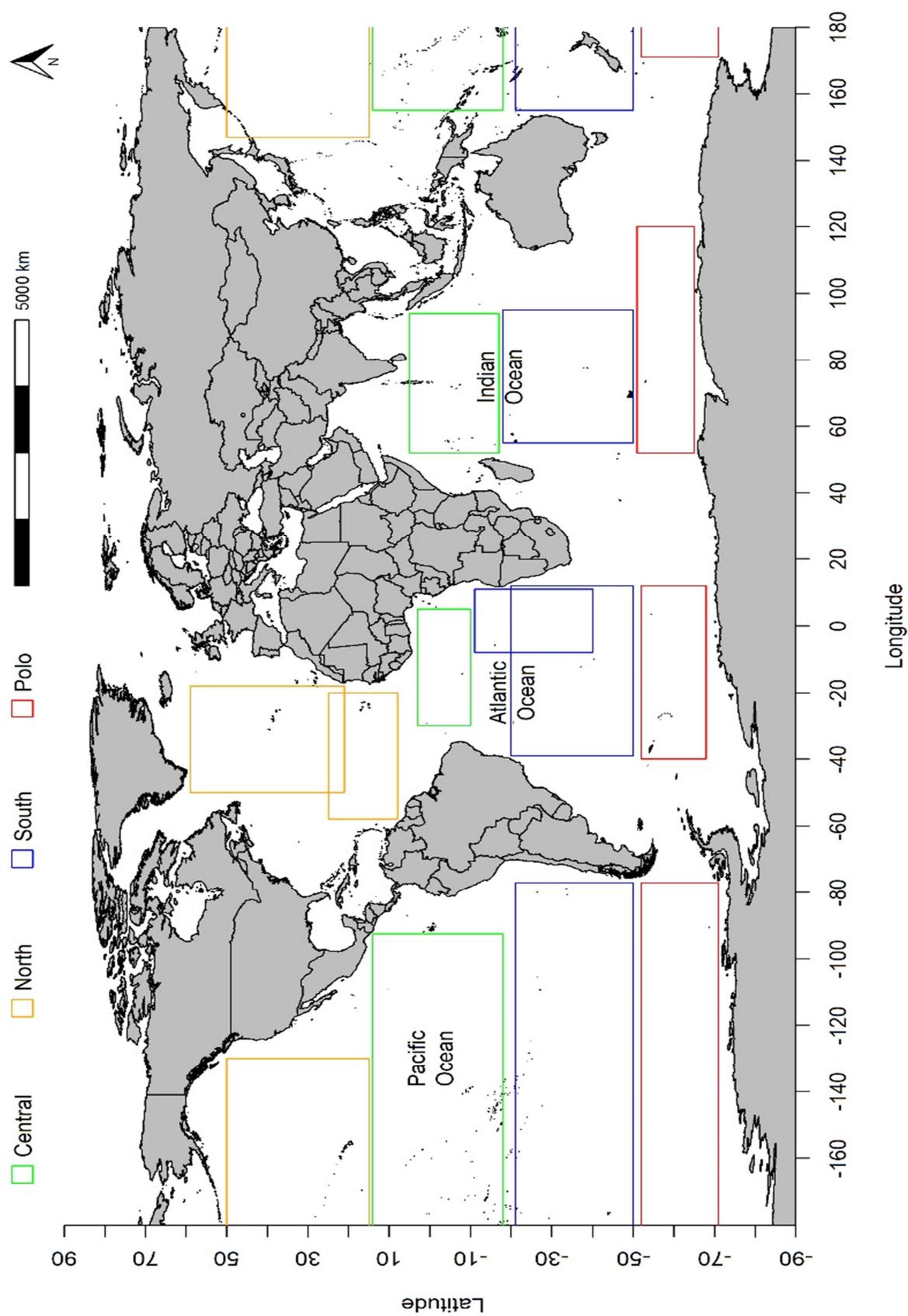
definidas por NA, onde não existem informações, são localidades de ilhas, por isso foram substituídas pela média dos valores próximos (Little e Rubin, 2002).

Tabela 1 - Coordenadas geográficas das matrizes de dados de cada um dos oceanos analisados da National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA).

Oceanos	latitude	longitude
Pacífico Norte	(50,875° N; 15,125° N)	(229,875° O; 145,375° E)
Atlântico Norte	(59,625° N; 20,125° N)	(307,375° O; 342,875° O)
Atlântico Tropical Norte	(25,875° N; 8,625° N)	(299,625° O; 325,125° O)
Pacífico Central	(15,625° N; 15,875° S)	(266,625° O; 152,375° E)
Atlântico Central	(4,125° N; 10,875° N)	(325,375° O; 8,875° E)
Índico Central	(5,875° N; 15,875° S)	(50,625° E; 95,125° E)
Pacífico Sul	(50,875° S; 20,125° S)	(284,375° O; 153,625° E)
Atlântico Sul	(11,375° S; 40,125° S)	(342,875° O; 11,625° E)
Atlântico Tropical Sul	(20,125° S; 50,875° S)	(319,875° O; 13,125° E)
Índico Sul	(15,875° S; 50,875° S)	(50,625° E; 94,875° E)
Pacífico Polo	(51,125° S; 71,625° S)	(284,625° O; 170,875° E)
Atlântico Polo	(51,125° S; 69,875° S)	(319,875° O; 13,125° E)
Índico Polo	(50,125° S; 65,625° S)	(49,875° E; 120,125° E)

O software R Core Team 2017 é um programa gratuito que usa linguagem de programação para gráficos e cálculos estatísticos, sendo utilizado nesta pesquisa para confeccionar os resultados (R Core Team, 2017).

Figura 3 – Mapa mundi com as delimitações matriciais dos dados da NOAA dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.



## 4. Resultados e Discussão

Os resultados serão apresentados em subseções, cada uma com um título apropriado, para análises gerais na primeira, e em seguida investigações mais detalhadas, sobre o mesmo conjunto de dados diários, entre os anos de 1982 a 2016, totalizando 18.784 matrizes da temperatura da superfície dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico, nas delimitações das regiões norte, central, sul e polo, através da técnica de teoria das matrizes aleatórias.

### 4.1. Teoria das Matrizes Aleatórias Aplicada à Temperatura da Superfície dos Oceanos

A técnica da teoria das matrizes aleatórias foi utilizada para analisar o comportamento geral da distribuição dos espaçamentos dos autovalores nas regiões norte, central, sul e polo dos oceanos, durante os 35 anos de observação.

A distribuição de Brody foi utilizada para descrever esse comportamento, através do parâmetro  $\beta$  utilizado para classificar a intensidade das interações dos sistemas de autovalores nas matrizes. Quando os espaços são pequenos, na maioria iguais, significa que não existe interação entre esses valores, portanto não há correlação entre os autovalores, então espera-se que siga a distribuição de Poisson. Com espaços maiores e um dependendo do outro, significa existir interação e correlação entre os autovalores, assim estão mais próximos da distribuição GOE, ou seja, exibem mais aleatoriedade na estrutura das matrizes de temperatura.

Os gráficos nas Figuras 3, 4 e 5 apresentam a distribuição dos espaçamentos entre os autovalores vizinhos mais próximos. Os pontos coloridos são alguns espaçamentos plotados dentre todo o conjunto, que são representados pelas respectivas probabilidades na distribuição. A quantidade de pontos depende do tamanho de cada conjunto de matrizes e, por sua vez, as dimensões das matrizes dependem da região e do oceano. A Tabela 2 mostra o número de linhas e colunas de cada matriz baseadas nas latitudes e longitudes.

Tabela 2 – Dimensões das matrizes por oceano e região.

Região	Norte	Central	Sul	Polo
Pacífico	144x399	127x458	124x524	83x456
Atlântico	159x143	61x175	124x214	76x214
Índico	-	88x179	141x178	63x282

Nota: Atlântico: Tropical Norte 70x123 e Tropical Sul 116x116

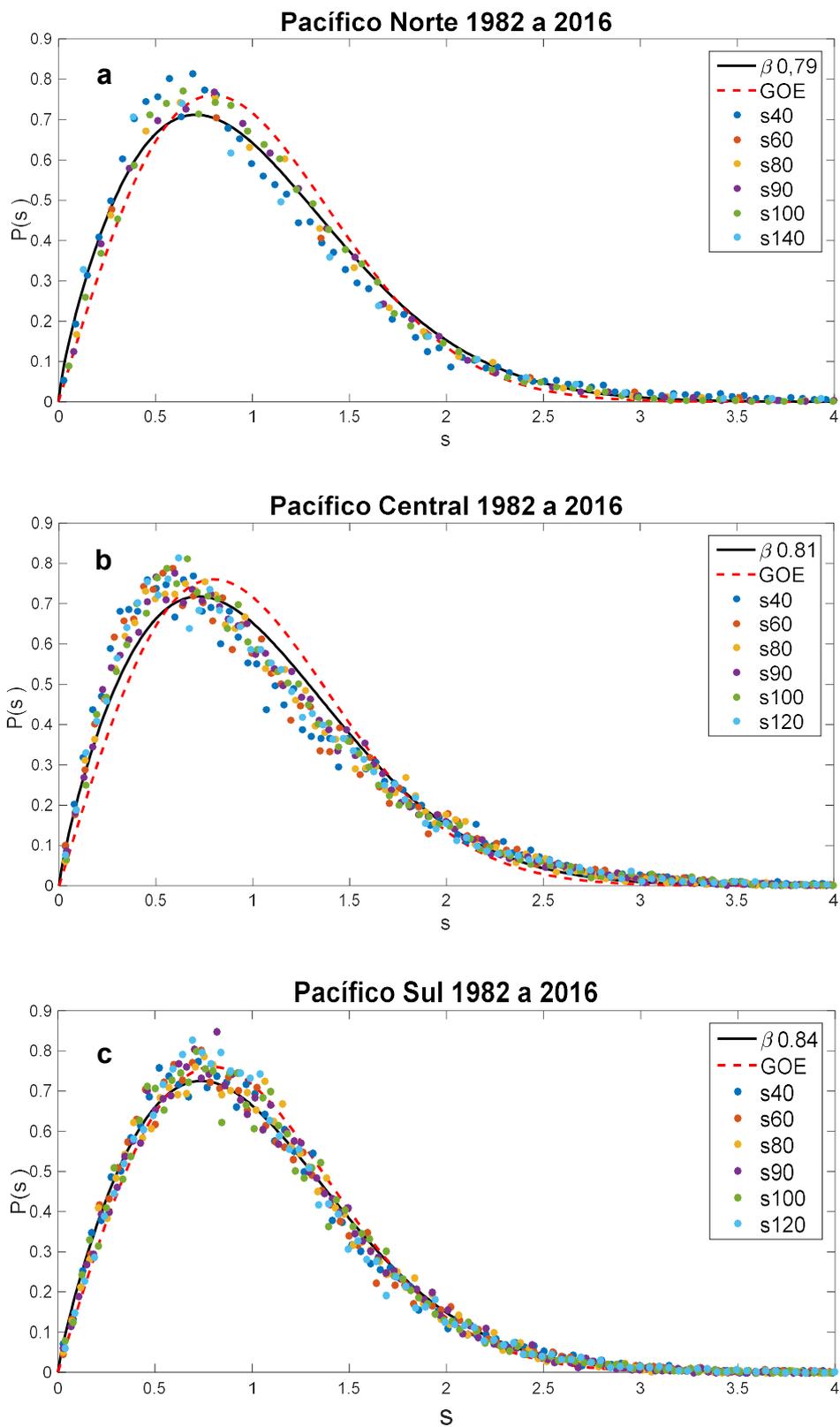
A curva preta representa o melhor ajuste do parâmetro  $\beta$  para cada um dos sistemas, e a curva pontilhada vermelha é a representação da classe GOE, que foi utilizada para comparar o quanto o conjunto desvia dela. Observa-se que, em geral, todos concordam com a predição de TMA.

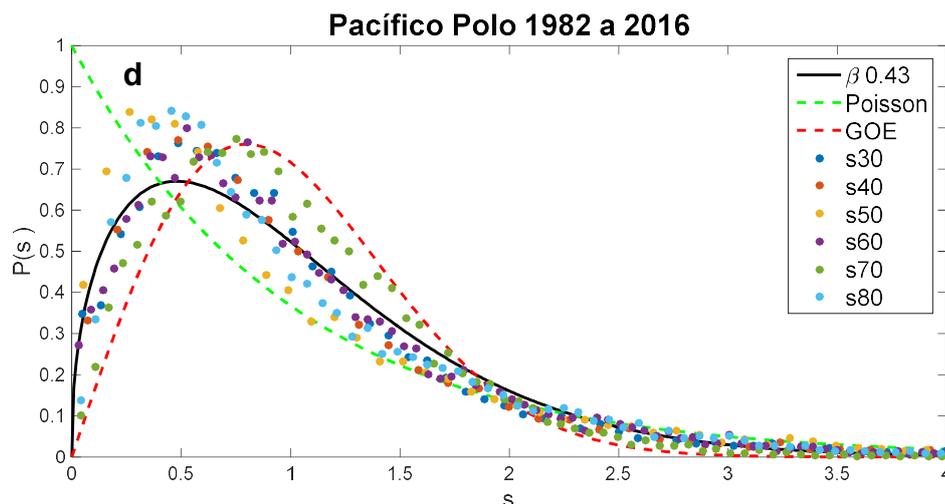
Os gráficos na Figura 4 apresentam os valores de  $\beta$  para os conjuntos de matrizes do oceano Pacífico nas regiões como sendo: (a) norte ( $\beta = 0,79$ ), (b) central ( $\beta = 0,81$ ), (c) sul ( $\beta = 0,84$ ), e (d) polo ( $\beta = 0,43$ ). Os valores são distintos para cada sistema de matrizes oceanográficas.

As regiões norte, central e sul apresentam valores próximos, dentre estas, o sul apresenta o maior valor do parâmetro  $\beta$ . Isto significa que este sistema é o menos estável, pois apresenta a maior correlação entre os espaços de autovalores, conseqüentemente a maior variabilidade de observações de TSM, tornando o sistema mais aleatório. Em seguida as regiões central e norte, sendo que a norte necessita de um maior tempo acumulado de informações para tender a distribuição GOE. A utilização da classe universal GOE da TMA mostrou-se eficiente para ajustar os espaçamentos dos autovalores de cada destes sistemas.

Já o polo apresentou uma redução significativa no valor representativo do sistema, mostrou uma transição de classe, que se aproxima mais da distribuição de Poisson, demonstrada pela curva verde. Os conjuntos de autovalores desta região perdem uma quantidade significativa de correlação, esta série apresenta menor variabilidade espaço temporal dos valores de temperatura.

Figura 4 - Distribuição dos espaços dos autovalores vizinhos para o oceano Pacífico.





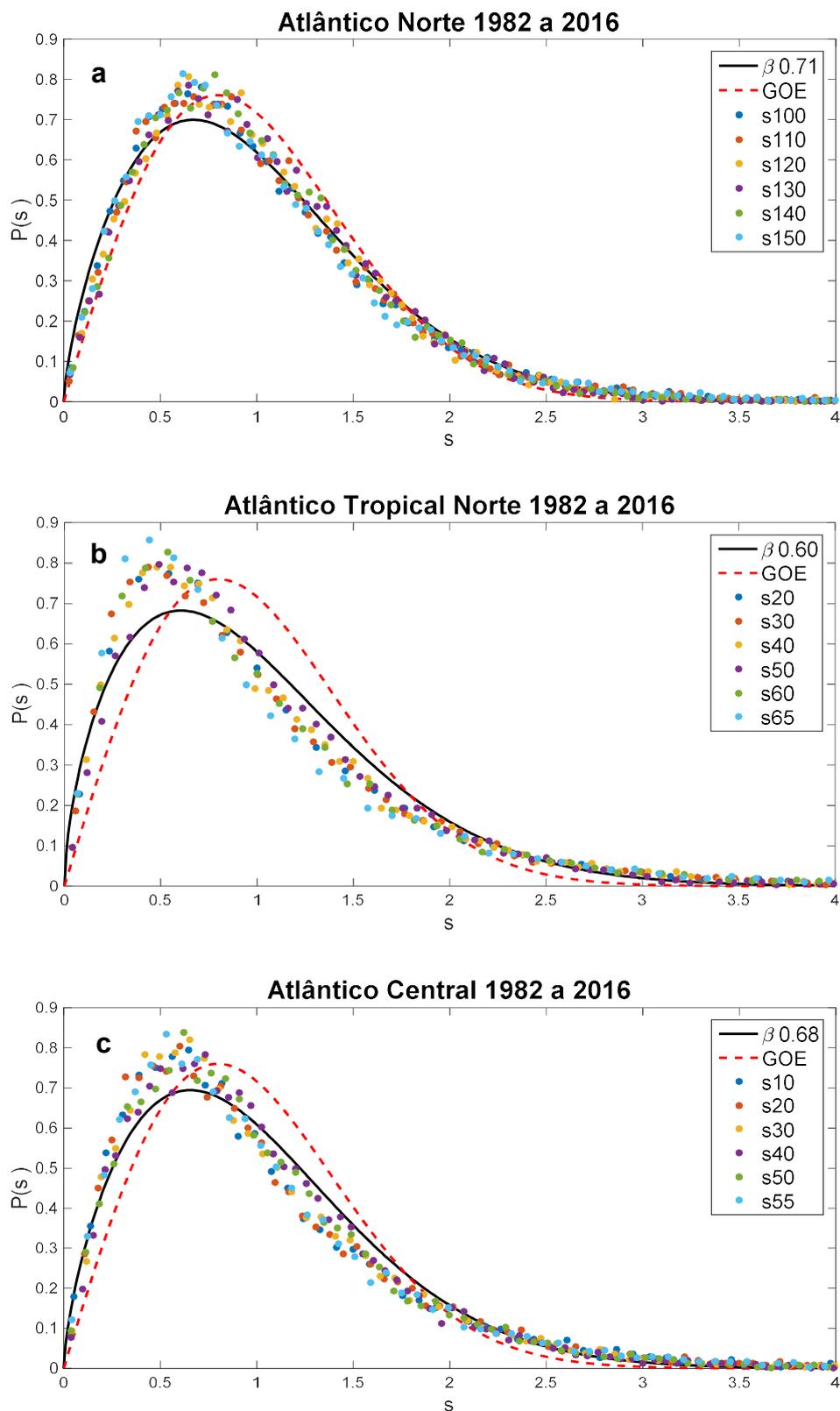
O oceano Atlântico foi delimitado em várias áreas devido a estreita área oceanográfica na região central, para poder representar da melhor forma a zona intertropical, sem conter áreas com terras continentais nos retângulos matriciais. Esta região representa um importante sistema meteorológico que atua nos trópicos, sendo essencial uma representação diversificada desta área.

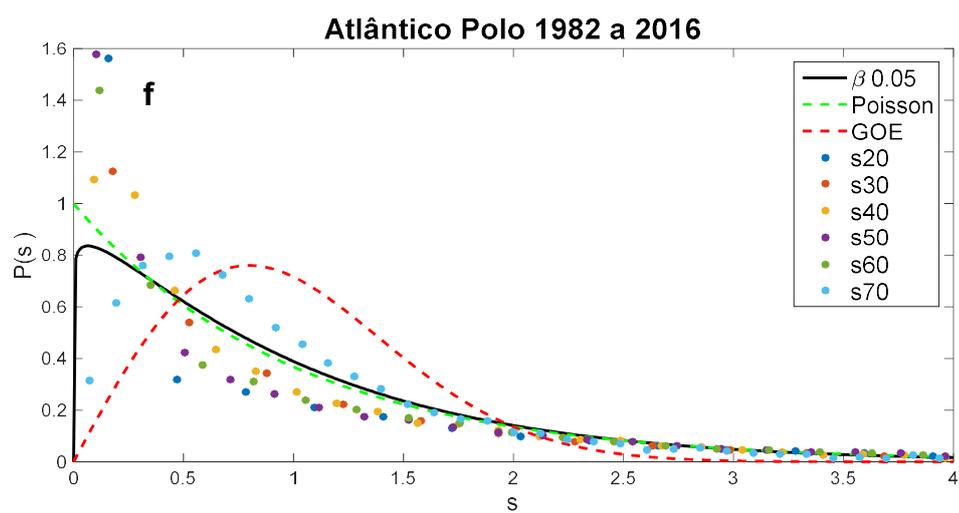
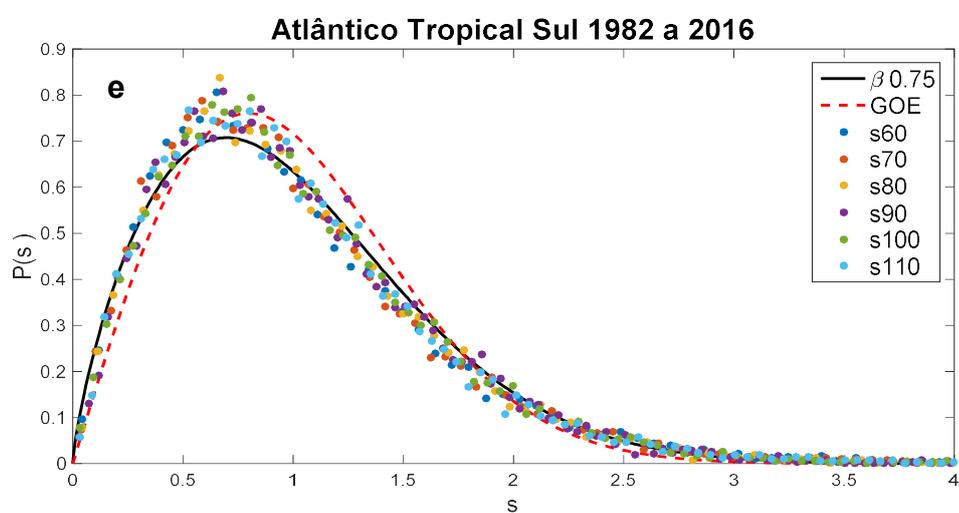
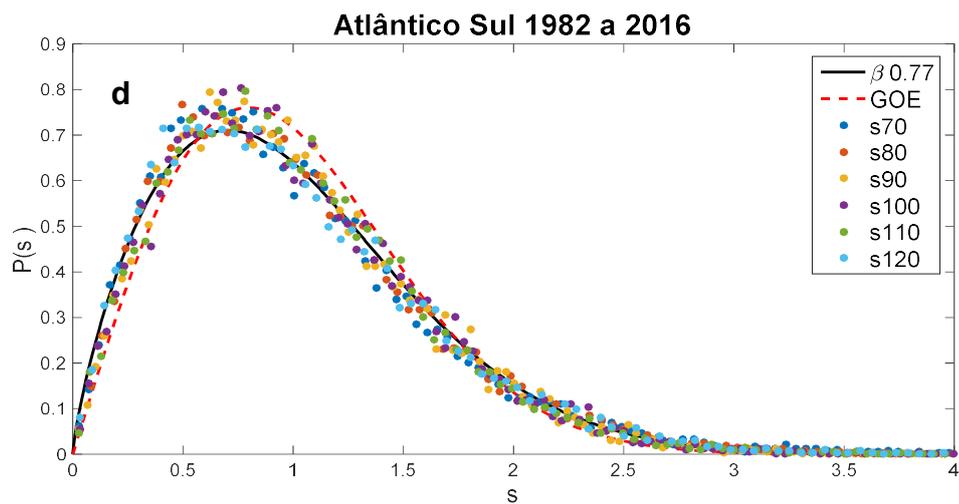
Os valores de  $\beta$  para os conjuntos de matrizes do oceano Atlântico nas regiões foram: (a) norte ( $\beta = 0,71$ ), (b) tropical norte ( $\beta = 0,60$ ), (c) central ( $\beta = 0,68$ ), (d) sul ( $\beta = 0,77$ ), (e) tropical sul ( $\beta = 0,75$ ) e (f) polo ( $\beta = 0,05$ ) (Fig. 5). As regiões têm o próprio valor de  $\beta$  representativo do sistema, diferenciando cada um deles. Os melhores ajustes e proximidade da distribuição GOE são para as delimitações do sul, apresentando o sistema mais caótico e sensíveis a perturbações, fato ocorrido também no Pacífico.

O resultado da área denominada tropical norte assemelha-se com a da região central, sem representação de áreas intrínsecas entre elas, e a simplesmente norte semelhante ao sul, ambas distantes da região que representa a zona intertropical. Já a delimitação tropical sul apresentou o valor do parâmetro  $\beta$  muito próximo do sistema ao qual ele apresenta área em comum, o sul.

A região do polo segue literalmente a distribuição de Poisson, o ajuste dos espaçamentos bem próximo da curva verde que representa esta distribuição, esse sistema é determinístico, ou seja, não é sensível a ocorrência de eventos. As mudanças nos valores da temperatura não se propagam para os outros, apresentando estabilidade durante todo o percurso de tempo.

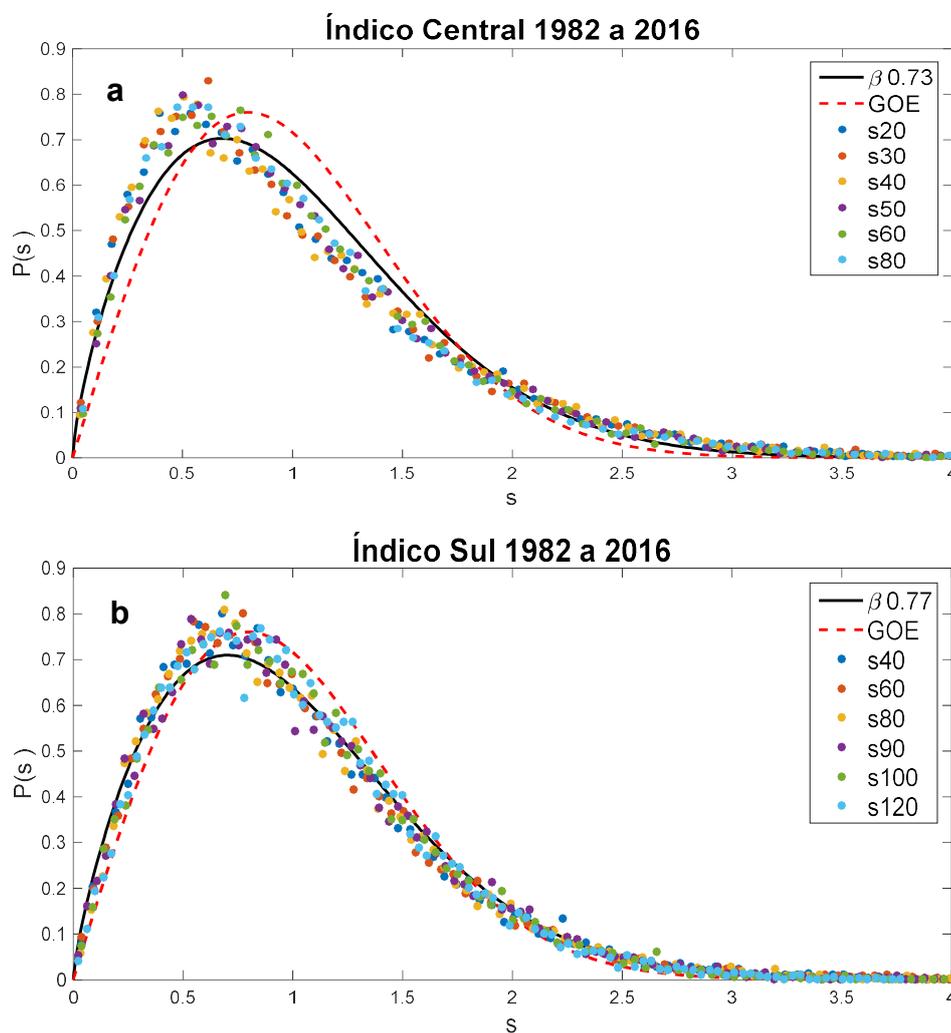
Figura 5 - Distribuição dos espaços dos autovalores vizinhos para o oceano Atlântico.

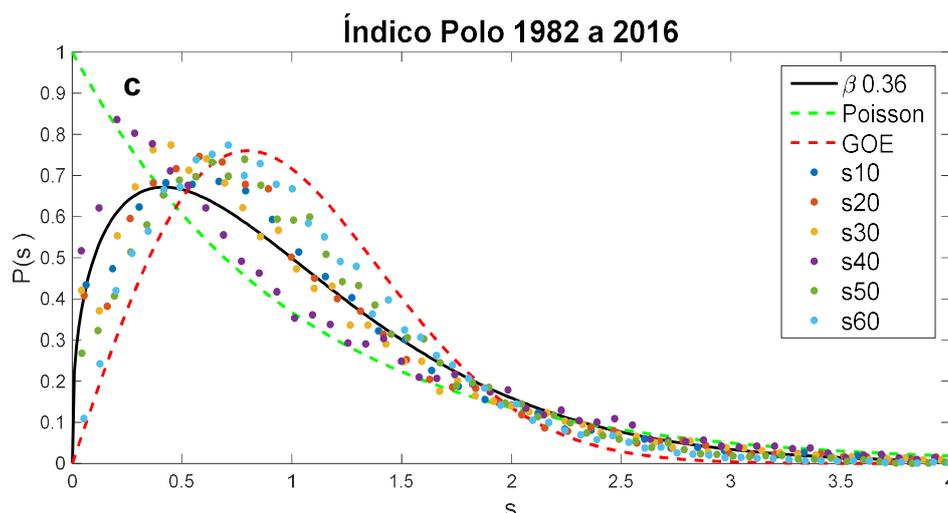




As representações dos ajustes para os parâmetros dos conjuntos de matrizes nas regiões do oceano Índico na Figura 6 foram: (a) central ( $\beta = 0,73$ ), (b) sul ( $\beta = 0,76$ ), e (c) polo ( $\beta = 0,36$ ). A região sul é o sistema deste oceano que mostra melhor aproximação à curva GOE, assim como os oceanos Pacífico e Atlântico. A região central afasta-se um pouco desta distribuição. A área do polo apresenta uma curva diferente das demais, apresentando o ajuste mais próximo da distribuição de Poisson, muito parecido com o resultado do oceano Pacífico na mesma região.

Figura 6 - Distribuição dos espaços dos autovalores vizinhos para o oceano Índico.





A universalidade observada em todos os conjuntos de matrizes de TSM para os oceanos podem ser estudadas através da técnica de TMA, baseando-se na aleatoriedade presente em cada sistema. A aleatoriedade é importante para determinar o nível de interação dos autovalores nesses sistemas complexos, consequentemente a correlação entre estes valores.

As matrizes delimitadas ao norte para os oceanos Pacífico e Atlântico apresentaram comportamentos parecidos, sendo o tropical Atlântico mais semelhante ao sistema central deste oceano. A região norte oceânica é mais fechada geograficamente entre os continentes, sofre influência das águas frias do polo Ártico, portanto passível de quantificar certa aleatoriedade nestes sistemas, por apresentarem dinâmica caótica.

Os sistemas oceanográficos mais caóticos são representados pelas regiões delimitadas ao sul. O oceano Pacífico se destaca por apresentar mais aleatoriedade dentre as demais, e melhor ajuste para a classe universal GOE descrita pela distribuição de Brody. Eventos importantes e muito pesquisados ocorrem na área central deste oceano, como El Niño e La Niña que também influenciam nas temperaturas das águas do Atlântico e Índico. Estas regiões são mais abertas e afastadas das massas continentais, com isso são mais suscetíveis a variações nos valores das temperaturas.

A área central dos oceanos representados pelos parâmetros de  $\beta$  indicam que eles tendem a ter uma dinâmica menos acentuada em comparação com a região sul. A zona intertropical está estritamente relacionada a temperatura superficial das águas, região que sofre muita interferência, devido ao encontro das correntes do norte e do

sul, e da grande faixa de nuvens que circunda o globo próximo ao equador, a localização dessa zona varia muito com o tempo. Sendo assim, a diferença entre esses valores é mais visível no Atlântico desta região, talvez devido a sua menor representatividade matricial em comparação ao Pacífico e Índico.

Os oceanos Pacífico e Índico na região do polo apresentam uma transição do valor do parâmetro beta, afastando-se da curva ajustada pela distribuição de Poisson. Estes oceanos merecem um estudo mais detalhado das ocorrências, para identificar o motivo de estarem divergindo de um sistema determinístico. Já o Atlântico apresentou um sistema completamente determinístico, sem variações nos valores, ajustando-se à distribuição de Poisson.

Estes resultados complementam o resultado encontrado por Santhanam e Patra (2001), os autores utilizaram matrizes da TSM do Pacífico Equatorial, área intrínseca a utilizada neste trabalho, onde não foram apresentadas as análises, apenas concluíram que concordam com a distribuição GOE. As estatísticas dos autovalores da variável TSM nas regiões norte, central e sul dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico são modeladas pela classe universal GOE da teoria das matrizes aleatórias. Este trabalho mostra que é possível matrizes de correlação atmosférica exibirem a distribuição de Poisson, nas delimitações do polo nos oceanos estudados, respondendo ao questionamento deixado pelos autores citados acima.

#### 4.2. Padrões de Correlação na Evolução Temporal da Temperatura da Superfície dos Oceanos

Os resultados nesta subseção serão avaliados os valores dos parâmetros ( $\beta$ ) por ano acumulado, entre os anos de 1982 a 2016, para mostrar com mais detalhes os valores ao longo destes anos. Este valor será descrito pela distribuição de Brody, que está relacionado ao nível de simetria de aleatoriedade nas interações dos autovalores referente aos dados de temperatura da superfície, em todas as áreas delimitadas ao norte, central, sul e polo, para os oceanos Pacífico, Atlântico e Índico. Este valor transita entre a distribuição de Poisson e a classe universal GOE, ou seja,  $0 \leq \beta \leq 1$ , que representa um sistema totalmente determinístico e o outro completamente caótico.

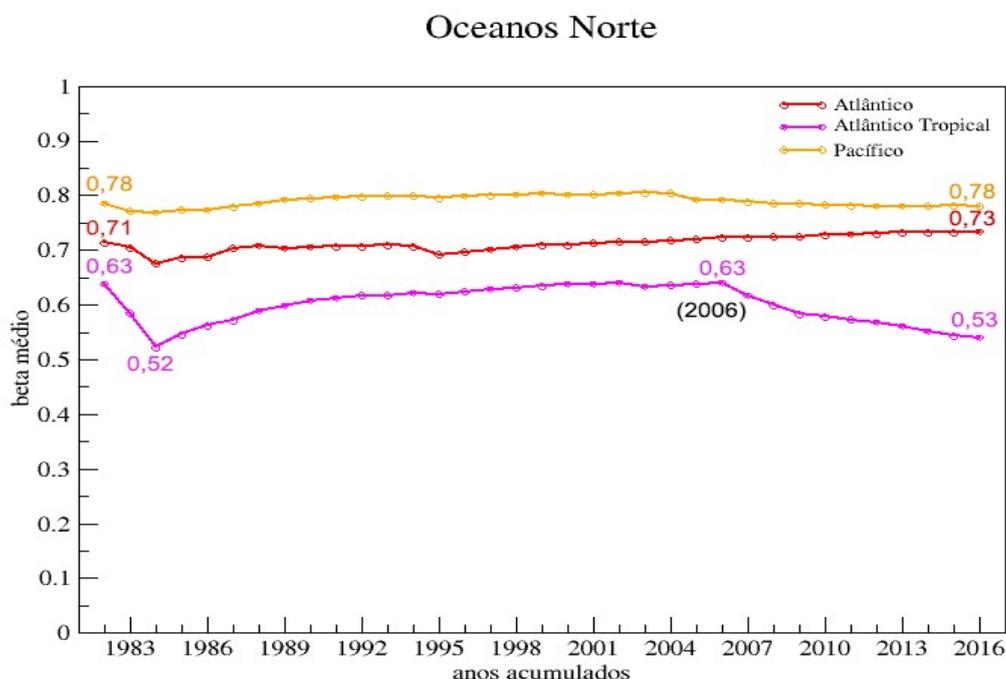
### 4.2.1. Região Norte dos Oceanos

As delimitações da região norte dos oceanos na Figura 7 apresentam o comportamento dos ensembles de matrizes de temperatura, quase constantes com pequenas variações nos parâmetros representados por  $\beta$ . Os valores são próximos, mas capazes de distinguir cada sistema oceanográfico nesta região.

A área do Atlântico tropical norte é uma área mais restrita, com menor dimensão das matrizes, e abrange área próxima ao equador, este apresenta uma instabilidade nos três anos iniciais e queda nos valores de  $\beta$  a partir de 2006, diferente do norte deste mesmo oceano, que é constante e exibe valores mais altos.

O Pacífico apresenta-se mais estável em relação aos valores de  $\beta$ , contudo os menores valores aparecem nos primeiros anos até 1984 voltando a estabilidade a partir de 2005. Este oceano apresenta a maior correlação entre os autovalores, ou seja, apresenta alguma forma de aleatoriedade na estrutura de matrizes, são mais instáveis a ocorrência de eventos.

Figura 7 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulado da região norte dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.



Nota: Tamanho das Matrizes dos oceanos ao norte, linha x coluna: Pacífico 144x399, Atlântico Tropical 70x103 e Atlântico 159x143.

#### 4.2.2. Região Sul dos Oceanos

Os resultados apresentados na Figura 8 referentes as delimitações das matrizes ao sul dos oceanos mostram semelhança entre os comportamentos dos parâmetros do Atlântico e Índico, bem diferente dos valores constantes ocorridos no Pacífico.

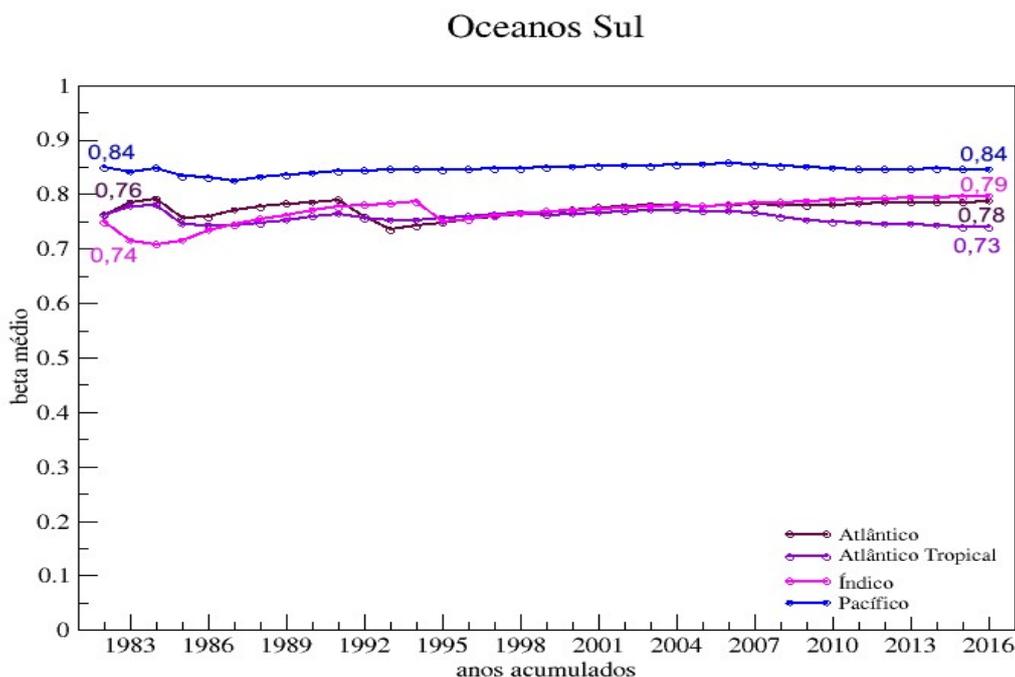
Os sistemas do Atlântico e Índico não conseguem se distinguir, nota-se uma instabilidade nos valores do parâmetro  $\beta$  nos anos iniciais até 1995, e a partir deste ano estabilidade e igualdade entre todos eles, até praticamente 2006. Apenas o Atlântico tropical sul apresenta mudanças para valores menores a partir de 2006, ressalta-se a proximidade desta delimitação ao equador.

No Pacífico assim como nas delimitações ao norte é o oceano que apresenta maiores valores de  $\beta$ , com isto se diferencia dos demais. Nele ocorrem mais interações entre os autovalores das matrizes, ou seja, é o sistema mais sensível às ocorrências de eventos. Por exemplo, o giro do Pacífico sul faz parte do maior sistema de correntes oceânicas, existem cinco zonas climáticas diferentes, que ocasionam temperaturas bastante distintas em cada uma dessas regiões. Lugar onde uma série de eventos oceânicos ocorrem, como por exemplo o El Niño, que é um caso de variabilidade interanual do clima. Estes fatos fazem com que o Pacífico seja o sistema oceanográfico mais caótico, pois os autovalores são fortemente correlacionados entre eles, o que significa existir alguma forma de aleatoriedade nas matrizes de temperatura. Este grau de irregularidade na estrutura identifica correlações ao longo do tempo, importante para a robustez do sistema.

O trabalho de Reynolds (1988) avalia a qualidade das observações ao misturar dados in situ e de satélite, por existir uma preocupação na acurácia dos dados de TSM, especialmente no Pacífico ocidental, por causa do diagnóstico e predições do fenômeno ENSO (Oscilação Sul do Pacífico). O autor afirma que os dados de satélites são mais precisos, devido a superior cobertura espacial, principalmente onde as coletas de dados in situ são escassas, sendo que isto ocorre com maior frequência no hemisfério sul. Sendo assim, a melhor e maior cobertura de dados in situ ocorre no hemisfério norte. Os resultados para as séries temporais das anomalias de TSM dos dados in situ e misturados (satélite e in situ) deste trabalho citado mostram-se quase idênticos no hemisfério sul do Pacífico. Isto pode tratar-se de uma explicação para as análises de TMA ao sul serem as mais homogêneas nos resultados, pois não existe

muita junção de dados, isso pode interferir na diminuição de desvios temporal e espacial, e menores valores nas análises realizadas ao norte, devido aos diferentes tipos de coletas.

Figura 8 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulado da região sul dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.



Nota: Tamanho das Matrizes dos oceanos na região sul, linha x coluna: Pacífico 124x524, Atlântico Tropical 116x116, Atlântico 124x214 e Índico 141x524.

#### 4.2.3. Região do Polo Sul dos Oceanos

As medidas de TSM na região do polo sul nos oceanos são obtidas através da estimação dos dados de concentração do gelo, próximas às margens do gelo marginal, onde nessas zonas os dados são escassos, portanto propensos a vieses e inconsistências. Segundo Reynolds e Marisco (1992), as observações in situ são escassas por causa dos perigos da navegação, e as observações de satélite devido à cobertura de nuvens, e ainda existem diferenças nas medições noturnas e diurnas.

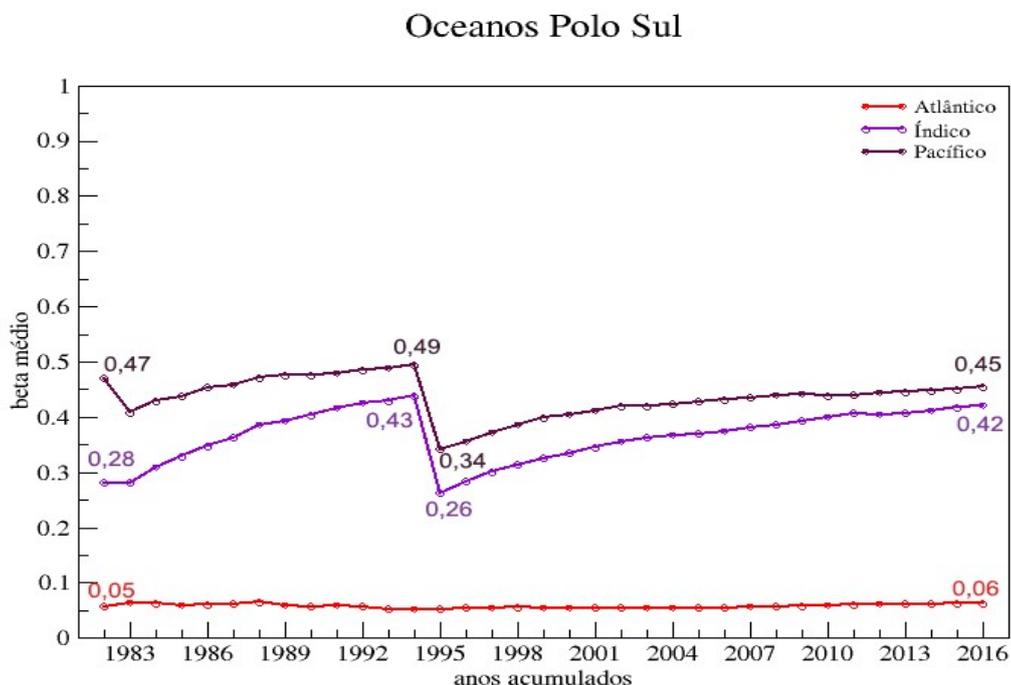
As delimitações matriciais dos oceanos Pacífico e Índico apresentam o mesmo comportamento nos valores do parâmetro  $\beta$  na Figura 9, não seguem literalmente a

distribuição de Poisson, mas é desta que melhor se aproxima, enquanto para o Atlântico o sistema é completamente homogêneo apresentando características bem peculiares desta distribuição. Os polos são definidos como ponto meridional dos eixos de rotação da terra, no entanto esses eixos estão sujeitos a pequenas oscilações, ou seja, os eventos existentes nesses sistemas seguem um mesmo padrão, sendo determinísticos.

As regiões nos polos entre 60°N e 60° S foram selecionadas por Reynolds et al. (2002) para minimizar o impacto da camada de gelo, já que os dados não estão disponíveis para todas as partes do globo. A correção de viés de interpolação ótima deixou erros residuais na década de 1990, então melhorias foram realizadas a partir de 1998, com a nova versão do algoritmo para converter a concentração do gelo do mar em TSM. Bromwich et al. (2013), também corrigiram e preencheram as lacunas de um conjunto de dados globais no centro oeste da Antártica ocidental, através da reanálise e interpolação espacial.

Os valores do parâmetro  $\beta$  no ano de 1995 foram reduzidos para os oceanos Pacífico e Índico, depois de uma crescente variação, permanecendo estáveis a partir de 2001, as explicações de correções no algoritmo que estima a TSM pode ter afetado este padrão. Reynolds et al. (2007) afirmam que houve uma mudança de amplitude sazonal após 1991, com vários saltos temporários em 1995-1996 nos conjuntos de dados de gelo marinho. Então essa redução de valor parece ter sido interferência metodológica, e não uma perturbação de um fenômeno natural. Neste mesmo trabalho o autor afirma que os dados do projeto Pathfinder AVHRR começaram em janeiro de 1985, este fato pode ser explicativo para a instabilidade inicial dos primeiros valores visto nas regiões analisadas.

Figura 9 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulado do polo sul nos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.



Nota: Tamanho das Matrizes dos oceanos na região sul, linha x coluna: Pacífico 83x456, Atlântico 76x124 e Índico 63x282.

#### 4.2.4. Região Central dos Oceanos

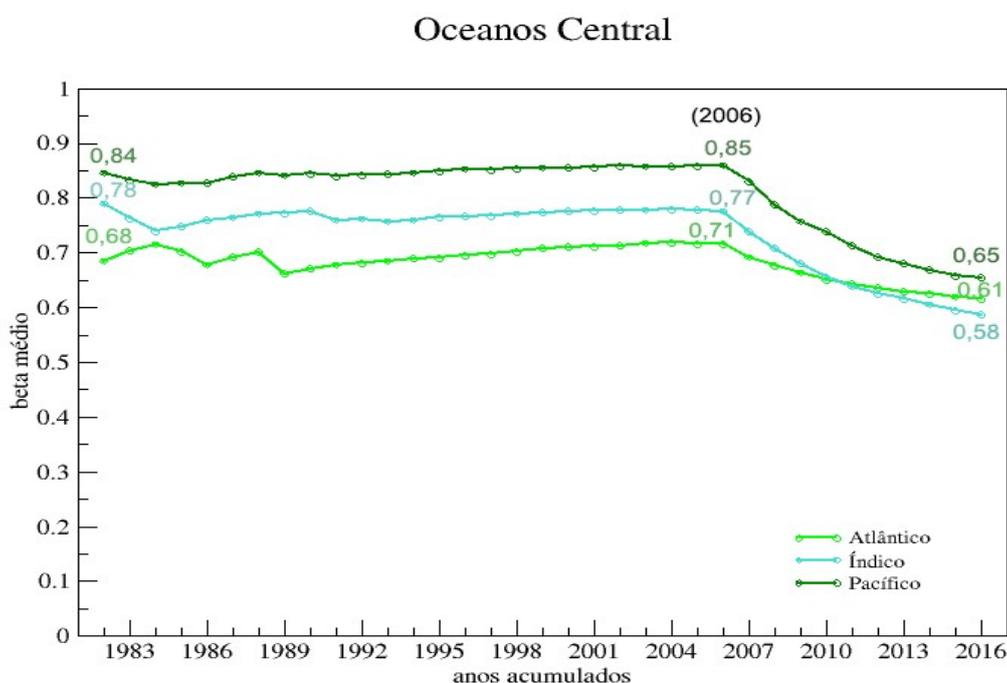
A Figura 10 mostra os resultados obtidos para as matrizes de temperatura da superfície nas delimitações dos oceanos próximas ao equador, denominada região central, cada sistema tem seu próprio valor do parâmetro  $\beta$  definido, então consegue-se facilmente distingui-las.

Inicialmente, assim como nas outras regiões já analisadas, os valores não são estáveis, um fato que pode explicar esta instabilidade é que o satélite de infravermelho usou dados do conjunto Pathfinder em 1985, por concordar melhor com os dados in situ, segundo Reynolds et al. (2007). A estabilidade nos valores permanece até 2006 sem muitas flutuações, a partir deste ano uma queda de tendência no comportamento dos valores de  $\beta$  ocorre nos três oceanos. Novamente o Pacífico apresenta um sistema oceanográfico caótico, com as temperaturas mais imprevisíveis na evolução do tempo.

Na região central ocorre um evento estritamente relacionado à TSM, geralmente situada próximas as altas temperaturas, sendo um dos mais importantes sistemas meteorológicos que atua nos trópicos. A Zona de Convergência Intertropical (ZCIT) é área que circunda a Terra, próxima a linha do equador, onde as correntes de ar vindas do hemisfério norte e sul se encontram e interagem. Esta região é marcada por interações de características atmosféricas e oceânicas essencial para determinar diferentes condições de tempo e de clima em diversas áreas da região tropical (FERREIRA, 1996).

Portanto, há necessidade de mais investigações para melhor explicar esta mudança de comportamento no parâmetro analisado. A perda de correlação entre os autovalores das matrizes de TSM pode ter sido por algum evento natural oceanográfico, ou interferência artificial no conjunto de observações. Nas próximas subseções serão apresentadas as análises para identificar essa ocorrência na região central dos oceanos.

Figura 10 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulado da região central dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.



Nota: Tamanho das Matrizes dos oceanos na região central, linha x coluna: Pacífico 127x458, Atlântico 61x175 e Índico 88x179.

### 4.3. Análise comparativa entre os dados da NOAA e TropFlux (Região Central)

Devido à grande importância da região central dos oceanos, o conjunto de dados TropFlux será utilizado aplicando a mesma técnica de TMA no mesmo período de tempo, para os oceanos Pacífico, Atlântico e Índico, com o objetivo de comparar os resultados, e procurar explicar o efeito de mudança nos valores do parâmetro  $\beta$ , nessa região observada a partir das análises dos dados da NOAA.

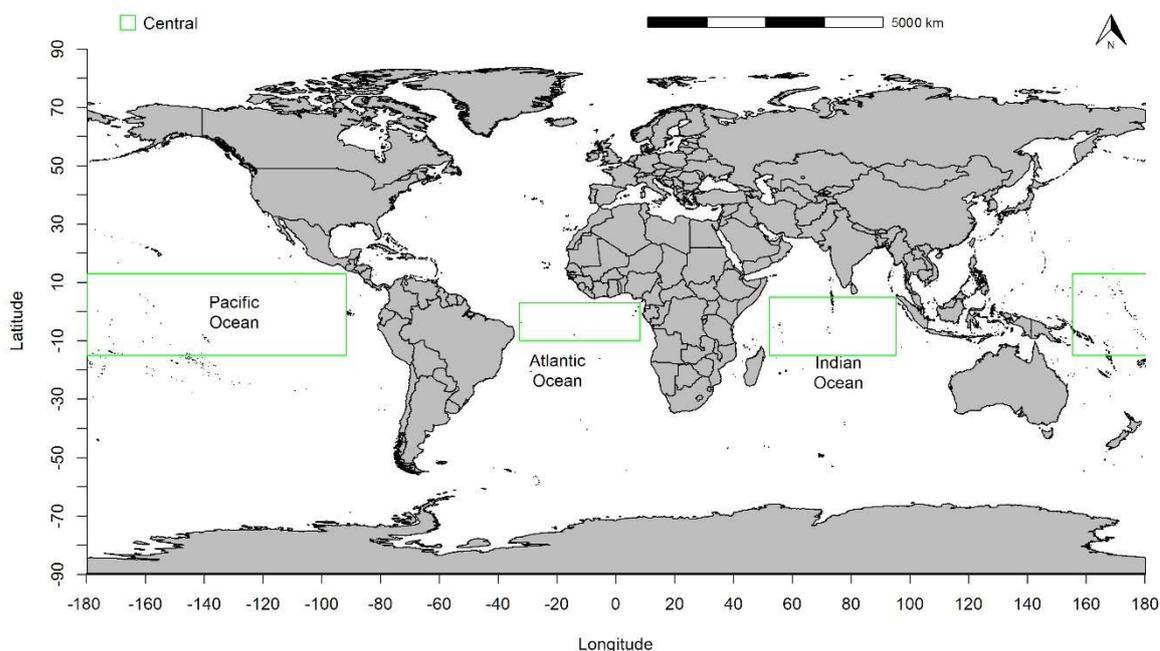
Os dados do site Indian National Centre for Ocean Information Services (ESSO-INCOIS, 2017) foram utilizados para comparação e melhor compreensão dos anteriores. No entanto, como este banco de dados está limitado a uma região mais central dos oceanos, no domínio espacial de 30°N a 30°S, as comparações dos resultados entre os dois bancos de dados se restringiram a estes limites. Estes dados apresentam resolução de 1°, e temporal diário no período de 1979 até os dias atuais (ESSO, 2017). Os dados TropFlux são produzidos em colaboração entre Laboratoire d’Océanographie: Expérimentation et Approches Numériques (LOCEAN), Instituto Pierre Simon Laplace (IPSL), Instituto Nacional de Oceanografia/CSIR (NIO) e apoiado pelo Institute de Recherche pour le Développement (IRD). O produto TropFlux usa dados ERA-I e ISCCP, com correção de viés que são estimados a partir do algoritmo COARE V3 (FAIRALL ET AL., 2003).

Os dados da matriz oriundos do conjunto TropFlux contêm no total 60 linhas de latitude com grades de 29,5° a -29,5°, e 350 colunas de longitude com grades de 30,5° a 379,5°. As dimensões matriciais e áreas selecionadas nos oceanos utilizadas nas análises estão apresentadas na Tabela 2 e Figura 11.

Tabela 3 - Coordenadas geográficas dos oceanos dos dados do TropFlux.

Oceanos	latitude	longitude
Pacífico Central	(15,5° N, 15,5° S)	(266,5° O, 152,5° E)
Atlântico Central	(4,5° N, 10,5° S)	(325,5° O, 368,5° E)
Índico Central	(5,5° N, 15,5° S)	(50,5° E, 95,5° E)

Figura 11– Mapa mundi com as delimitações matriciais dos dados do TropFlux dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico.

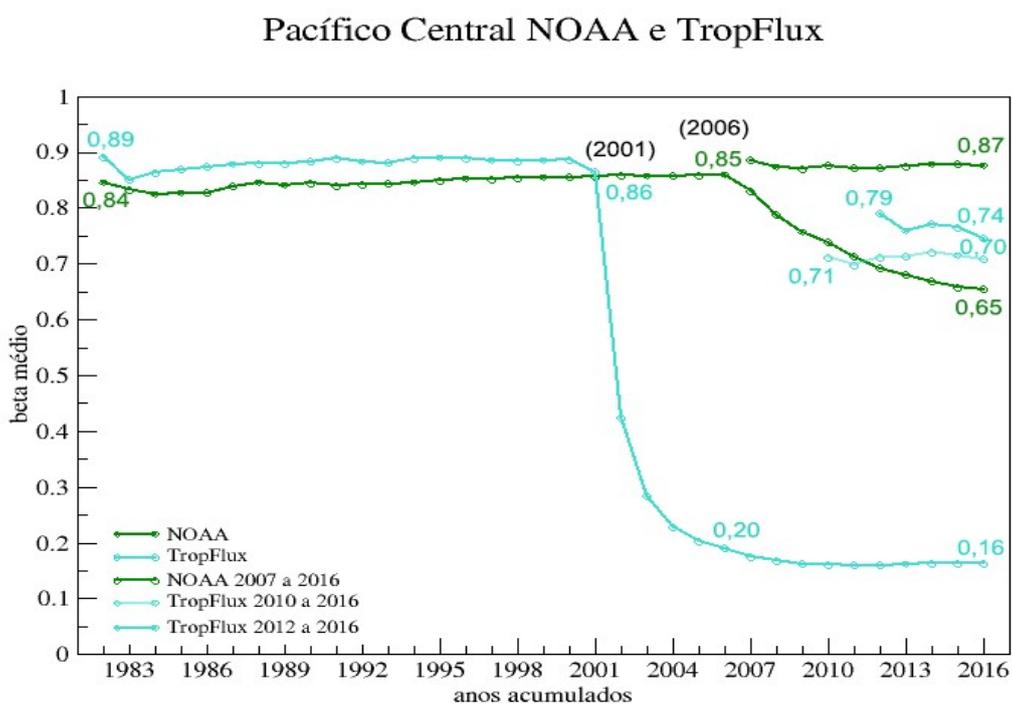


Os dados TropFlux foram utilizados na Figura 12 para comparar com os resultados apresentados do Pacífico central, em relação aos dados da NOAA. Os valores iniciais foram semelhantes ao da análise já realizada, com  $\beta$  médio em torno de 0,87 para os do TropFlux, não muito diferente de 0,85 para os da NOAA. Neste novo caso a mudança foi mais intensa, e ocorreu muito mais cedo, no ano de 2001, passando para o valor de  $\beta$  em torno de 0,16 em 2008, resultando em deixar de seguir a GOE, para se adequar ao modelo de Poisson.

A análise realizada considerando a série pós queda, a partir de 2007 para os dados da NOAA (Figura 12) mostrou que os valores de  $\beta$  voltaram para o mesmo padrão inicial, ou seja, por volta de 0,8. O mesmo ocorreu para os dados TropFlux, ao analisar entre 2010 e 2016, os valores de  $\beta$  retornaram para valores próximos de 0,71, já o resultado de 2012 a 2016, os valores aumentaram para em média 0,76, testes foram realizados com anos anteriores, mas estes dados tem a memória mais longa, só a partir destes anos os valores foram para mais próximos aos originais. Isto é, em ambos os casos, o sistema voltou a ser representado por valores que representam o sistema GOE. No entanto, no caso do TropFlux esta aproximação para o padrão da GOE só ocorre utilizando dados somente de 9 anos depois da queda observada, ou

seja, mudanças na estrutura de correlação ainda são observadas para anos imediatamente após 2001.

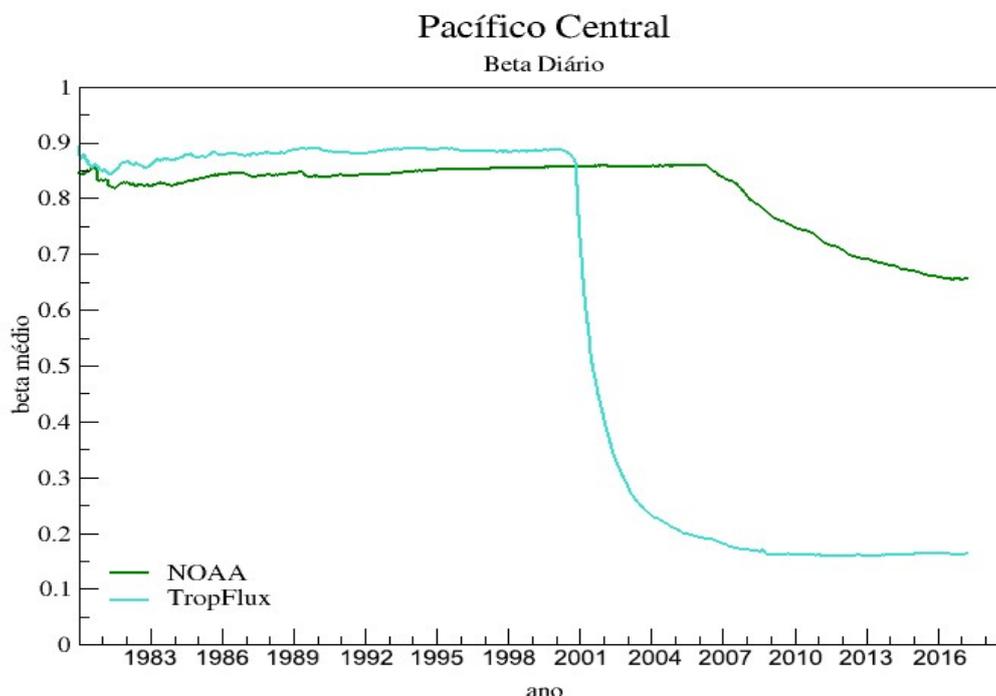
Figura 12 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulados para o Pacífico central, dados da NOAA e TropFlux.



Nota: Tamanho das Matrizes do oceano Pacífico na região central, linha x coluna: NOAA 127x458, TropFlux 32x115.

A análise TMA para os betas calculados diariamente foi feita para o Pacífico central utilizando os dois bancos de dados, NOAA e TropFlux, para melhor investigar esta mudança. Observa-se na Figura 13 permaneceu o mesmo comportamento na queda investigada, elucidando mais as variações na curva inicial. No entanto, não houve diferença nos resultados ao se calcular os betas médios anuais ou diários.

Figura 13 - Parâmetro  $\beta$  médio diário acumulados para o Pacífico central, dados da NOAA e TropFlux.

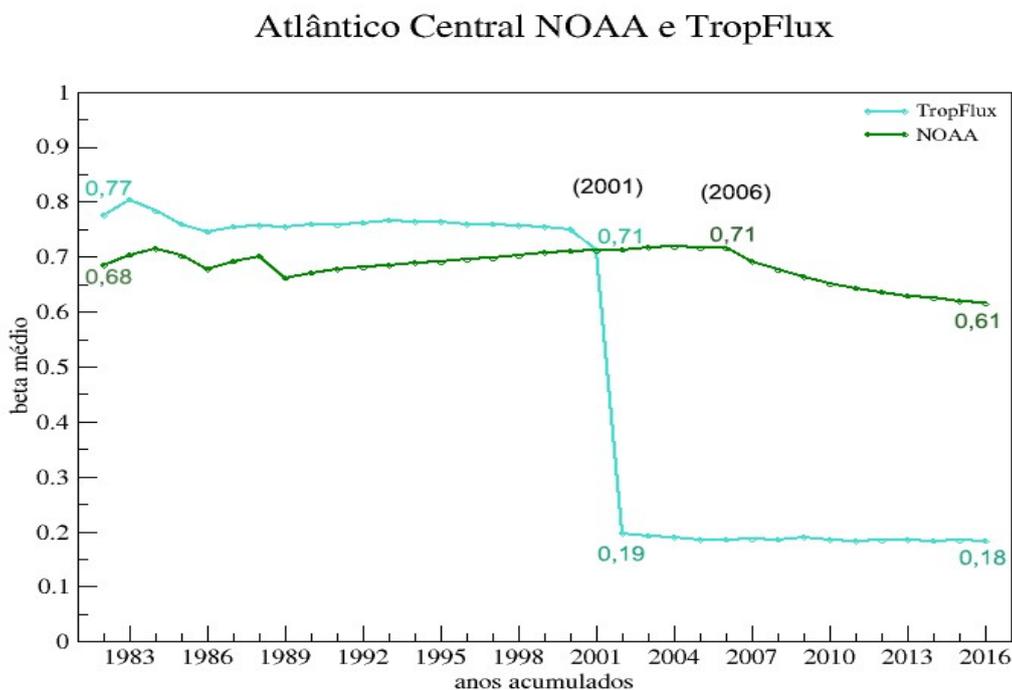


Nota: Tamanho das Matrizes do oceano Pacífico na região central, linha x coluna: NOAA 127x458, TropFlux 32x115.

A mesma situação ocorrida no Pacífico central, ocorreu também no Atlântico central (Figura 14), isto é, o decréscimo no valor de  $\beta$ , a partir do ano de 2006 para os dados da NOAA. Então, a região central deste oceano também foi analisada com as matrizes do TropFlux, os valores de  $\beta$  para o TropFlux mostraram queda drástica entre os anos de 2001 e 2002, voltando a estabilidade a partir de 2003, tornando o sistema determinístico, para valores mais próximos da distribuição de Poisson.

Os valores do parâmetro  $\beta$  foram menos intensos e mais distantes entre os dois bancos de dados em relação aos do Pacífico. Isto pode inferir que nas matrizes de TSM do Atlântico os autovalores apresentam menor intensidade nas flutuações, tornando-se menos sensível aos eventos comparados ao Pacífico. Reynolds e Smith (1994) mostram que existem áreas no Atlântico tropical que quase não tem observações de boias, sendo que o processo de suplementação de dados ocorre com mais sucesso no Pacífico tropical. Este fato pode explicar os menores valores de  $\beta$  para o Atlântico em relação ao Pacífico.

Figura 14 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulados para o Atlântico central, dados da NOAA e TropFlux.

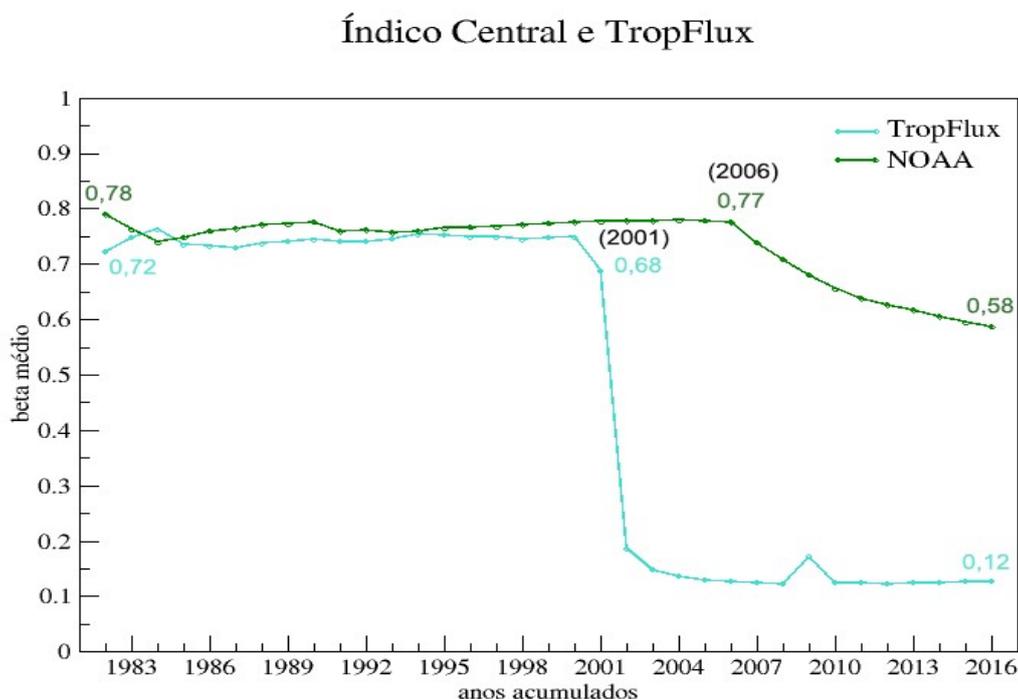


Nota: Tamanho das Matrizes do oceano Atlântico na região central, linha x coluna: NOAA 61x175 e TropFlux 15x44.

As matrizes de TSM do oceano Índico, dos bancos de dados da NOAA e TropFlux, apresentaram o mesmo comportamento nos primeiros 19 anos, com valores de  $\beta$  muito próximos, em torno de 0,76 e 0,74, respectivamente (Figura 15). As mudanças dos valores de  $\beta$  ocorreram a partir de 2006 e 2001 para a NOAA e TropFlux, respectivamente, mesmo efeito visto anteriormente no Pacífico e Atlântico.

Os resultados apresentados nos dois bancos de dados, para os três oceanos analisados não são semelhantes, ao se tratar da ocorrência de um fenômeno natural, as quedas ocorreriam em anos e com amplitudes parecidas. Então serão investigadas em pesquisas bibliográficas para o fato de serem ocorrências de efeitos artificiais.

Figura 15 - Parâmetro  $\beta$  médio por ano acumulados para o Índice central, dados da NOAA e TropFlux.



Nota: Tamanho das Matrizes do oceano Índico na região central, linha x coluna: NOAA 88x179, TropFlux 22x46.

Nas figuras 12, 14 e 15 foram encontrados decréscimos nos valores de  $\beta$ , especificamente nas regiões centrais dos três oceanos, que apresentaram uma situação peculiar nos dois bancos de dados analisados. A mudança se mostrou mais forte na análise do TropFlux e ocorreu mais cedo em relação aos dados da NOAA. A hipótese considerada como a mais plausível para explicar este padrão observado, da transição está relacionada com mudanças nas metodologias de obtenção da TSM. As medidas de temperatura são obtidas por diferentes canais, e combinadas com um algoritmo específico, sendo utilizado na correção para remover ou diminuir o efeito atmosférico sobre os dados. Essas mudanças podem provocar interferência no produto final.

Os dados da NOAA são registrados no Climate Data Record (CDR), um programa operacional que passa por um processo de pesquisa e operação para garantir a qualidade dos dados, já que o conjunto consiste em uma junção de observações medidas in situ e por satélite. As observações in situ, que são medidas

por navios e boias possuem descontinuidades temporais e espaciais. Com isso, a estimativa da TSM por sensoriamento remoto tornou-se importante, para proporcionar dados multiespectrais com alta resolução espacial e temporal.

Os dados de TSM da NOAA eram medidos por apenas um instrumento de satélite até dezembro de 2005, e a partir de 2006 passaram a incluir múltiplos instrumentos (NOAA, 2018). Os dados do projeto de reanálise Pathfinder foram processados pelo satélite AVHRR através do instrumento de infravermelho, e estavam disponíveis somente até 2007, com a versão 5.0 abrangendo o período de 1985 a 2005. A partir de 2006 a série temporal de TSM usou produtos operacionais da Marinha do conjunto Navy por instrumentos de infravermelho e microondas (CDR/NOAA), para minimizar o impacto dos problemas de sensores em tempo quase real.

O problema causado pelos instrumentos de medição de infravermelho é que só podem medir em condições de céu claro, não medem através das nuvens e aerossóis. A presença de nuvens restringe a coleta de dados nas faixas espectrais e infravermelho em 25%, e os dados contaminados com nuvens são frequentemente difíceis de identificar. Por esse motivo, no final de 2002, os dados de satélite de microondas (TMI) tornaram-se disponíveis a partir da missão conjunta da NASA e NASDA, o TRMM (Tropical Rainfall Measuring Mission), mas o produto final somente usa esses dados a partir de 2006. A vantagem dos dados de TSM por microondas é poder recuperar observações em regiões cobertas por nuvens, apesar de só produzir dados entre latitudes de 38°N e 38°S, ou seja, áreas entre os trópicos (REYNOLDS ET AL. 2004, 2007).

Os algoritmos dos satélites de infravermelho e microondas são afetados por diferentes tipos de erros. O maior desafio na recuperação da TSM de um instrumento infravermelho é o problema de detecção de nuvens, o algoritmo de recuperação da temperatura é projetado para minimizar os efeitos do vapor de água atmosférico. As observações de microondas possuem uma resolução menor, mas são capazes de recuperar a TSM em regiões cobertas de nuvem, e reduzir o efeito dos vieses noturnos. A cobertura operacional média diária e noturna combinadas por estes dois sistemas aumentará para 16% e 25%, respectivamente.

A contaminação do caminho das nuvens produz vieses sistemáticos, que não são completamente corrigidos pelo procedimento na correção de polarização de satélite. A cobertura do sistema operacional Pathfinder tem um viés residual especialmente nos Trópicos, em regiões que são geralmente turvas, mesmo com os

menores erros e que o controle de qualidade tenha sido utilizado (Reynolds et al., 2007). Este fato explica a ocorrência desta mudança apresentada nas análises, vista apenas para os oceanos nas regiões centrais (Figuras 12, 14 e 15). Reynolds et al. (2007) afirmam que existem algumas grandes diferenças operacionais do Pathfinder de 1988 a 2001, devido a problemas estruturais que ocorreram perto do final da vida útil de alguns instrumentos, e alguns vieses ocorrem especialmente nos Trópicos.

Os dados devem ser corrigidos frequentemente devido as próprias mudanças físicas da atmosfera, e a qualidade dos instrumentos de satélites ao longo do tempo. Assim como as atualizações das versões de interpolação ótima (OI), que atuaram no método de análise objetiva para dados espaçados irregularmente, principalmente quando houve a atualização da versão 1 para 2. A atual resolução passou a ser diária, correções dos vieses, correção de polarização espacial e temporal e melhora no algoritmo da conversão do gelo, para evitar estimativas de TSM potencialmente erradas nas águas mais abertas (REYNOLDS, 2004).

Segundo as especificações de Reynolds (2009), os dados de TSM do Pathfinder AVHRR têm polarizações frias em relação ao funcionamento dos dados operacionais da Marinha AVHRR, devido as correções de viés apresentarem resíduos, com isto as diferenças ao longo prazo podem aparecer. Uma delas foi em 2006, devido as diferenças tropicais há uma possível contaminação por nuvens no Pathfinder na ZCIT, e também podem existir diferenças em altas latitudes onde os dados in situ são escassos. A análise feita a partir de 2007, na figura 12 mostrou que os valores de  $\beta$  voltaram para o mesmo padrão inicial, ou seja, quando separados dos dados obtidos de infravermelho. Então podemos afirmar que a estrutura de correlação dentro das matrizes em diferentes métodos de coleta pode alterar os resultados obtidos através da técnica TMA.

Reynolds (2004) mostrou que as autocorrelações são mais elevadas, quando não há correções de polarização nos dados, sendo maior nos da coleta de infravermelho, e menor nos que são apenas obtidos através do sensor de micro-ondas. Sendo que as correções antes da interpolação ótima são necessárias para minimizar os vieses para análises, devido as escalas climáticas, com isto terá correlações mais baixas. Os resultados mostrados neste trabalho (Figura 12) apontam que as correlações entre os autovalores apresentam praticamente o mesmo comportamento médio padrão dos dados quando realizado apenas com os dados coletados por sensor de infravermelho até 2005. Praticamente o mesmo

comportamento padrão é observado quando os dados são analisados a partir de 2007, os quais são compostos pela mistura de infravermelho e microondas.

O outro banco de dados utilizado para investigações, inicialmente foi construído o produto OAFlex que era obtido da mistura de várias reanálises, observações de satélites e conjuntos de dados in situ. Como este não fornece fluxos de momento, seus fluxos de calor ficam condicionados a disponibilidade dos fluxos de superfície do ISCCP (International Satellite Cloud Climatology Project), que eram atualizados irregularmente e disponível até 2007, o OAFlex foi produzido até 2010. O aprimoramento da tecnologia levou ao desenvolvimento desse novo produto TropFlux, baseado em observações por satélite. Este foi produzido com correção que permite estimar o fluxo de calor, fornecendo estimativas oportunas, e com boa comparação com o maior banco de dados observacionais de estimativas de fluxos nos trópicos, o Global Tropical Moored Buoy Array (ESSO, 2018).

As medidas de TSM do recém-desenvolvido produto TropFlux usa dados de reanálise ERA-Interim para fluxos turbulentos e de ondas longas, e dados de radiação ISCCP para fluxos de ondas curtas. As observações deste conjunto são diárias, os produtos de entrada são corrigidos por polarização, e amplitude com base nos dados da Global Tropical Moored Buoy Array, de alta qualidade da matriz TPR (TAO/TRITON no Pacífico, PIRTA no Atlântico e RAMA no Índico), bastante estável desde 1999, apesar dos vieses sistemáticos e da variabilidade subestimada. As matrizes da combinação TPR fornecem medições in situ em tempo quase real de parâmetros essenciais para estimar os fluxos de calor líquido na superfície, sendo uma delas a TSM, que podem ser utilizados no algoritmo COARE v3.0 para fornecer estimativas confiáveis dos fluxos de calor da superfície.

Segundo Praveen Kumar et al. (2013), o aprimoramento da tecnologia de satélites levou ao desenvolvimento de produtos de fluxos, baseados em observações de satélites, que por sua vez a maioria das missões duram cerca de 10 anos ou menos, e a principal desvantagem de tais produtos é o comprimento limitado das medições por satélite, sendo que as mais precisas estão disponíveis somente a partir de 2000. Então a partir de 1999 foram inseridos dados in situ (TPR), o que antes eram apenas reanálises, com isso as análises dos parâmetros ( $\beta$ ), a partir do ano de 2000 apresentam mudanças drásticas para os três oceanos (Figuras 12, 14 e 15). Ao misturar dois conjuntos de diferentes produtos, ocorre a perda de correlação na estrutura das matrizes.

Neste trabalho, foi observado que o conjunto de dados da NOAA é mais consistente, pois possui uma maior espacialização geográfica, e fornece observações de TSM para todo o ambiente oceanográfico, medidas de satélite e in situ, bem como atualizações mensais. Enquanto as matrizes do TropFlux são mais sensíveis as mudanças, apresentam menor resolução e quantidade de observações espaciais limitadas nas latitudes tropicais. Seria esperado que qualquer anomalia provocada por um fenômeno natural fosse observada nos dois bancos de dados e no mesmo período.

Em relação as obtenções e misturas dos dados nos diferentes processos realizados nos conjuntos de dados, algumas considerações podem ser feitas. A verificação da mistura dos dados da NOAA é feita no algoritmo do satélite em intervalos de 6 a 12 meses, ou quando um novo satélite entra em operação. As observações são modificadas quando a acurácia da técnica é melhorada, ou quando mudanças são requeridas para melhorar as observações. Além disso, o TropFlux inicialmente apresenta apenas dados de reanálises e satélites atualizados em dezembro de 2013, até o dia da coleta dos dados. Já a outra parte dos dados foram acrescentadas informações que continham dados in situ. O sistema das matrizes TropFlux de antes e depois são totalmente diferentes, a variabilidade da temperatura não modifica tanto assim nos trópicos, que seja capaz de mudar completamente o sistema.

De acordo com análises realizadas não se pode afirmar que os dados de mistura são superiores, então não se pode afirmar qual intervalo de dados são mais precisos, apenas que a perda de correlação da TSM observada pela técnica de TMA é decorrente de mudanças metodológicas da medida. Segundo Banzon et al. (2016), a adição dos dados microondas reduziu a qualidade das análises resultantes da NOAA, porque as TSM's de microondas são menos precisas.

Então, dois modelos numéricos foram construídos para exemplificar essa mudança de padrão artificial causado pelos métodos de coleta, para representar o fenômeno ocorrido nas áreas oceanográficas centrais, para melhor compreensão dessa interferência.

O modelo apresentado na Figura 16 é inicialmente construído por matrizes de números aleatórios com a mesma dimensão, ou seja, mesmo número de linhas e colunas das matrizes dos dados reais da NOAA e TropFlux, e para ambos a mesma quantidade de matrizes, 12.784 representando os 35 anos de observações. Os mesmos cálculos dos autovalores da técnica TMA foram utilizados. A mudança de

valores do parâmetro  $\beta$  ocorreu nos anos de 2006 e 2001, com 9.131 e 7.305 matrizes diárias para NOAA e TropFlux, respectivamente. Então, a partir destes pontos foram acrescentadas às matrizes aleatórias para provocar perturbações no sistema, composta por clusters aleatórios de valor 1, que representam as interferências nos bancos de dados, no caso da nova medição de microondas dos dados da NOAA, e os dados in situ do TropFlux.

Inicialmente constrói-se matrizes aleatórias (MN) com as mesmas dimensões (L, C) das delimitações da área central do oceano Pacífico, para simular os dados NOAA e TropFlux, como segue abaixo, seja o ensemble de matrizes aleatórias:

$$MN = \text{randn}(L, C)$$

$$\begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{L_1 C_n} \\ \vdots & t_{22} & \vdots \\ t_{L_n C_1} & \cdots & t_{L_n C_n} \end{bmatrix}_1 \quad \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{L_1 C_n} \\ \vdots & t_{22} & \vdots \\ t_{L_n C_1} & \cdots & t_{L_n C_n} \end{bmatrix}_2 \quad \dots \quad \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{L_1 C_n} \\ \vdots & t_{22} & \vdots \\ t_{L_n C_1} & \cdots & t_{L_n C_n} \end{bmatrix}_k$$

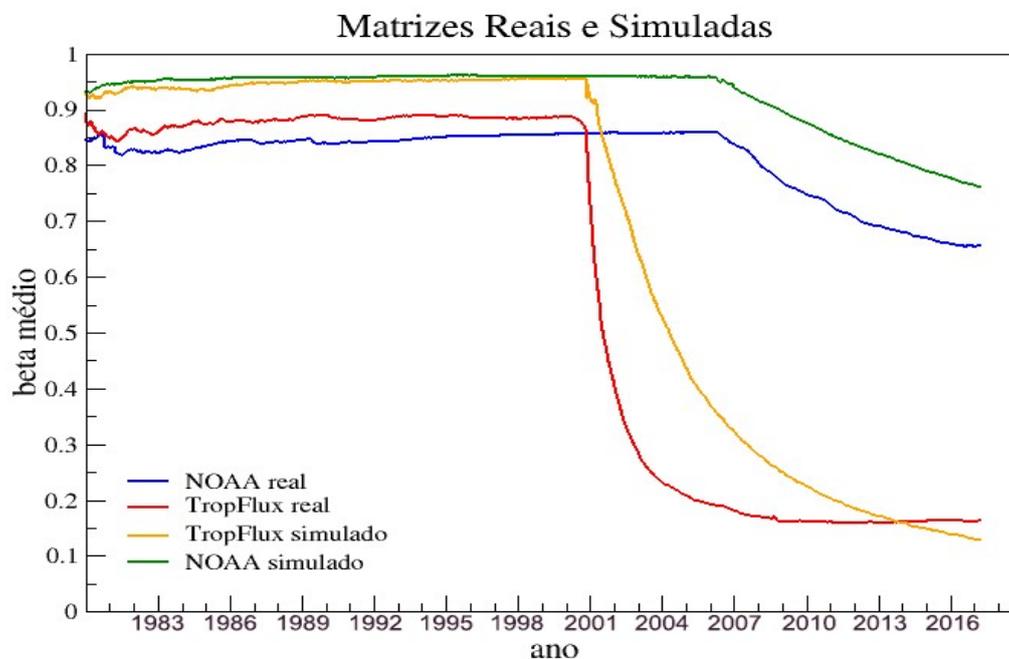
Em seguida, a partir das quantidades de matrizes que ocorrem as mudanças nos resultados, acrescenta-se uma amplitude que representa a intensidade do ruído associada às matrizes aleatórias de zeros e uns, sendo  $\alpha=1$  para o TropFlux e  $\alpha=2,5$  para a NOAA.

$$MN = \text{randn}(L, C) + \alpha \cdot \text{randi}(0, 1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 1 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_2 \quad \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}_3 \quad \dots \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_k$$

O resultado encontrado para esta simulação foi a mesma para a análise real. Então, ao perturbar o sistema, modificando artificialmente a estrutura das matrizes, a correlação entre elas é perdida, ou seja, o valor de  $\beta$  se afasta de 1 deixando de aproximar-se do modelo GOE. Os valores iniciais dos parâmetros são mais próximos de 1, por serem matrizes simuladas com maior aleatoriedade. Os da NOAA são um pouco mais altos por apresentarem matrizes com dimensões maiores do que as do TropFlux (FIGURA 16).

Figura 16 – Parâmetro  $\beta$  médio diário acumulado do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux e matrizes simuladas para mesmas dimensões matriciais.



Nota: Tamanho das Matrizes do oceano Pacífico na região central, linha x coluna: NOAA 127x458, TropFlux 32x115.

#### 4.4. Análise da Série Temporal e Autovalores do Oceano Pacífico

As técnicas estatísticas de teste de autocorrelação com gráfico de resíduos, teste de Durbin-Watson, correlograma, estatística de Moran, podem ser realizados para melhor avaliar a estrutura de autocorrelação de todo o conjunto de dados, tanto da NOAA quanto o TropFlux. A correlação serial ou autocorrelação é um termo estatístico usado para descrever a relação entre observações da mesma variável em um determinado período de tempo. Por exemplo, se a correlação serial for positiva, significa que as observações são correlacionadas em série, e que as observações futuras são afetadas por valores passados. A interpretação das autocorrelações parciais obtidas a partir de séries temporais, bem como as análises da correlação entre os erros das observações podem resultar em obter uma estimativa eficiente com finalidade de uma previsão mais eficaz (BOX e PIERCE, 1970).

A análise de séries temporais tem como objetivo identificar padrões não aleatórios, em um conjunto de observações que seguem uma sequência cronológica. A estrutura de aleatoriedade encontrada através da TMA nas matrizes de TSM para região central dos oceanos foram diferentes, então nesta seção analisamos as séries temporais do oceano Pacífico Central, para os dados da NOAA e TropFlux, durante todo o período estudado, e para anos antes e depois da ocorrência da mudança de comportamento do parâmetro.

O oceano Pacífico foi escolhido por cobrir aproximadamente um terço da superfície do globo, e corresponde a quase metade do volume dos oceanos, sendo assim as dimensões matriciais seriam as maiores para representar o conjunto de matrizes aleatórias a serem trabalhadas. Os resultados mostram que este sistema oceanográfico é o mais caótico, por apresentarem o maior valor do parâmetro ( $\beta$ ) analisado através da técnica utilizada (TMA), para todas as regiões avaliadas. Área importante na ocorrência de eventos climáticos que afetam os demais oceanos.

Observa-se na série temporal da variável física TSM da Figura 17 um comportamento periódico, em que os valores da temperatura variam de 26° a 29°C, a repetição desse padrão é um indicativo de sazonalidade, ou seja, as oscilações se repetem dentro desse intervalo nos 35 anos de dados, para as duas séries. A TSM da NOAA e TropFlux apresentam comportamentos semelhantes entre si.

As séries dos autovalores apresentadas no segundo e terceiro quadro na Figura 13 mostram as mesmas mudanças encontradas nos valores, para os da NOAA em 2006, e TropFlux em 2001, anos em que ocorrem a perda de correlação no conjunto de matrizes, referente ao parâmetro que melhor representa a GOE. Uma característica importante é que as observações vizinhas sejam dependentes para haver correlação, visto que com as mudanças apresentadas as séries tornam-se independentes a partir dos anos em que ocorreram as mudanças, fazendo com que a autocorrelação entre as séries seja perdida.

As séries de TSM vista no primeiro quadro da Figura 17 foram apresentadas com mais detalhes na Figura 14. Os valores começam a mudar de posição em agosto de 2007, a temperatura da NOAA que era mais baixa, a partir deste período, torna-se mais alta, ano logo após a mudança de estrutura das matrizes. Variações nos valores da temperatura não foram encontradas em anos específicos, como 2001, quando ocorreu a mudança de valor no parâmetro, nas observações da série do TropFlux.

Figura 17 – Série temporal e dos autovalores da temperatura da superfície do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux.

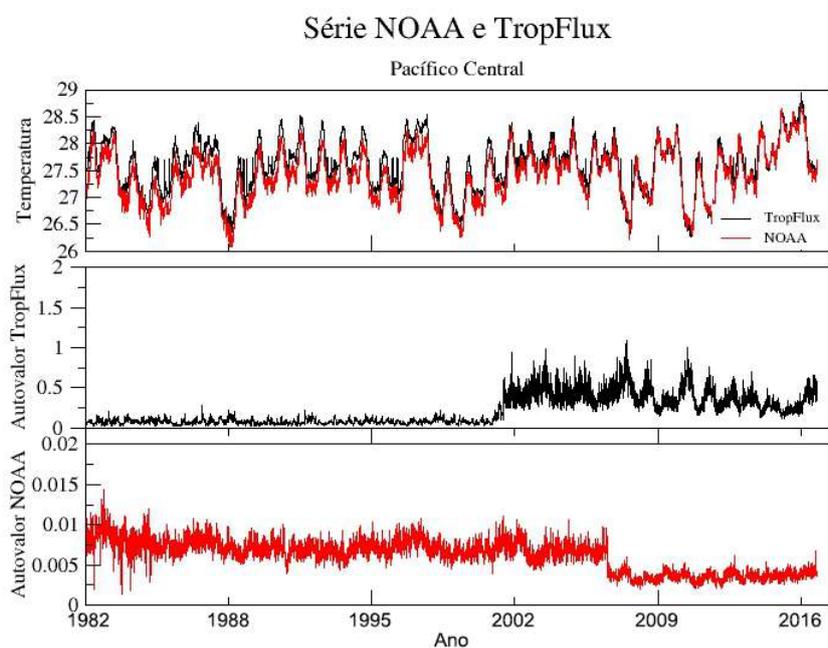
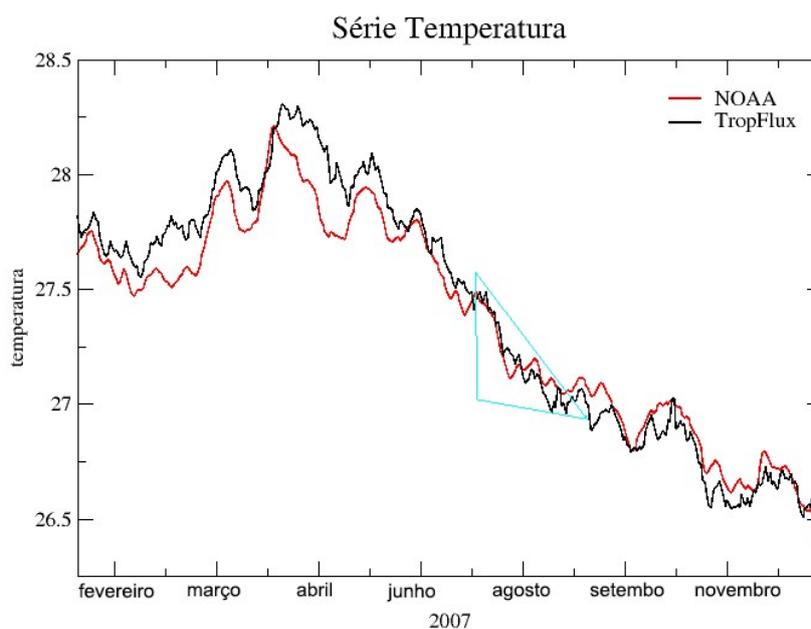
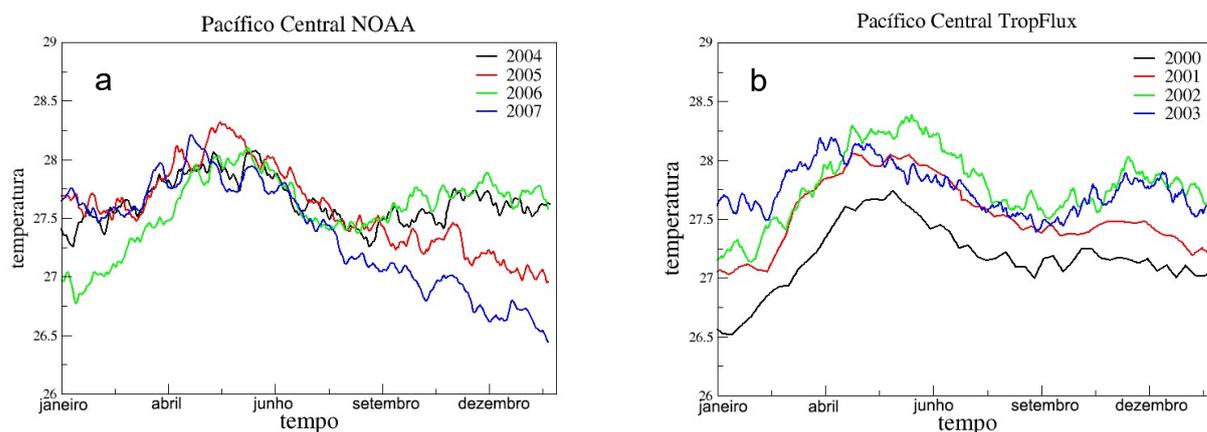


Figura 18 – Série temporal da temperatura da superfície do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux, durante o ano de 2007.



A Figura 19 mostra as séries temporais anuais para os dois conjuntos de dados. Observa-se que as séries anuais da NOAA (Fig. 19 a) não apresentam muita diferença entre si. Há mais dispersão entre as curvas nos anos de 2006 e 2007, anos de ocorrências da perda de correlação. As séries TropFlux são mais suaves e apresentam menos tendência, visível nos anos de 2000 e 2001. Nos períodos em que a dependência entre as matrizes de TSM são perdidas, para esta série, nos anos de 2002 e 2003 apresentam evidências de tendência e ruído. Nestas análises observamos as diferentes tendências anuais dos dados TropFlux (Figura 19 b) evidenciando a perda de correlação com mais intensidade neste banco de dados.

Figura 19 – Série temporal anual da temperatura da superfície do oceano Pacífico central para os dados da NOAA e TropFlux.



## 5. Conclusões

A quebra de padrão é determinada pelo processo de aleatoriedade na performance de um sistema. A técnica de teoria das matrizes aleatórias quantifica esta aleatoriedade através do parâmetro ( $\beta$ ) descrito pela distribuição de Brody. Medida que reflete esta intensidade através dos modelos de distribuições de probabilidade de Poisson e Gaussiana da classe GOE. As matrizes analisadas através desta técnica apresentam a classificação de aleatoriedade nesses sistemas oceanográficos.

Os conjuntos de matrizes da temperatura da superfície do oceano obtidos neste trabalho, delimitadas nas regiões norte, central e sul dos oceanos Pacífico, Atlântico e Índico podem ser modeladas pelo ensemble de matrizes aleatórias da classe universal GOE. Além disso, esse trabalho também responde o artigo de Santhanam e Patra (2001), em que foi possível mostrar que a distribuição dos espaços dos autovalores desta variável segue o comportamento do modelo Poisson, através da região polo sul do oceano Atlântico. Já os oceanos Pacífico e Índico desta região apresentaram-se em transição, não literalmente um ajuste da distribuição de Poisson, mas mesmo assim mais próxima dela em comparação a GOE.

No oceano Pacífico, as áreas delimitadas em latitudes sul e central apresentaram a maior correlação entre os autovalores, ou seja, seguem a distribuição GOE, uma classe universal da TMA, indicando que existe algum processo de aleatoriedade nessas matrizes. A área ao norte apresentou um pouco menos dessa propriedade, e o polo definido no círculo polar Antártico segue a distribuição de Poisson, no qual caracteriza-se como um sistema de caráter mais determinístico dentre eles, ou seja, existem eventos que não se propagam e não causam perturbações no sistema.

O oceano Atlântico quantificou o sistema mais aleatório nas delimitações das matrizes de temperatura ao sul, e igualmente para as áreas ao norte e central. A área próxima ao círculo polar Antártico deste oceano foi o conjunto que apresentou mais determinismo em comparação aos demais na mesma área, onde as matrizes são as mais estáveis, não são sensíveis às mudanças nos valores da temperatura.

O resultado da região sul no oceano Índico foi praticamente idêntico ao da mesma região do Atlântico, só se consegue distinguir os dois sistemas pela diferença nos primeiros anos. A região do polo sul deste oceano seguiu o mesmo

comportamento do Pacífico, mas neste caso conseguimos distinguir os sistemas. Já o central foi semelhante aos outros oceanos, porém todos distintos.

Decréscimo nos valores do parâmetro da TMA na área central para os três oceanos indicaram mudança na estrutura da distribuição nos autovalores das matrizes, significando perda de autocorrelação desses conjuntos. Um outro conjunto de dados de TSM do site ESSO foi utilizado para investigar e comparar essa ocorrência. As mesmas aplicações de TMA no conjunto TropFlux apresentaram os mesmos resultados, ou seja, perda de correlação na área central dos três oceanos.

As investigações indicaram que nos dois conjuntos de dados houve mudanças na metodologia da coleta da TSM, coincidindo com os mesmos anos dos resultados. Os dados da NOAA a partir do ano de 2006, foram obtidos com a inclusão do instrumento de microondas pelos satélites. Já para os dados TropFlux a partir do ano de 1999 foram incluídas matrizes TPR, que consideram medições de dados in situ. Com estas informações verificou-se que em ambos os casos ao misturar dados de diferentes instrumentos e métodos, ocorre perda de autocorrelação entre esses dados. Os resultados indicam que ao separá-los, não ocorreu mudanças nos valores do parâmetro representativo da aleatoriedade, que volta a apresentar-se como padrão.

Um modelo numérico foi construído para melhor compreensão desse comportamento, incluindo perturbações nas matrizes aleatórias de mesmas dimensões e no mesmo momento da mudança, simulando o banco de dados da NOAA e do TropFlux. O resultado do modelo confirmou a perda de autocorrelação provocada por mudanças artificiais nos dados. Estes resultados chamam a atenção para previsões e outras análises obtidas a partir desses dados, os resultados podem apresentas conclusões equivocadas.

Em futuras análises, sugerimos incluir mais anos de observações a frente, para ver se a autocorrelação é perdida, a ponto das informações iniciais não interfiram mais na memória das observações recentes. Uma possibilidade para futuros trabalhos é verificar para outras variáveis oceanográficas, se alterações metodológicas de coleta e tratamento das informações resultam igualmente em perdas de autocorrelação.

## Referências Bibliográficas

AGRAWAL, A.; SARKAR, C.; DWIVEDI, S. K.; DHASMANA, N.; JALAN, S. Quantifying randomness in protein-protein interaction networks of diferente species: A random matrix approach. *Physica A*, v. 404, p. 359-367, 2014.

ARIAS, c. Palaeoceanography and biogeography in the early Jurrassic Panthalassa and Tethys oceans. *Gondwana Researchs*, v. 14, p. 306-315, 2008.

AUGHTON, P. *Endeavour. The story of captain Cook's frist great epic Voyage*. Cassell & Co. London, 2002.

BANDYOPADHYAY, J.; JALAN, S. Universality in complex networks: random matrix analysis. *Physical Review E*, v. 76, 026109, 2007.

BANZON, V.; SMITH, T. M.; CHIN, T. M.; LIU, C.; HAKINS, W. A long-term recordo f blended satellite and in situ sea-surface temperature for climate monitoring, modeling and environmental studies. *Earth System Science Data*, v. 8, p. 165-176, 2016.

BARKER, P. F.; FILIPPELLI, G. M.; FLORINDO, F.; MARTIN, E. E.; SCHER, H. D. Onset and Role of the Antartic Circumpolar Currente. *Deep-Sea Research Part II*, v. 54 (21), p. 2388-2398, 2007.

BARTON, I. J. Sattelite-derived sea surface temperature-current status. *Journal of Geophysical Research*, v. 15, p. 8777-8790, 1995.

BERTUOLLA, A. C.; HUSSEIN, M. S.; PATO, M. P. Técnicas e construções de emsembles de matrizes aleatórias e estatísticas correlatas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 3, p. 333-340, 2006.

BOLLMANN, M. *World ocean review 2010: living with the oceans*. Hamburg: Maribus, 2010.

BOX, G. E. P.; PIERCE, D. A. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association*, v. 65, n. 332, p. 1509-1526, 1970.

BROMWICH, D. H.; NICOLAS, J. P.; MONAGHAN, A. J.; LAZZARA, M. A.; KELLER, L. M.; WEIDNER, G. A.; WILSON, A. B. Central West Antarctica among the most rapidly warming regions on Earth. *Nature Geoscience*, v. 6, p. 139-145, 2013.

CASTRO, P. *Marine Biology*. McGraw-Hill Companies, 4<sup>a</sup> ed., 470 p., 2003.

CHATTERJEE, S.; BARAT, P.; MUKHERJEE, I. Universality in the dynamical properties of seismic vibrations. *Physica A*, v. 492, p. 1352-1363, 2018.

CHEN, D.; HELLSTROM, C. The influence of the north atlantic oscillation on the regional temperature variability in Sweden: spatial and temporal variations. *Tellus*, 51 A, p. 505-516, 1999.

CLARKE, A.; CHURCH, J.; GOULD, J. Chapter 1.2 ocean processes and climate phenomena. *International Geophysics*, v. 77, p. 11-30, 2001.

DING, Q.; STEIG, E. J.; BATTISTI, D. S.; KÜTTEL, M. Winter warming in West Antarctica caused by central tropical Pacific warming. *Nature Geoscience*, v. 4, 2011.

FAIRALL, C. W.; BRADLEY, E. F.; HARE, J. E.; GRACHEV, A. A.; EDSON, J. B. Bulk parameterization of air-sea fluxes: Updates and verification for the COARE algorithm. *Journal of Climate*, v. 16, p. 571-591, 2003.

FALCÃO, A. J. T. Detecção de correlação e causalidade em séries temporais não categóricas. Dissertação (Mestrado Engenharia de Informática) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa. Lisboa. 2012.

FERREIRA, N. S., Zona de Convergência Intertropical. *Climanálise especial*. Edição Comemorativa de 10 anos, FUNCEME, p. 136–139, 1996.

GONZÁLES, R. E. R.; SANTOS, I. A. X.; NUNES, M. G. P.; OLIVEIRA, V. M. DE.; BARBOSA, A. L. R. Statistical behavior of time dynamics Evolution of HIV infection. *Physics Letters A*, v. 381, p. 2, p. 912-916, 2017.

HAN, W; MEEHL, G. A; RAJAGOPALAN, B; FASULLO, J. T; HU, A; LIN, J; LARGE, W.G; WANG, J-W; QUAN, X-W; TRENARY, L. L; WALLCRAFT, A; SHINODA, T; YEAGER, S. Patterns os Indian Ocean sea-level change in a warming climate. *Nature Geoscience*, v. 3. Little, R.J.A and Rubin, D.B. (2002) *Statistical Analysis with Missing Data*. Hoboken: Wiley, 2010.

HULME, M. Concept of Climate Change, in: *The International Encyclopedia of Geography*. Association of american Geographers, Wiley Blackwell, 2016.

INDIAN NATIONAL CENTRE FOR OCEANIC INFORMATION SERVICES – ESSO. Disponível em: < [http://www.incois.gov.in/tropflux/data\\_access.jsp](http://www.incois.gov.in/tropflux/data_access.jsp)> Acesso em: 10 de junho de 2018.

IZUMO, T.; VIALARD, J.; LENGAIGNE, M.; MONTEGUT, C. DE. B.; BEHERA, S. K.; LUO, J-J.; CARVATTE, S.; MASSON, S.; YAMAGATA, T. Influence of the state of the Indian Ocean Dipole on the following year's El Niño. *Nature Geoscience*, v. 3, p. 168-172, 2010.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS – INPE. Centro de Previsões Climáticas e Estudos Climáticos (CPTEC) Disponível em: <<https://www.cptec.inpe.br/>> Acesso em: 25 de janeiro de 2017.

JALAN, S. Importance of randomness in biological networks: A Randon matrix analysis. *Journal of Physis*, v. 84, n°.2, p. 285-293, 2015.

JAGANNATH A.; TROGDON, T. Random matrices and the New York City subway syatem. *Physical Review E*, v. 96, 03010 1 (R), 2017.

JARDIM, C. H. Aspectos teórico-metodológicos relativos à dimensão temporal e espacial do clima. *Geografias*, v. 14, n. 1, 2017.

JOHANNESSEN, O. M.; BENGTSSON, L.; MILES, M. W.; KUZMINA, S. I.; ET AL. Artic climate change: Observed and modelled temperature and sea ice variability. *Tellus*, v. 56 A, p. 328-341, 2004.

LITTLE, R. J. A.; RUBIN, D. B. Bayes and multiple imputation. In: *Statistical analysis with missing data*. New York (NY): Wiley, 2 ed., p. 200–2, 2002.

LUO, F.; ZHONG, J.; YANG, Y.; SCHEUERMANN, R, H.; ZHOU, J. Application of random matrix theory to biological networks. *Physics Letters A*, v. 357, p. 420-423, 2006.

MAPA\_MUNDI. Disponível em: < <http://www.historiaegeografia.com/os-oceanos/mapa-mundi-com-oceanos/> >. Acesso em: 20 de junho de 2018.

METHA, M. L. *Random Matrices*. Academic Press, France, 2 ed, p. 562, 1960.

NASA. National Aeronautics and Space Administration. Disponível em: < <http://www.nasa.gov/> >. Acesso em: 28 de janeiro de 2018.

NOAA. NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION. Disponível em:< <http://www.noaa.gov/>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2017.

NOAA. NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION. Disponível em: < <http://www.nodc.noaa.gov/OC5/WOA01/WorldOceanAtlas2001> >. Acesso em: 20 de junho de 2018.

NOBRE, P.; SHUKLA, J. Variations of sea surface temperature, wind stress and rainfall over the tropical Atlantic and South America. *J. Climate*, v. 10(4), p. 2464-2479, 1996.

PEZZI, I. P.; SOUZA, R. B. DE, QUADRO, M. A. A review on the ocean-atmosphere interaction processes in regions of Strong sea surface temperature gradients of the South Atlantic ocean based on observational data. *Revista Brasileirs de Metereologia*, v. 31(4), p.428-453, 2016.

PEZZI, I. P.; SOUZA, R. B. DE. Variabilidade de mesoescala e interação oceano-atmosfera no Atlântico Sudoeste. Tempo e Clima no Brasil, v.1, 2001.

PLEROU, V.; GOPIKRISHNAN, P.; ROSENOW, B.; AMARAL, L. A. N.; STANLEY, E. Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series. Physical Review Letters, v. 83, n. 7, p. 1471-1474, 1999.

PLEROU, V.; GOPIKRISHNAN, P.; ROSENOW, B.; AMARAL, L. A. N.; STANLEY, E. A random matrix theory approach to financial cross-correlations. Physical A, v. 287, p. 374-382, 2000.

PLEROU, V.; GOPIKRISHNAN, P.; ROSENOW, B.; AMARAL, L. A. N.; GUHR, T.; STANLEY, E. Collective behavior of stock price movements – a random matrix theory approach. Physical A, 299, p. 175-180, 2001.

PLEROU, V.; GOPIKRISHNAN, P.; ROSENOW, B.; AMARAL, L. A. N.; GUHR, T.; STANLEY, E. Random matrix approach to cross correlation in financial data. Physical Review E, v. 65, 066126, 2002.

POSTETIO, R.; CACCIOLI, F.; VIVO, P. Random matrix approach to collective behavior and bulk universality in protein dynamics. Physical Review Letters, v. 103, p. 26-31, 2010.

PRAVEEN KUMAR, B.; VIALARD, J.; LENGAINNE, M.; MURTY, V. S. N.; MCPHADEN, M. J. TropFlux: air-sea fluxes for the global tropical oceans-description and evaluation. Climate Dynamics, v. 38, p. 1521-1543, 2012.

PRAVEEN KUMAR, B.; VIALARD, J.; LENGAINNE, M.; MURTY, V. S. N.; MCPHADEN, M. J.; CRONIN, M. F.; PINSARD, F.; REDDY, K. G. TropFlux wind stresses over the tropical oceans: evaluation and comparison with other products. Climate Dynamics, v. 40, p. 2049-2071, 2013.

REYNOLDS, R. W. A real-time global sea surface temperature analysis. *Journal of Climate*, v. 1, p. 75-86, 1988.

REYNOLDS, R. W.; MARISCO, D. C. An improved real-time global sea surface temperature analysis. *Journal of Climate*, v. 6, p. 114-119, 1992.

REYNOLDS, R. W.; SMITH, T. M. Improved global sea surface temperature analysis using optimum interpolation. *Journal of Climate*, v. 7, p. 929-948, 1994.

REYNOLDS, R. W.; RAYNER, N. A.; SMITH, T. M.; STOKES, D. C.; WANGS, W. Na improved in situ and satellite SST analysis climate. *Journal of Climate*, v. 15, p. 1609-1625, 2002.

REYNOLDS, R. W.; GENTEMANN, C. L.; WENTZ, F. Impact of TRMM SSTs on a climate-scale SST analysis. *Journal of Climate*, v. 17, p. 2938-2952, 2004.

REYNOLDS, R. W.; SMITH, T. M.; LIU, C.; CHELTON, D.B.; CASEY, K. S.; SCHLAX, M. G. Daily high resolution Blended Analyses for sea surface temperature. National Oceanographic Data Center/NOAA. Silver Spring: Maryland, 2007.

REYNOLDS, R. W. What's new in version 2. 2009. NOAA, Disponível em: < [ftp://eclipse.ncdc.noaa.gov/pub/oisst.old/docs/oisst\\_daily\\_v02r00\\_version2-features.pdf](ftp://eclipse.ncdc.noaa.gov/pub/oisst.old/docs/oisst_daily_v02r00_version2-features.pdf) >. Acesso em: 18 de abril de 2018.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. The R Manuals: current version: 3.4.4.2017. Disponível em: < <https://www.r-project.org/> >. Acesso em: 20 de agosto de 2016.

SANTHANAM, M. S.; PATRA, P. K. Statistics of atmospheric correlations. *Physical Review E*, v. 64, 016102, 2001.

SAKHR, J.; NIEMINEN, J. Poisson-to-Wigner crossover transition in the nearest-neighbor spacing statistics of random points on fractals. *Physical Review E*, v. 72, 045204, 2005.

SEBA, P. Random matrix analysis of human EEG data. *Physical Review Letters*, v. 91, 198107, 2003.

SELTON, M.; MULLER, R. D.; ZAHIROVIC, S.; GAING, C.; TORSVIK, T.; SHEPHARD, G.; TALSMA, A.; GUMIS, M.; MAUS, S.; CHANDLER, M. Global continental and ocean basin reconstructions since 200 Ma. *Earth-Science Reviews*, v. 113 (3), p. 212-270, 2012.

STRAM, D.; WEI, W. W. S. Temporal aggregation in the ARIMA process. *J. Time Ser. Anual*, 7 (4), p. 279-292, 1986.

STOSIC, D.; STOSIC, D.; LUDERMIR, T. B.; STOSIC, T. Collective behavior of cryptocurrency price changes. *Physica A*, v. 507, p. 499-509, 2018.

TOMCZAK, M.; GODFREY, J. *Regional Oceanography: Na Introduction*. Daya Publishing House, 2000.

VENEGAS, S. A; MYSAK, C. A; STRAUB, D. N. Atmosphere ocean coupled variability in the south Atlantic. *J. Clim*, v. 10, 2904 – 2920, 1997.

WAGESHO, N.; GOEL, N. K.; JAIN, M.K. Temporal and spatial variability of anual and seasonal rainfall over Ethiopia. *Hidrological Sciences Journal*, v. 58:2, p. 354-373, 2013.

WIGNER, E. Random matrices physics. *Siam Review*, v. 9, n. 1, 1967.

WIGNER, E. Characteristic vectors of bordered matrices with infinite dimensions. *Annals of Mathematics*, v. 62 (3), p. 548-564, 1955.

WU, X.; MENZEL, W. P.; WADE, G. S. Estimation of sea surface temperatures using GOES-819 radiance measurements. *Bulletin of the American Meteorological Society*, v. 80, n. 6, p. 1127-1137, 1999.